

REALTÀ E MODELLI

SCHEDE DI LAVORO

1 Una proposta di investimento

Viene offerta la possibilità di investire € 30 000 e ricevere dopo 6 mesi € 9 000 e dopo altri 6 mesi € 24 000.

Avendo però a disposizione solo € 8 000, l'unica possibilità è quella di farsi finanziare da una banca concordando il rimborso in due rate, da versarsi la prima dopo 6 mesi e la seconda dopo un anno. La banca applica il tasso annuo nominale convertibile semestralmente del 10% (TAN = 10%) e il progetto è quello di utilizzare il primo ricavo per il primo rimborso e il secondo per estinguere il debito. Determina:

- ▶ il tasso interno di rendimento dell'investimento che viene offerto;
- ▶ quali sono i flussi di denaro all'inizio dell'operazione, a sei mesi e al termine;
- ▶ il valore del risultato economico attualizzato al tasso annuo del 4%;
- ▶ il tasso di rendimento del capitale che si aveva a disposizione inizialmente.

- ▶ Calcoliamo il tasso interno di rendimento ponendo uguale a 0 il risultato economico attualizzato:

$$\text{REA} = 0 \rightarrow -30\,000 + \text{■} (1 + i_2)^{-1} + \text{■} (1 + i_2)^{-2} = 0 \rightarrow i_2 = 0,056917857 \rightarrow$$

→ tasso annuo $i = 0,117075$.

- ▶ All'inizio è prevista un'entrata di $30\,000 - 8\,000 = 22\,000$. Dopo ■ mesi, in base al tasso del 5%, sarà di:

$$\text{■} (1,05) = 23\,100,$$

che diminuirà del primo introito:

$$23\,100 - 9\,000 = 14\,100$$

e alla fine dell'anno la somma da saldare risulta ■ $(1,05) = 14\,805$, che è coperta ampiamente dal secondo ricavo ($24\,000 - 14\,805 = 9\,195$).

I flussi di denaro sono:

$$\text{epoca ■} = \text{€} - 8\,000; \quad \text{epoca ■ mesi} = \text{€} 0; \quad \text{epoca 12 mesi} = \text{€} 9\,195.$$

- ▶ Applichiamo direttamente la formula per il calcolo del REA:

$$\text{REA} = -8\,000 + \text{■} (1,04)^{-1} = 841,35.$$

- ▶ L'operazione ha reso:

$$\text{■} (1 + i) = 9\,195,$$

da cui ricaviamo il ■:

$$i = 0,149375.$$

2 Un capitale da investire

Il signor Rossi ha 40 anni e avendo a disposizione € 96 000 pensa a come investirli. Una compagnia di assicurazioni è disposta a corrispondere dopo 20 anni un capitale di € 200 000 a lui, se vivente, oppure ai suoi eredi, dietro il pagamento di 5 premi periodici di € 20 000 dall'età attuale fino al 44-esimo anno di età compreso, se il signor Rossi sarà ancora in vita. In attesa di effettuare i pagamenti dei premi, il capitale a disposizione verrebbe depositato in banca al 2% annuo netto. Le probabilità che il quarantenne ha di dover pagare i premi sono 0,99825, 0,99811, 0,99793, 0,99775, 0,99752. In alternativa potrebbe investire il capitale in un BTP che gli renderebbe il 2,25% netto semestrale e contemporaneamente versare gli importi riscossi in un deposito vincolato al tasso annuo del 3%. Il tasso annuo di valutazione delle operazioni è dell'1%.

- ▶ Augurando al signor Rossi di essere in vita per almeno altri 5 anni, la somma a disposizione è sufficiente per coprire il pagamento dei premi?
- ▶ Qual è l'importo del REA se si opta per l'offerta della compagnia di assicurazioni?
- ▶ Qual è l'importo del REA nel caso si scelga il secondo tipo di investimento?

- ▶ Calcoliamo il REA di 5 [] anticipate di € 20 000 al tasso del []%:

$$\text{REA} = 96\,000 - [] \cdot a_{\overline{5}|0,02} \cdot 1,02 = 96\,000 - 96\,154,57 = -154,57.$$

Possiamo ritenere il capitale a disposizione sufficiente in quanto di poco inferiore a quello necessario all'investimento.

- ▶ Per calcolare il REA occorre tenere presente le probabilità del pagamento dei premi:

$$\begin{aligned} \text{REA} &= -20\,000 \cdot 0,99825 - 20\,000 \cdot [] \cdot (1,01)^{-1} - 20\,000 \cdot 0,99793 \cdot (1,01)^{-2} + \\ &\quad - 20\,000 \cdot 0,99775 \cdot (1,01)^{-3} - 20\,000 \cdot [] \cdot (1,01)^{-4} + 200\,000 \cdot (1,01)^{-20} = \\ &= -97\,834,96 + 163\,908,89 = 66\,073,93. \end{aligned}$$

- ▶ Le [] semestrali hanno importo $96\,000 \cdot 0,0225 = 2160$.

Gli importi versati in banca al tasso $i = []$, cioè $i_2 = 0,014889$, dopo 20 anni danno il []:

$$M = 2160 \cdot s_{\overline{40}|0,014889} = 2160 \cdot 54,140647 = 116\,943,79.$$

L'importo del REA risulta allora:

$$\text{REA} = -96\,000 + 116\,943,79 \cdot (1,01)^{-20} + [] \cdot (1,01)^{-20} = 78\,516,91.$$

3 L'acquisto di un'automobile

Per l'acquisto di un'automobile, il cui costo è di € 20 000 chiavi in mano, sono previste due possibilità:
 A: versamento in contanti del 20%, € 6000 dilazionati in 12 mesi senza interessi e la parte restante con successive 24 rate mensili di € 510 (TAN 9%, TAEG 10,5%);
 B: sconto immediato di € 1000 e la parte restante rateizzata in 36 rate mensili di € 613 (TAN 9%, TAEG 10,5%).

Determina in base al tasso di valutazione del 5%:

- ▶ l'importo delle rate della prima e seconda possibilità utilizzando il TAN;
- ▶ l'alternativa più conveniente per l'acquirente;
- ▶ il tasso effettivo di costo delle due alternative per l'acquirente;
- ▶ la spiegazione dell'apparente differenza di indicazione fra i due criteri esaminati.

- ▶ Il tasso annuo [] convertibile del []% corrisponde al tasso mensile effettivo $i_{12} = 0,0075$.

$$\text{Con la prima possibilità abbiamo: } R = \frac{(20\,000 - [] - 6000) \cdot (1,0075)^{12}}{a_{\overline{24}|0,0075}} = 499,70.$$

Con la seconda possibilità abbiamo: $R = \frac{(\text{ } - 1000)}{a_{\overline{36}|0,0075}} = 604,19$.

- Confrontiamo i due REA dei pagamenti al tasso $i = 0,05$ ovvero mensile $i_{12} = 0,004074$.

Prima alternativa: $REA = \text{ } + 6000 + 510 \cdot a_{\overline{24}|0,004074} \cdot (1,004074)^{-12} = 21\,083,92$.

Seconda alternativa: $REA = 613 \cdot a_{\overline{36}|0,004074} = 20\,487,29$.

- Dobbiamo risolvere le due equazioni:

$$4000 + 6000 + 510 \cdot a_{\overline{24}|x} \cdot (1+x)^{-12} = 20\,000,$$

$$613 \cdot a_{\overline{36}|x} = 19\,000,$$

dove x è il tasso mensile $\text{ }.$

Possiamo verificare che x è il tasso effettivo mensile equivalente al TAEG del $\text{ } \%$:

$$x = i_{12} = (1 + 0,105)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0,008355156.$$

Infatti, sostituito nelle due equazioni, verifica le uguaglianze.

- L'apparente contraddizione è data dal fatto che il valore dei REA dipende dal tasso di valutazione adottato. I costi hanno distribuzione differente nel tempo e per un tasso nullo i REA sono diversi. Graficamente si ha che partono da due punti diversi sull'asse delle ordinate, ma intersecano l'asse delle ascisse nello stesso punto:

$$REA = -20\,000 + \text{ } + 6000 + 510 \cdot a_{\overline{24}|x} \cdot (1+x)^{-12}.$$

$$REA = -20\,000 + 1000 + \text{ } \cdot a_{\overline{36}|x}.$$

