

REALTÀ E MODELLI

SCHEDA DI LAVORO

1 Il cono gelato

Stefano ha comprato un gelato composto da un cono di altezza 10 cm e diametro 4 cm totalmente riempito e da due palline di gelato alla frutta, che possiamo pensare come sfere di raggio 2,5 cm.

- Quanto dovrebbe essere alta una coppetta cilindrica di diametro 6 cm se Stefano volesse trasferirvi tutto il gelato?
- Quanta carta occorre per avvolgere il cono per evitare di sporcarsi? E per avvolgere la coppetta?

- Bisogna innanzitutto calcolare il volume totale occupato dal gelato nel cono e nelle due palline.

$$V_{tot} = V_{cono} + 2V_{pallina} = \boxed{} + 2 \cdot \boxed{} = \frac{1}{3}\pi \cdot \boxed{} + \frac{8}{3}\pi \cdot \boxed{}^3 \simeq 172,8 \text{ cm}^3.$$

Calcoliamo l'altezza della coppetta cilindrica, noto il volume che essa deve contenere:

$$V_{coppetta} = \boxed{} \rightarrow h = \boxed{} = \boxed{} \simeq \boxed{} \text{ cm}.$$

- In questo caso bisogna calcolare le aree delle superfici laterali:

$$A_{lat\ cono} = \boxed{} \text{ con } a = \boxed{} = \boxed{} \simeq 10,2 \text{ cm} \rightarrow A_{lat\ cono} \simeq \pi \cdot \boxed{} \simeq 64,1 \text{ cm}^2,$$

$$A_{lat\ coppetta} = 2\pi rh = \boxed{} \simeq \boxed{} \text{ cm}^2.$$

2 Il sacchetto di riso

Una piccola azienda agricola produce riso biologico e lo confeziona in sacchetti di tela da 5 kg. La forma che assume il sacchetto pieno può essere approssimata a quella di un cilindro.

- Sapendo che un kilogrammo di riso occupa un volume di circa 1045 cm^3 , calcola quanta stoffa è necessaria per un sacchetto, tenendo conto che il sacchetto pieno deve essere alto circa 40 cm e che al di sopra del laccio di chiusura devono sporgere altri 5 cm di stoffa.

- Il volume totale occupato dai 5 kg di riso di un sacchetto è:

$$\boxed{} = \boxed{} \text{ cm}^3.$$

L'area di base del cilindro è:

$$A_{base} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = 130,625 \text{ cm}^2,$$

perciò il raggio di base è:

$$r = \sqrt{\frac{A_{base}}{\pi}} = \sqrt{\frac{130,625}{\pi}} \simeq 6,45 \text{ cm}.$$

L'area totale del cilindro (considerando l'area laterale e due volte l'area di base) è:

$$A_{cilindro} = \boxed{} = \boxed{} \simeq 1882,3 \text{ cm}^2.$$

A questa va aggiunta la parte del «ciuffo» al di sopra del laccio di chiusura. Questo ciuffo deriva dall'arricciatura, all'incirca, di un cilindro di tela di raggio sempre r e alto 5 cm:

$$A_{ciuffo} = \boxed{} = \boxed{} \simeq 202,6 \text{ cm}^2.$$

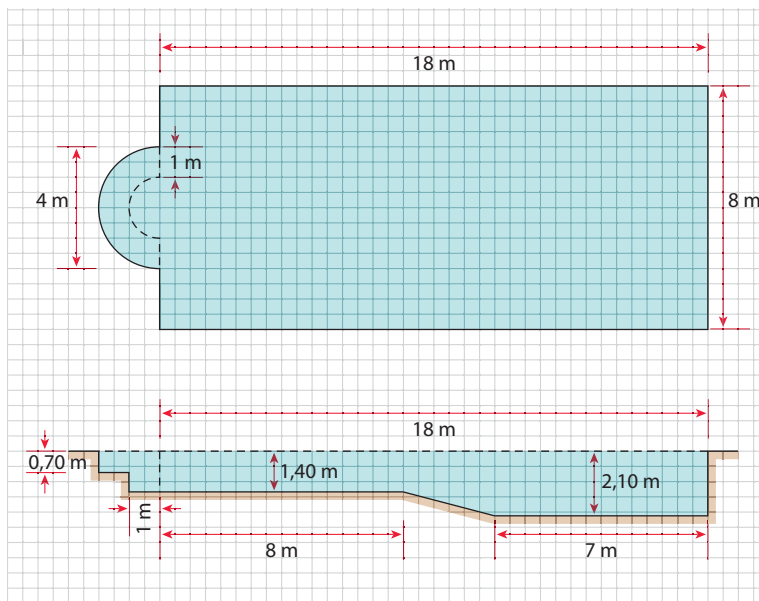
Per confezionare un sacchetto sono perciò necessari (all'incirca):

$$A_{tot} = \boxed{} + \boxed{} \simeq \boxed{} + \boxed{} \simeq 2085 \text{ cm}^2 \text{ di tela}.$$

3 La capienza della piscina

In figura sono riportate la vista dall'alto e la sezione di una piscina. Nota che la zona semicircolare a sinistra presenta un gradone, sempre a semicerchio, che rimane sott'acqua.

- Quanta acqua serve per riempire la piscina?
- La normativa impone che nella piscina possano stare al massimo due persone ogni 2 m^2 . Quante persone può contenere la piscina?



- Per calcolare il volume della piscina consideriamo separatamente le varie zone.

Parte più profonda: è un rettangolo di base $18 \cdot 8 = 144 \text{ m}^2$ e altezza $2,10 \text{ m}$, perciò il volume è $144 \cdot 2,10 = 302,4 \text{ m}^3$.

Parte inclinata: è formata da una parte superiore che è un trapezio di volume $33,6 \text{ m}^3$ e da una parte inferiore equivalente a un rettangolo di volume $8,4 \text{ m}^3$.

Parte meno profonda: è un rettangolo di base $8 \cdot 8 = 64 \text{ m}^2$ e altezza $1,40 \text{ m}$, perciò il volume è $64 \cdot 1,40 = 89,6 \text{ m}^3$.

Parte semicircolare con il gradone: può essere suddivisa in due zone. Quella esterna equivale a un solido che ha per base una semicirconferenza di raggi 2 m e 1 m e l'altezza di $0,70 \text{ m}$, quindi ha il volume $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 0,70 \simeq 3,3 \text{ m}^3$; la zona più interna ha per base un rettangolo di raggio 1 m e altezza $0,70 \text{ m}$, quindi

il volume è $1 \cdot 1 \cdot 0,70 \simeq 0,7 \text{ m}^3$.

Il volume totale della piscina è perciò:

$$144 \cdot 2,10 + 33,6 + 8,4 + 89,6 + 3,3 + 0,7 = 302,4 + 33,6 + 8,4 + 89,6 + 3,3 + 0,7 = 438 \text{ m}^3 = 438 \text{ dm}^3 = 438 \text{ litri}.$$

- L'area coperta dalla piscina, che si ricava dalla vista dall'alto del disegno del problema, è data da:

$$144 + \frac{\pi \cdot 2^2}{2} \simeq 150,3 \text{ m}^2.$$

Perciò la piscina può contenere al massimo $\frac{150,3}{2} \simeq 75$ bagnanti.

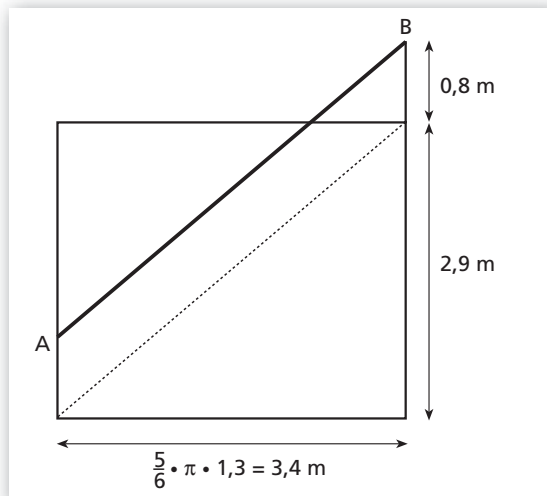
4 La scala a chiocciola

Una scala a chiocciola collega due piani di un appartamento. Ciascun piano è alto 2,9 m e il foro nel pavimento è largo 130 cm. La scala ha inoltre una ringhiera alta 80 cm dotata di un corrimano, che parte in corrispondenza del primo gradino e termina al pianerottolo del piano superiore dopo che la scala si è «avvolta» in tutto di 300° .

► Quanto è lungo il corrimano?

► Se la scala a chiocciola si «avvolgesse» di un giro completo, cioè descrivesse un arco di 360° , allora il suo ingombro corrisponderebbe a un cilindro di altezza $\square$ m e diametro $\square$ m. Sviluppando in piano questo cilindro, si avrebbe un rettangolo di base $\square \simeq 4,08$ m e altezza $\square$ m.

In realtà la scala si «avvolge» di soli $300^\circ = \square \cdot 360^\circ$, quindi nel corrispondente sviluppo in piano dobbiamo considerare un $\square$ di base $\square \simeq 3,4$ m e $\square$ sempre 2,9 m.



Il corrimano, che si appoggia alla superficie $\square$ del cilindro, è un'elica. Nello sviluppo in piano il corrimano corrisponde al segmento $\square$ della figura. Traslando in basso il segmento AB di $\square$ m si ottiene la $\square$ del rettangolo.

La diagonale del rettangolo misura:

$$\square \simeq 4,5 \text{ m.}$$

La lunghezza del corrimano è quindi di 4,5 m.

◀ Figura 1