

# REALTÀ E MODELLI

## SCHEDA DI LAVORO

### 1 I campionati mondiali di calcio

Le tabelle riportano i risultati ottenuti dall'Italia nei campionati mondiali di calcio del 1982 e del 2006.

Campionato mondiale 1982	
Partita	Risultato
Italia – Polonia	0-0
Italia – Perù	1-1
Italia – Camerun	1-1
Italia – Argentina	2-1
Italia – Brasile	3-2
Polonia – Italia	0-2
Italia – Germania	3-1

Campionato mondiale 2006	
Partita	Risultato
Italia – Ghana	2-0
Italia – Stati Uniti	1-1
Repubblica Ceca – Italia	0-2
Italia – Australia	1-0
Italia – Ucraina	3-0
Germania – Italia	0-2
Italia – Francia	1-1 (5-3 ai rigori)

Per il campionato mondiale del 2006, calcola:

- ▶ la media dei goal fatti e dei goal subiti durante il campionato, esclusi i goal ai rigori;
- ▶ lo scarto semplice medio dei goal fatti;
- ▶ la deviazione standard dei goal fatti.

Confrontando i due campionati mondiali:

- ▶ in quale campionato l'Italia ha subito in media più goal?
- ▶ In quale campionato è migliore il rapporto fra goal fatti e goal subiti?

▶  $M_{\text{goal fatti}} = \frac{\text{ } }{7} = \frac{\text{ } }{7} \simeq \text{ } ;$

$M_{\text{goal subiti}} = \frac{\text{ } }{\text{ } } = \frac{\text{ } }{\text{ } } \simeq \text{ } .$

- ▶ Consideriamo la tabella delle frequenze.

Goal fatti	Frequenza	Scarto dalla media (in valore assoluto)
1	<input type="text"/>	0,7
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Lo scarto semplice medio dei goal fatti è la media  degli .

$S = \frac{\text{ } + 0,3 \cdot 3 + \text{ } }{7} = \text{ } \simeq 0,6.$

- ▶ Per calcolare la deviazione standard aggiungiamo alla tabella precedente la colonna relativa agli scarti .

Goal fatti	Frequenza	Scarto dalla media (in valore assoluto)	Scarto al quadrato
1	<input type="text"/>	0,7	0,49
2	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

La deviazione standard dei goal fatti è dato da:

$\sigma = \frac{\text{ } }{\text{ } } = \text{ } .$

- Nel campionato del 1982 l'Italia ha subito in media:

$$M_{\text{goal subiti}} = \frac{\text{Goal subiti}}{\text{Goal fatti}} = \frac{15}{17} \simeq 0,9.$$

La media dei goal subiti è quindi più alta nel campionato del 1982.

- Nel 2006:  $\frac{\text{Goal fatti}}{\text{Goal subiti}} = \frac{17}{15} = 1,13$ ;

nel 1982:  $\frac{15}{17} = 0,88$ .

Il rapporto fra goal fatti e goal subiti è quindi più alto nel campionato del 2006.

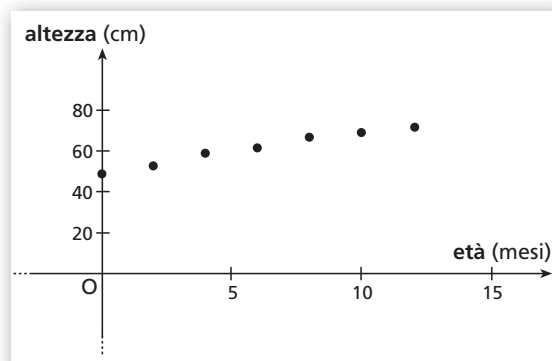
## 2 Le tabelle di crescita

Nella tabella sono riportati i dati relativi alle altezze medie delle bambine dalla nascita fino a un anno di età.

- Stabilisci se esiste una relazione lineare tra le due grandezze determinando l'equazione delle rette di regressione e calcolando l'indice di correlazione.

Età (mesi)	Altezza (cm)
0	49
2	53
4	59
6	62
8	66
10	68
12	71

- Rappresentiamo i dati in un diagramma a dispersione e applichiamo il metodo dei minimi quadrati.



◀ Figura 1

La retta interpolante ha equazione:  $y - \bar{y} = a(x - \bar{x})$ , dove  $(\bar{x}; \bar{y})$  rappresenta il baricentro della distribuzione:

$$\bar{x} = \frac{0+2+4+6+8+10+12}{7} = 6; \bar{y} = \frac{49+53+59+62+66+68+71}{7} \simeq 61,14.$$

Riportiamo nella seguente tabella i dati necessari al calcolo di  $a$ .

$x_i$	$y_i$	$x'_i$	$y'_i$	$x'_i y'_i$	$(x'_i)^2$
0	49	-6	-12,14	72,84	36
2	53	-4	-8,14	32,56	16
4	59	-2	-2,14	4,28	4
6	62	0	0,86	0	0
8	66	2	4,86	9,72	4
10	68	4	6,86	27,44	16
12	71	6	9,86	59,16	36

dove  $x'_i = x_i - \bar{x}$  e  $y'_i = y_i - \bar{y}$ .

Calcoliamo:

$$a = \frac{\sum_{i=1}^7 x'_i y'_i}{\sum_{i=1}^7 (x'_i)^2} = \boxed{\phantom{00}} \simeq 1,84.$$

L'equazione della retta di regressione  $y$  su  $x$  è:

$$y - 61,14 = \boxed{\phantom{00}}(x - 6) \rightarrow y = \boxed{\phantom{00}}x + 50,1.$$

Analogamente si ottiene la retta di regressione  $x$  su  $y$ :

$$x - \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}(y - \boxed{\phantom{00}}) \rightarrow x = 0,53y - \boxed{\phantom{00}}.$$

Ciò significa che dopo un mese l'altezza aumenta di circa 1,84 cm e che per osservare un aumento di altezza di un centimetro devono trascorrere 0,53 mesi.

I coefficienti di regressione sono:

$$m_1 = \boxed{\phantom{00}}, \quad m_2 = \boxed{\phantom{00}},$$

quindi l'indice di correlazione è:

$$r = \sqrt{m_1 \cdot m_2} = \boxed{\phantom{00}}.$$

Questo indica che c'è una correlazione molto alta tra età e statura.

### 3 Il mercato immobiliare

La tabella riporta i dati, relativi al primo semestre 2010, dei prezzi degli appartamenti di nuova costruzione in vendita nella periferia est di Roma, in base al numero dei locali.

- È possibile trovare una funzione che legghi il prezzo al numero dei locali?
- Trovata la retta interpolante, determina la bontà dell'accostamento con l'indice quadratico relativo  $I$ .
- Sulla base dei risultati precedenti stabilisci quanto potrebbe costare un appartamento di 6 locali.

Numero locali	Prezzo (in euro)
1	230 000
2	280 000
3	320 000
4	380 000
5	450 000

- Calcoliamo i valori che servono per determinare la retta interpolante.

I valori medi  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  della distribuzione sono:

$$\bar{x} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} = 3; \quad \bar{y} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{\boxed{\phantom{00}}} = 332\,000.$$

Posto  $x'_i = x_i - \bar{x}$  e  $y'_i = y_i - \bar{y}$ , compiliamo la seguente tabella.

$x_i$	$y_i$	$x'_i$	$y'_i$	$x'_i y'_i$	$(x'_i)^2$
1	230 000	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$
2	280 000	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$
3	320 000	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$
4	380 000	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$	48 000	$\boxed{\phantom{00}}$
5	450 000	$\boxed{\phantom{00}}$	$\boxed{\phantom{00}}$	236 000	$\boxed{\phantom{00}}$

La retta interpolante ha equazione:

$$y - \bar{y} = a(x - \bar{x}).$$

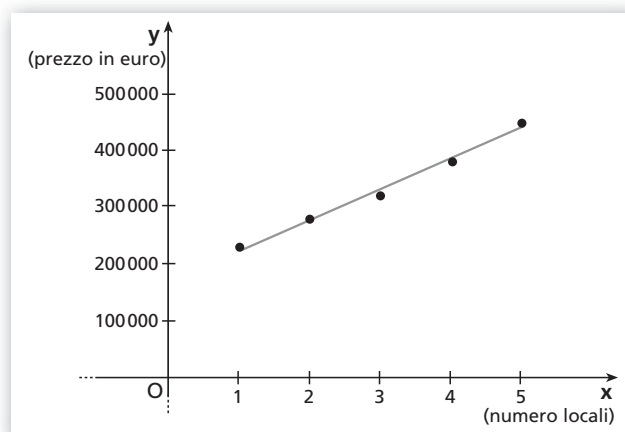
Calcoliamo  $a$ :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^5 x'_i y'_i}{\sum_{i=1}^5 (x'_i)^2} = \frac{\text{ } \text{ }}{\text{ }} = 54\,000.$$

L'equazione della retta di regressione  $y$  su  $x$  è:

$$\text{ } = \text{ } \rightarrow y = \text{ },$$

il cui grafico è il seguente.



◀ Figura 2

► Riportiamo nella seguente tabella i valori per il calcolo dell'indice quadratico relativo  $I$ .

$x_i$	$f(x_i)$	$y_i - f(x_i)$	$[y_i - f(x_i)]^2$
1			36 000 000
2			4 000 000
3			144 000 000
4			36 000 000
5			100 000 000

$f(x_i)$  rappresenta il valore ottenuto dalla retta interpolante in corrispondenza di  $x = \text{ }.$

L'indice quadratico relativo è:

$$I = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 \text{ } }{5}}}{\frac{\sum_{i=1}^5 \text{ } }{5}} = \frac{\sqrt{\frac{320\,000\,000}{5}}}{\frac{1\,660\,000}{5}} \simeq 0,024.$$

Essendo  $I \text{ }.$ , possiamo affermare che la funzione trovata è adatta a rappresentare il fenomeno studiato.

► Basta sostituire all'interno dell'equazione  $\text{ }$  il valore  $\text{ }$  e determinare il relativo prezzo:

$$y = 54\,000 \cdot 6 + 170\,000 = 494\,000 \text{ €}.$$