REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

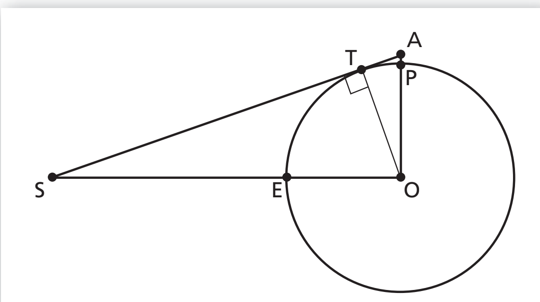
1 Il satellite geostazionario

I satelliti per le comunicazioni o per le informazioni meteo sono geostazionari, cioè percorrono un'orbita fissa sopra l'equatore all'altezza di circa 35 790 km dal suolo terrestre con un periodo di rivoluzione uguale a quello della Terra, e quindi si trovano sempre sopra lo stesso punto della superficie terrestre.
Sapendo che il raggio equatoriale medio della Terra è di 6371 km e che le onde elettromagnetiche emesse dal satellite viaggiano in linea retta, rispondi alle seguenti domande.

- Una persona che si trova al Polo Nord può ricevere le informazioni dal satellite?
- Fino a quale latitudine si possono ricevere i segnali del satellite?
- Supponiamo che una persona che si trova al Polo Nord possa piantare verticalmente un'antenna; quanto deve essere alta per ricevere i segnali dal satellite?
- Le onde elettromagnetiche viaggiano alla velocità della luce ($c = 2{,}9979 \cdot 10^8$ m/s); con quanto ritardo arriva un segnale a un ricevente che si trova al 45° parallelo sulla stessa longitudine del satellite?

- Schematizziamo la situazione con un disegno in cui:

  $\overline{SE} =$ ______ km; $\overline{EO} = \overline{PO} = 6371$ km (approssimiamo la forma della Terra a una ______).



◀ **Figura 1**

STA rappresenta il percorso dei segnali emessi dal satellite e OT è ______ a SA (per la proprietà della ______). Dalla figura si capisce che una persona al Polo ______ ricevere il segnale.

- Il punto T si trova a una latitudine pari alla misura in gradi dell'angolo ______. Nel triangolo rettangolo SOT si ha:

$$\cos S\widehat{O}T = \_\_\_ = \frac{6371}{\_\_\_} \simeq \_\_\_ \rightarrow S\widehat{O}T = \_\_\_ \simeq 81,3°.$$

(Quindi il punto T si trova oltre il Circolo Polare Artico, che è a 66° 33′ di latitudine.)

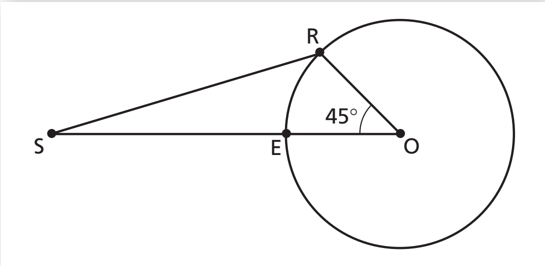
- Con riferimento al disegno, $\overline{AP}$ è l'altezza dell'antenna che al Polo può ricevere il segnale; nel triangolo rettangolo TOA si ha:

$$\overline{OA} = \frac{\overline{TO}}{\_\_\_} = \frac{\overline{TO}}{\text{sen}\,\_\_\_} = \frac{\overline{TO}}{\sqrt{\_\_\_}} = \frac{6371}{\sqrt{1 - 0,1511^2}} \simeq \_\_\_\ \text{km}.$$

Perciò l'antenna dovrebbe essere alta almeno ______ = 74 km.

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi

▶ La situazione è la seguente:



◀ Figura 2

RS corrisponde alla distanza che il segnale deve percorrere. Si ricava con il teorema ________ sul triangolo ____:

$$\overline{RS} = \sqrt{\qquad\qquad} =$$

$$= \sqrt{\qquad^2 + 6371^2 - 2 \cdot (35\,790 + 6371) \cdot \qquad} = 37\,924{,}54 \text{ km}.$$

Il tempo impiegato a percorrere tale distanza è:

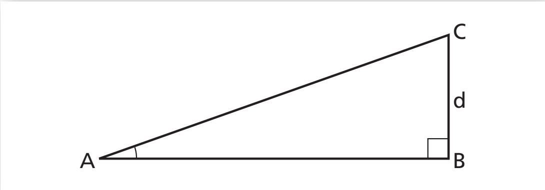
$$t = \qquad = 12\,650 \cdot 10^{-5}\text{s} = \qquad \text{s}.$$

2 La gola di montagna

Un gruppo di scout decide di fare il campo estivo in una zona di montagna. Per raggiungere il posto, il gruppo deve attraversare un ponticello sopra una imponente gola calcarea con ripide pareti scavate dalle acque di un impetuoso torrente. Dopo aver piantato le tende, uno dei compiti che il gruppo decide di darsi è quello di misurare la distanza (in linea d'aria) fra due punti A e B lontani dal ponticello e da parti opposte rispetto alla gola.

▶ Come fanno a trovare la distanza fra i due punti? (Cerca una strategia per risolvere il problema. Supponi che dal punto A i ragazzi possano vedere sia il punto B sia un'area a esso circostante.)

▶ Per trovare la distanza gli scout decidono di procedere in questo modo: alcuni di loro tornano indietro e, attraversato il ponte, raggiungono il punto B, dalla parte opposta a quella dove si trova il resto del gruppo (punto A). Un ragazzo si sposta camminando perpendicolarmente ad AB fino a raggiungere il punto C a una distanza nota d da B (ad esempio $d = 10$ m). I ragazzi che si trovano nel punto A, utilizzando due bastoncini posti lungo le direzioni congiungenti AB e AC, misurano l'angolo sotto il quale vedono i punti B e C (supponiamo, ad esempio, $B\widehat{A}C = 12°$).



◀ Figura 3

A questo punto possono calcolare la distanza AB:

$$\overline{AB} = \qquad .$$

Con i dati dell'esempio:

$$\overline{AB} = \qquad \simeq \qquad \simeq 47{,}05 \text{ m}.$$

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi

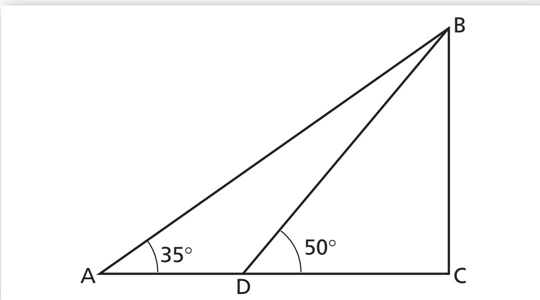
3 L'altezza del monte

Alcuni amici in estate affittano una casa in una valle di montagna per fare trekking. Da una delle finestre vedono la cima della montagna da raggiungere e, non avendo a disposizione una cartina, iniziano ad avanzare alcune ipotesi sulla sua altezza. Non trovando un accordo, Camilla propone una tecnica di calcolo:

a) misurare l'angolo con il quale è possibile vedere la cima dalla base della casa (piano terra);
b) misurare l'angolo con il quale è possibile vedere la cima dalla stazione di partenza dell'ovovia.

► Sapendo che la distanza fra la casa e l'ovovia è di 1000 m e che l'angolo misurato dalla casa è di 35° circa, mentre quello misurato dalla stazione dell'ovovia è di 50° circa, quanto è alta la montagna rispetto al livello della casa? (Supponi che casa e ovovia si trovino alla stessa altitudine.)

► Schematizziamo la situazione con la seguente figura.



◄ **Figura 4**

A indica la posizione della casa, D quella dell'ovovia, B rappresenta la cima della montagna e C il piede della perpendicolare condotta da B.

Nel triangolo ____ possiamo applicare il ____ per trovare AB:

$$\frac{\overline{AB}}{\quad} = \frac{\overline{AD}}{\quad} \rightarrow \overline{AB} = \quad = \quad \simeq \quad \text{m}.$$

Il triangolo ABC è rettangolo in ____ e l'altezza ____ è uguale a:

$$\overline{BC} = \quad = 2960 \cdot \quad \simeq 1698 \text{ m}.$$

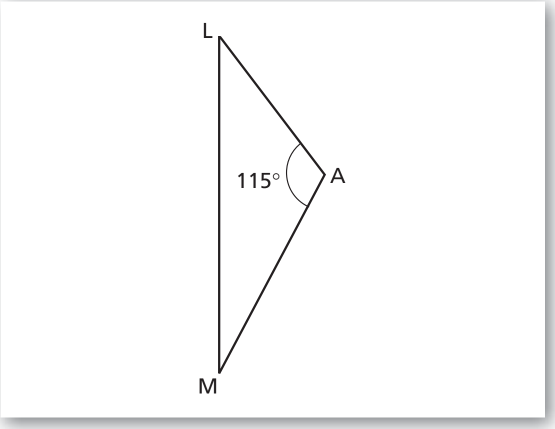
Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi

4 **Un problema nautico**

Due barche a vela, Laura e Mara, lasciano il molo nello stesso istante in una bella giornata ventosa. Laura può navigare percorrendo 12 miglia nautiche in un'ora (1 nmi = 1852 m), Mara invece può fare 15 miglia nautiche in un'ora. Dal momento del distacco dal molo, le loro direzioni di navigazione rimangono costanti e formano tra loro un angolo di 115° circa. Dopo tre ore di navigazione, Laura lancia un segnale di aiuto che viene raccolto da Mara.

- Quanto sono lontane le due barche quando viene lanciato il segnale?
- Se Laura si ferma e Mara cerca di raggiungerla, quanto tempo impiega?

- Schematizziamo la situazione indicando con A il punto del molo dal quale le barche partono in direzioni diverse. Indichiamo con L la posizione che la barca Laura ha nell'istante in cui lancia il messaggio d'aiuto e con M la posizione occupata da Mara nello stesso istante.



◀ **Figura 5**

Conoscendo le velocità delle due barche si possono ricavare le distanze AL e AM:

$$\overline{AL} = \qquad = 36 \text{ nmi};$$
$$\overline{AM} = \qquad = 45 \text{ nmi}.$$

Allora per trovare LM si può usare il :

$$\overline{LM}^2 = \overline{AL}^2 + \qquad ;$$
$$\overline{LM}^2 = \qquad \simeq 4690,28 \text{ nmi}^2 \rightarrow \overline{LM} \simeq \qquad \text{nmi}.$$

Le due barche distano quindi (circa) 68,49 miglia nautiche, corrispondenti a (circa)   kilometri.

- Per trovare il tempo necessario a Mara per raggiungere Laura, utilizziamo la formula che lega distanza, velocità (supposta costante) e tempo:

$$t = \qquad = \frac{68,49}{15} \simeq \qquad h \rightarrow 4 \text{ ore e } \qquad \text{minuti (circa).}$$

Copyright © 2012 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Anna Trifone e Graziella Barozzi