MATEMATICA AL COMPUTER

Un'equazione irrazionale

Con l'aiuto di Wiris determina il valore del parametro h in modo che l'equazione irrazionale $\sqrt{x+h} = 2x+2$ ammetta la soluzione $x = -\frac{1}{2}$.
Svolgi poi la verifica algebrica del risultato ottenuto.
Sostituisci il valore di h trovato e traccia infine i grafici del primo e del secondo membro nel medesimo riferimento cartesiano per mettere in evidenza la soluzione $x = -\frac{1}{2}$.

RISOLUZIONE

- Attiviamo Wiris e in un primo blocco inseriamo l'equazione data nella variabile *eqirr* (figura a fianco).
- Assegniamo alla variabile x il valore proposto.
- Impostiamo l'equazione in h e la risolviamo con il pulsante *Calcola* (figura sotto), ottenendo il valore richiesto del parametro h.
- Per la verifica algebrica estraiamo il valore di h.
- Riscriviamo l'equazione data con la variabile xv $\left(\text{per non confondere Wiris, che conserva per } x \text{ il valore } -\frac{1}{2}\right)$ e con il pulsante *Calcola* concludiamo la verifica.

Un'equazione irrazionale

$$\text{eqirr} = \sqrt{x+h} == 2\cdot x + 2;$$

$$x = -\frac{1}{2};$$

Il valore del parametro *h*

$$\text{sol} = \text{risolvere}(\text{eqirr}, h) \rightarrow \left\{\left[h = \frac{3}{2}\right]\right\}$$

La verifica

$$h = \text{sol}_1(h);$$

$$\text{risolvere}(\sqrt{xv+h} == 2\cdot xv + 2) \rightarrow \left\{\left[xv = -\frac{1}{2}\right]\right\}$$

Il blocco di Wiris per la parte algebrica.

Il pulsante *Calcola*.

- Per costruire un grafico, sul tipo di quello richiesto, apriamo un nuovo blocco di Wiris e vi trasportiamo le espressioni del primo membro (con il valore trovato di h) e del secondo membro.
- Scegliamo, quindi, liberamente le opzioni da dare alle varie componenti del grafico come leggiamo nella figura sotto.

Le istruzioni per il grafico

$$\text{pm} = \sqrt{x + \frac{3}{2}};$$

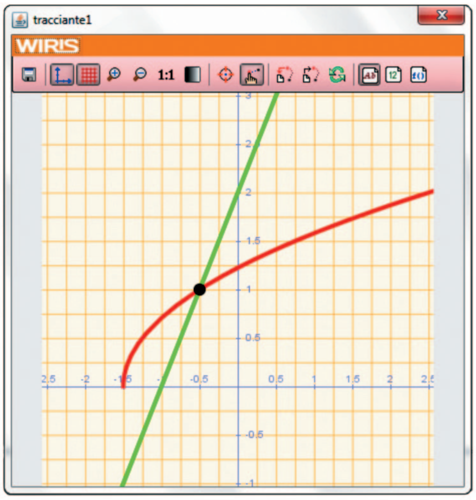
$$\text{sm} = 2\cdot x + 2;$$

$$P = \text{punto}\left(-\frac{1}{2}, 1\right);$$

```
t= tracciante(punto(0, 1), 5, 4);
tracciare(t, {pm}, {colore = rosso, ampiezza_retta = 4});
tracciare(t, {sm}, {colore = verde, ampiezza_retta = 4});
tracciare(t, {P}, {dimensione_punto = 12});
```

Il blocco di Wiris per la parte grafica.

- Con *Calcola*, infine, lo mostriamo.



Un grafico con la soluzione.

ESERCIZI IN PIÙ

Con l'aiuto di Wiris determina il valore del parametro *h* in modo che le seguenti equazioni irrazionali ammettano la soluzione indicata a fianco. Per verifica sostituisci il valore trovato di *h* e risolvi l'equazione sia con Wiris sia sul quaderno (per un allenamento manuale al calcolo). Sostituito il valore di *h* trovato, traccia infine i grafici del primo e del secondo membro nel medesimo riferimento cartesiano per mettere in evidenza la soluzione dell'equazione.

1 $\sqrt{x-1} = h - x;\qquad x = 2.$ $[h = 3]$

```
eqirr = √(x−1) == h − x;
x = 2;
sol = risolvere(eqirr, h) → {{h=3}}
h = sol₁(h) → 3
risolvere(√(xv−1) = h − xv, xv) → {{xv=2}}

pm = √(x−1) → √(x−1)
sm = 3 − x → −x+3
t = tracciante(punto(1, 1), 5, 5);
La zona dove non è definito il primo membro : x < 1
tracciare(t, {pm, sm, x < 1}, {colore = rosso});
```

Con l'opzione che leggiamo in figura possiamo cancellare la zona dove il radicale non è definito.

2 $\sqrt{hx - x^2} = x;\qquad x = 4.$ $[h = 8]$

```
eqirr = √(h·x−x²) == x;
x = 4;
sol = risolvere(eqirr, h) → {{h=8}}
h = sol₁(h) → 8
risolvere(√(h·xv−xv²) = x, xv) → {{xv=4}}

h = 8 → 8
pm = √(h·x−x²) → √(−x²+8·x)
sm = x → x
P= punto(4, 4);
zone = risolvere_disequazione(h·x−x² < 0) → x<0∨x>8
t = tracciante(punto(4, 1), 10, 10);
Le zona dove non è definito il primo membro sono segnate in rosso
tracciare(t, {pm, sm, x<0, x>8}, {colore = rosso});
tracciare(t, P, {colore= verde, dimensione_punto = 8});
```

Wiris risolve le disequazioni razionali.

3 $\sqrt{1+x^2} = -\dfrac{4x+h}{5}$; $x = -\dfrac{40}{9}$. [$h = -5$]

$\text{eqirr} = \sqrt{1+x^2} = -\dfrac{4\cdot x+h}{5}$;

$x = -\dfrac{40}{9}$;

sol = risolvere(eqirr, h) → {{h=−5}}

h = sol_1(h) → −5

$\text{risolvere}\left(\sqrt{1+xv^2} = -\dfrac{4\cdot xv+h}{5},\ xv\right) \rightarrow \left\{\{xv=0\},\left\{xv=-\dfrac{40}{9}\right\}\right\}$

L'equazione può ammetere un'altra soluzione oltre a quella imposta

Le istruzioni per un grafico

t = tracciante(punto (2, 4), 20, 10);

tracciare(t, $\sqrt{1+xg^2}$, {colore = rosso});

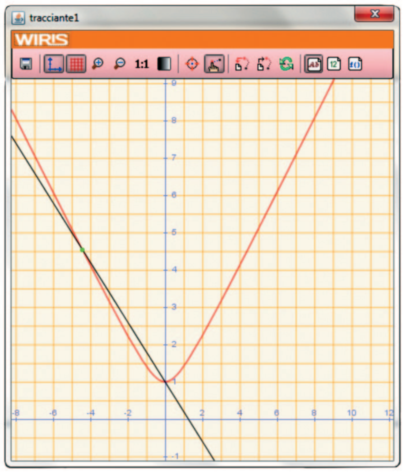
$\text{tracciare}\left(t,\ -\dfrac{4\cdot xg+h}{5},\ \{\text{colore = arancione}\}\right)$;

xdiP = soluz_2(xv) → $-\dfrac{40}{9}$

$\text{ydiP} = -\dfrac{4\cdot \text{xdiP}+h}{5} \rightarrow \dfrac{41}{9}$

$\text{P = punto(xdiP, ydiP)} \rightarrow \left(-\dfrac{40}{9},\dfrac{41}{9}\right)$

tracciare(t, P, {colore = verde, dimensioni_punto = 10});



Il grafico mostra che vi sono due soluzioni.

4 $\sqrt{hx+4} = x-1$; $x = 4+\sqrt{19}$. [$h = 6$]

eqirr = $\sqrt{h\cdot x+4}$ = x−1;

x = 4 + $\sqrt{19}$;

sol = risolvere(eqirr, h) → {{h=6}}

h = sol_1(h);

risolvere($\sqrt{6\cdot xv+4}$ = xv−1, xv) → {{xv=$\sqrt{19}$+4}}

Wiris ha scartato la soluzone x = 4 − $\sqrt{19}$

Alcuni grafici ottenuti facendo variare il parametro *h*

pmv = {□} → {□}

per h in [0..10..2] fare

  pm = $\sqrt{h\cdot x+4}$

  pmv = aggiungere(pmv, pm)

fine ;

pmv → {2, $\sqrt{2\cdot x+4}$, 2·$\sqrt{x+1}$, $\sqrt{6\cdot x+4}$, 2·$\sqrt{2\cdot x+1}$, $\sqrt{10\cdot x+4}$}

t = tracciante(punto (2, 4), 20, 10);

per i in [1..6] fare

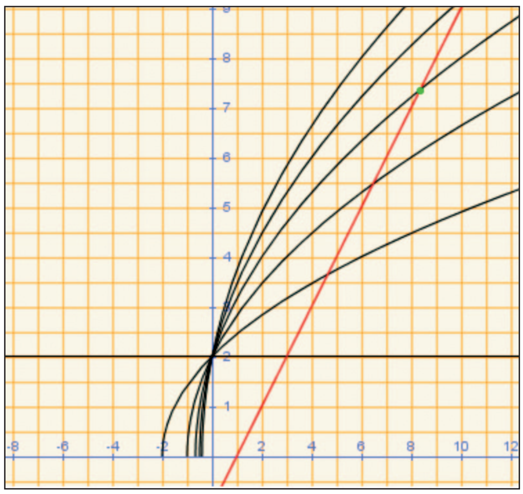
  tracciare(t, pmv_i)

fine ;

tracciare(t, x−1, {colore = rosso}) → tracciante1

P = punto(4 + $\sqrt{19}$, 4 + $\sqrt{19}$−1);

tracciare(t, P, {colore = verde, dimensioni_punto = 10});



I grafici sono tracciati per commentare in vario modo l'equazione irrazionale e le sue soluzioni.

5 Con Wiris trova le eventuali soluzioni dell'equazione irrazionale

$$\sqrt{3x+6} = \frac{1}{2}x - h$$

quando vengono assegnati al parametro h i seguenti valori: $-5,\ -\frac{5}{2},\ -1,\ -\frac{7}{3},\ \frac{7}{2}$.

Svolgi le verifiche delle soluzioni trovate.
Traccia poi un grafico in cui viene esclusa la parte di piano dove non è definito il primo membro e sono rappresentati gli andamenti del primo membro in verde e quello dei secondi membri con i valori di h riportati sopra in rosso.

SUGGERIMENTO Per ripetere i comandi per la sostituzione dei valori di h, per la soluzione delle varie equazioni e per tracciare i secondi membri dell'equazione, puoi usare l'istruzione iterativa di Wiris:

Per ... in [ ] fare

...

$\left[\nexists\, x \in \mathbb{R};\ x = 1 \text{ doppia},\ x = \frac{10}{3} \text{ e } x = -\frac{2}{3},\ x = -2 \text{ e } x = 10,\ x = 25\right]$

Un'equazione irrazionale con il parametro h

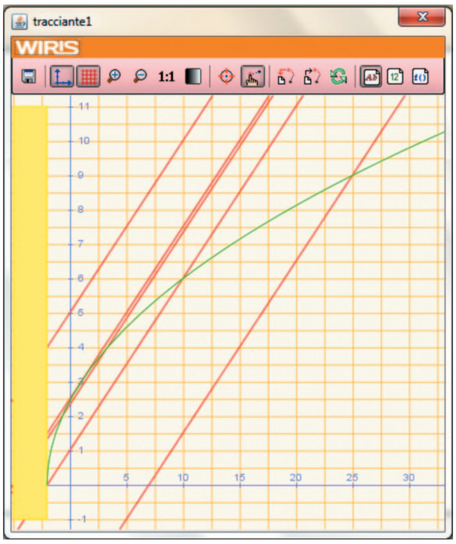
```
eqirr = √(3·x + 6) = 1/2·x − h;
ms = [□] → [nullo]
per h in [−5, −5/2, −7/3, −1, 7/2] fare
    eqirr = √(3·x + 6) = 1/2·x − h
    sol = risolvere(eqirr, x)
    ms = aggiungere(ms, [h, sol])
fine ;
```

$$ms \rightarrow \begin{pmatrix} -5 & \{\square\} \\ -\frac{5}{2} & \{\{x=1\}\} \\ -\frac{7}{3} & \left\{\left\{x=\frac{10}{3}\right\},\left\{x=-\frac{2}{3}\right\}\right\} \\ -1 & \{\{x=-2\},\{x=10\}\} \\ \frac{7}{2} & \{\{x=25\}\} \end{pmatrix}$$

Le varie istruzioni per il grafico

```
t = tracciante(punto (14, 5), 38, 12);
v = {□} → {□}
per h in [−5, −5/2, −7/3, −1, 7/2] fare
    sm = 1/2·x − h
    v = aggiungere(v, sm)
fine ;

per i in [1..5] fare
    tracciare (t, v_i, {colore = rosso})
fine ;
risolvere_disequazione(3·x + 6 <0 ) → x<−2
tracciare(t, x<−2, {colore = giallo});
tracciare (t, √(3·x + 6) ,{colore =verde});
```



Il segnale verde che si nota sul comando *risolvere* rimanda al messaggio, che compare in calce al blocco, dove Wiris dice che non riesce a risolvere l'equazione, ma noi sappiamo che il primo caso non ha soluzioni reali.