

MATEMATICA INTORNO A NOI

La rete di Sant'Antonio

Una catena di Sant'Antonio funziona così: devi inviare una somma di denaro a chi ti ha introdotto nello schema; da quel momento in poi, potrai reclutare nuovi amici, chiedendo loro di versarti la medesima somma per partecipare. Così facendo il tuo gruzzolo si moltiplicherà?

Perché la catena non funziona?



LA RISPOSTA

Un meccanismo quasi perfetto...

Come prima cosa spedisce cinque lettere (a Giorgio, Grazia, Giovanni, Gianna e Gino) e mandi 10 euro ciascuno ad Ada, Bruno, Carla, Davide ed Elio.

Poi non devi far altro che aspettare. I tuoi cinque amici (Giorgio e gli altri) dopo un po' ti manderanno 50 euro e spediranno 5 lettere ciascuno ad altri loro amici. In tutto saranno $25 (= 5^2)$ nuove lettere.

A loro volta questi 25 amici-degli-amici ti manderanno 250 euro e spediranno... Poi ci saranno gli amici-degli-amici-degli-amici e così via... fino agli amici-degli-amici-degli-amici-degli-amici-degli-amici-degli-amici.

Quanti soldi riceverai in tutto? 5 volte 10 euro dagli amici, 5^2 volte dagli amici-degli-amici, poi 5^3 , 5^4 e infine 5^5 . In tutto

$$(5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + 5^5) \cdot 10,$$

cioè 39 050 euro, grazie alla piccola generosità dei 3905 «amici-di-qualcuno».

Anche loro non devono far altro che aspettare il loro turno per ricevere altrettanti soldi!

Perché allora la catena non funziona?

Supponiamo che Ada sia la persona che comincia la catena. Al primo passo coinvolge 5 persone. Al secondo, 5^2 . Al terzo, 5^3 e così via: dopo n passi, sono coinvolte 5^n persone. Il numero di persone coinvolte è una funzione dei passi fatti ed è esattamente l'esponenziale in base 5 di n .

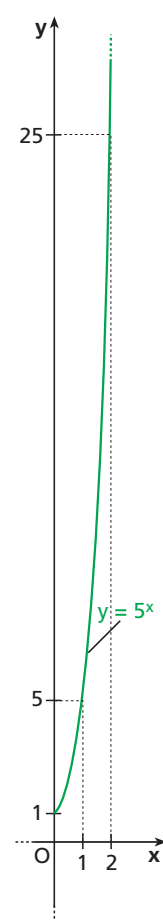
Ada riceve 39 050 euro quando al quinto passo ci sono 5^5 persone che spediscono lettere. A loro volta questi 5^5 riceveranno i loro soldi al decimo passo, quello che coinvolge 5^{10} persone. E questi 5^{10} naturalmente avranno i loro euro al passo che ne coinvolgerà 5^{15} . Basta una calcolatrice per scoprire che 5^{15} vale 30 517 578 125, cioè circa 5 volte l'attuale numero di abitanti della Terra!

Quindi, in soli nove passi si esaurisce la possibilità concreta di ricevere soldi. Già per quelli al decimo non è possibile averne, mai. L'esponenziale è una funzione che cresce molto velocemente e, così facendo, molto presto (dopo nove passi) il numero di persone potenzialmente coinvolte supera il numero degli abitanti della Terra.

Girano sempre gli stessi soldi

Un'alternativa è che le persone che sono già state coinvolte lo siano una seconda volta. Chi viene coinvolto di nuovo nella catena deve cominciare a restituire i soldi che ha ricevuto, ovvero la catena di Sant'Antonio fa girare sempre gli stessi soldi.

È proprio la velocità del meccanismo a far sì che dopo pochi passi servano troppe persone perché questo sia ancora conveniente per qualcuno. Infatti, il numero di persone coinvolte al passo n è 5^n e, come si vede nella figura, l'esponenziale di n con base 5 cresce molto velocemente. Lo stesso vale per ogni altra base più grande di 1.



Una catena di bontà

Perché le catene di Sant'Antonio si chiamano così? Negli anni Cinquanta del secolo scorso circolavano lettere nelle quali si chiedeva di recitare preghiere al Santo e si promettevano eventi fortunati se si fosse continuata la catena, disgrazie se la si fosse interrotta.

Sant'Antonio (raffigurato al centro del dipinto mentre fa parlare un neonato) è noto per le energie dedicate alla diffusione di atti d'amore e carità. Pensiamo per un attimo di far partire una catena ispirata ai principi del Santo e di chiedere che ognuno che riceva un gesto generoso lo restituisca a cinque nuove persone. Una catena così potrebbe funzionare, perché i gesti generosi non rispondono alle regole dell'economia e ciascuno di noi può farne più di quanti ne riceve.

