

MATEMATICA AL COMPUTER

Le funzioni

Data la funzione $f(x) = \sqrt{ax+b} - 2$, con $a \neq 0$, costruisci un foglio elettronico che, dopo aver letto i valori dei coefficienti a e b , stabilisca il dominio e determini le eventuali intersezioni con gli assi cartesiani del grafico corrispondente.

RISOLUZIONE

L'analisi del problema

Il dominio è dato dai valori di x per cui si ha $ax + b \geq 0$, ossia:

se $a > 0$, $x \geq -\frac{b}{a}$; se $a < 0$, $x \leq -\frac{b}{a}$.

Se $b \geq 0$, l'intersezione con l'asse y è in $(0; \sqrt{b} - 2)$, altrimenti non esiste.

Notiamo che l'intersezione con l'asse x esiste sempre e che si trova in $(\frac{4-b}{a}; 0)$.

La costruzione del foglio

- Apriamo il foglio elettronico e scriviamo i testi per indicare dove immettere i dati e dove leggere i risultati, come vediamo in figura.
- Controlliamo il coefficiente a , digitando in B5 la formula = SE(B4 = 0; "Il dato non è accettabile"; "").
- Per mostrare il dominio, digitiamo = SE(B4 > 0; "x ≥"; "x ≤") in A9 e = - B6/B4 in B9.
- Per indicare l'intersezione della funzione con l'asse x , digitiamo per l'ascissa = (4 - B6)/B4 in A12 e per l'ordinata 0 in B12.
- Determiniamo l'eventuale intersezione con l'asse y digitando per l'ascissa = SE(B6 < 0; "non esiste"; 0) in A15 e per l'ordinata = SE(B6 < 0; ""; RADQ(B6) - 2) in B15.
- Proviamo il foglio ponendo $a = -1$ e $b = 2$, digitando -1 in B4 e 2 in B6 (figura sopra).

	A	B
1	$f(x) = \text{RADQ}(a*x + b) - 2$	
2		
3	I valori dei coefficienti	
4	$a =$	-1,0000
5		
6	$b =$	2,0000
7		
8	Il dominio	
9	$x \leq$	2,0000
10		
11	L'intersezione con l'asse x	
12	-2,0000	0,0000
13		
14	L'intersezione con l'asse y	
15	0,0000	-0,5858

ESERCIZI IN PIÙ

Per ognuna delle seguenti funzioni opera come nell'esercitazione guidata.

1 $f(x) = a - \sqrt{x+b}$

3 $f(x) = ax^2 + bx + 1$

2 $f(x) = \frac{1}{ax^2 - b}$

4 $f(x) = a\sqrt{bx+3}$

Per ognuna delle seguenti funzioni determina, con l'aiuto del computer, i coefficienti a e b in modo che i punti C e D appartengano al grafico della funzione. Rappresenta tale grafico.

5 $f(x) = ax + b$, $C(-4; 2)$ e $D(-3; 5)$. [3, 14]

6 $f(x) = ax^2 - b$, $C(0; -4)$ e $D(1; -3)$. [1, -4]

7 $f(x) = ax^3 + b$, $C(-1; 0)$ e $D(2; 9)$. [-1, 8]

8 $f(x) = \frac{x+a}{x+b}$, $C(-2; 4)$ e $D(0; -2)$ [-2, 1]

9 $f(x) = \frac{2}{ax+b}$, $C(-2; -2)$ e $D(1; 1)$. [1, 1]

10 $f(x) = a - \sqrt{x+b}$, $C(0; 1)$ e $D(8; -1)$ [2, 1]

Per ognuna delle seguenti coppie di funzioni f e g costruisci con il computer due tabelle con tre colonne ciascuna. Prima tabella: alcuni valori di x , i corrispondenti valori di f e di $g \circ f$; seconda tabella: alcuni valori di x , i corrispondenti valori di g e di $f \circ g$. Traccia inoltre, in un riferimento cartesiano, i grafici di f e di $g \circ f$ e, in un altro, quelli di g e di $f \circ g$.

Funzioni definite da \mathbb{N} a \mathbb{N} .

11 $f: n \mapsto n^2, \quad g: n \mapsto n + 3.$

12 $f: n \mapsto n^3, \quad g: n \mapsto n^2 + 1.$

Funzioni definite da \mathbb{Z} a \mathbb{Z} .

13 $f: x \mapsto x - 1, \quad g: x \mapsto x^2 - 4.$

14 $f: x \mapsto x^3 - 8, \quad g: x \mapsto |2x - 2|.$

Funzioni definite da \mathbb{R} a \mathbb{R} .

15 $f: x \mapsto \frac{1}{4}x - 4, \quad g: x \mapsto \frac{2}{x - 1}.$

17 $f: x \mapsto \frac{x - 2}{4}, \quad g: x \mapsto \frac{x^2}{x^2 - 1}.$

16 $f: x \mapsto \sqrt{x^2 - 5x}, \quad g: x \mapsto 2x - 1.$

18 $f: x \mapsto x^3, \quad g: x \mapsto \frac{2}{5x - 4}.$

Funzioni definite rispettivamente da \mathbb{N} a \mathbb{N} e da \mathbb{N} a \mathbb{R} . Esamina solo la funzione composta $g \circ f$.

19 $f: n \mapsto n^2 + 1, \quad g: n \mapsto \frac{n}{n + 1}.$

20 $f: n \mapsto n^3 + 1, \quad g: n \mapsto \frac{1}{n + 4}.$

Per ognuna delle seguenti funzioni f realizza con il computer i grafici di f e della funzione inversa. Se necessario, opera delle opportune restrizioni del dominio di f . Evidenzia la simmetria dei due grafici rispetto alla bisettrice del primo quadrante.

21 $f: x \mapsto 2x + 2$

22 $f: x \mapsto x^2, \text{ con } x \geq 0.$

23 $f: x \mapsto \frac{1}{x^2}, \text{ con } x > 0.$

24 $f: x \mapsto \frac{1}{x - 2}, \text{ con } x \neq 2.$

25 $f: x \mapsto x^3$

26 $f: x \mapsto \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, \text{ con } x \neq 0.$