

## MATEMATICA E INDOVINELLI

# La strada per Camogli

Un celebre indovinello recita:

«Per la strada che porta a Camogli  
passava un uomo con sette mogli,  
Ogni moglie aveva sette sacchi,  
in ogni sacco sette gatti,  
ogni gatto sette gattini.  
Fra gatti, gattini, sacchi e mogli  
in quanti andavano a Camogli?»

Qual è la risposta all'indovinello?



## LA RISPOSTA

Dunque, 7 sono le mogli, 49 (cioè  $7 \cdot 7 = 7^2$ ) i sacchi, 343 (cioè  $7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^3$ ) i gatti, 2401 (cioè  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$ ) i gattini: abbiamo ottenuto i primi quattro termini di una progressione geometrica di ragione 7 e primo termine 7.

$S_4 = 7 + 7^2 + 7^3 + 7^4$ ; moltiplicando entrambi i membri per 7, abbiamo:  $7 \cdot S_4 = 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5$ .

Sottraendo membro a membro le due uguaglianze:  $7 \cdot S_4 - S_4 = 7^2 + 7^3 + 7^4 + 7^5 - 7 - 7^2 - 7^3 - 7^4$ .

Elidendo i termini opposti e raccogliendo:  $S_4 \cdot (7 - 1) = 7 \cdot (7^4 - 1)$ .

Da cui  $S_4 = 7 \cdot \frac{7^4 - 1}{7 - 1} = 7 \cdot \frac{2400}{6} = 2800$ .

In conclusione: fra gatti, gattini, sacchi e mogli, in 2800 andavano a Camogli! In realtà 2801, contando anche l'uomo.

Avremmo potuto ottenere in modo diretto la risposta applicando la formula che dà la somma dei primi  $n$  termini di una progressione geometrica:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

con, nel caso del nostro indovinello,  $n = 4$ ,  $a_1 = 7$  e  $q = 7$ .