MATEMATICA E FILOSOFIA
I paradossi di Zenone e le serie

Il concetto di infinito si presta a diversi paradossi. Nell'immagine puoi osservarne uno visivo di Maurits C. Escher. Già nel V secolo a.C. furono formulati paradossi da parte del filosofo greco Zenone di Elea.

Come possiamo matematizzare i paradossi di Zenone mediante le serie?

LA RISPOSTA

Zenone di Elea, filosofo greco del V secolo a.C., usava il paradosso come strumento retorico per dimostrare «a rigor di logica» le idee del suo maestro Parmenide, spesso in contraddizione col senso comune e l'esperienza. Se Parmenide voleva dimostrare che l'«Essere» è unico e immutabile, Zenone costruiva giochi logici per negare addirittura il movimento.

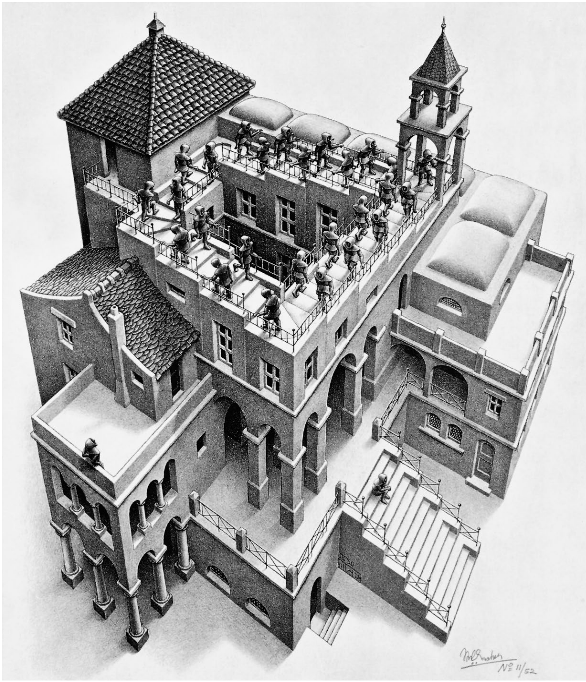
Nelle ipotesi di uno dei suoi paradossi diceva che per attraversare l'intera lunghezza di uno stadio bisogna prima percorrerne la metà, prima ancora un quarto, ancora prima un ottavo e così via. Zenone rappresentava quindi una distanza come una somma infinita di frazioni, o meglio, come la serie numerica formata dalle potenze di $\frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^n+\ldots=\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

Il paradosso di Zenone continuava sostenendo che era quindi impossibile percorrere in un tempo finito una quantità infinita di parti di spazio: ne sarebbe sempre e comunque rimasta una davanti a chi si fosse cimentato nell'impresa, qualunque fosse stata la distanza in oggetto.

A parole il ragionamento fila, ma, tenendo conto del passaggio al limite e della formula che ci permette di calcolare la somma della serie geometrica di ragione $\frac{1}{2}$, la serie che descrive gli infiniti spazi percorsi nello stadio ha per somma:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{2}}=1.$$



Nei suoi paradossi visivi, come *Salita e discesa*, Maurits C. Escher elabora, da artista, il concetto di infinito.

Il paradosso è quindi svelato. La distanza è finita anche «a rigor di logica» e quindi percorribile in un tempo finito, nonostante sia rappresentabile come somma di infiniti termini. Oltre al paradosso dello stadio, anche il paradosso di Achille e quello della freccia speculano sull'infinita divisibilità dello spazio; l'attenzione su questo tema è il motivo per cui molti matematici si sono interessati a Zenone di Elea.

ATTIVITÀ

Achille e la tartaruga

Interpreta mediante le serie numeriche il paradosso di Achille e la tartaruga e spiegalo. Se non ne conosci l'enunciato, cercalo online.