

MATEMATICA INTORNO A NOI

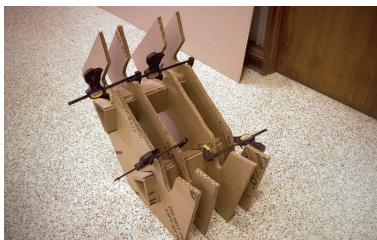
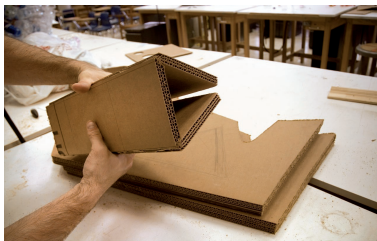
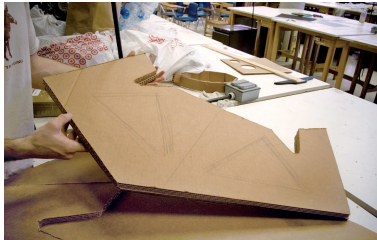
Una scatola in cartone

Ti trovi con un quadrato di cartone di dimensioni un metro per un metro e devi ricavarne un contenitore. Va benissimo che sia aperto sopra: non ti serve avere un coperchio. Però vuoi che sia il più grande possibile. Per realizzarlo, decidi di tagliare via i quattro angoli e di piegare il cartone per formare le facce laterali.

Come bisogna tagliare un quadrato di cartone per avere il contenitore più capiente di tutti?



LA RISPOSTA

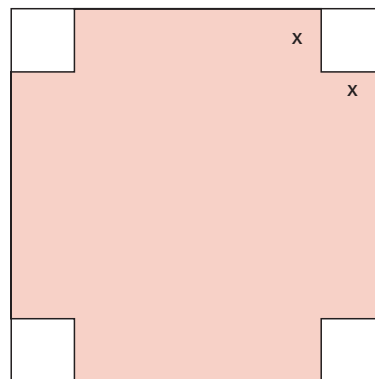


Un normale foglio di cartone può essere utilizzato per creare ogget-

ti di forme e dimensioni diverse, come quello della foto, o addirittura sedie e librerie... Anche un oggetto di cartone deve essere accuratamente progettato.

Immaginiamo di avere un foglio di cartone, diciamo un quadrato di un metro per un metro, e di aver bisogno di farne un contenitore aperto, senza coperchio.

Ci interessa scoprire come dobbiamo tagliare i quattro angoli.



Naturalmente, dagli angoli devono essere tolti dei quadrati, tutti uguali tra loro, altrimenti la scatola non ha le facce di altezza uguale. Se x è il lato dei quadrati che togliamo dagli angoli, la base della scatola sarà quadrata con il lato lungo $1 - 2x$, da cui si ricava il volume

$$V(x) = x(1 - 2x)^2.$$

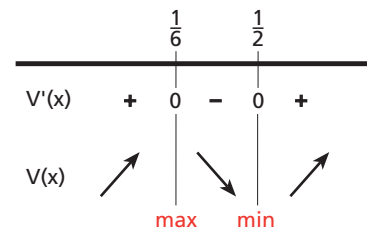
La domanda allora diventa: come dobbiamo scegliere x affinché il volume $V(x)$ sia massimo?

Per rispondere dobbiamo calcolare la derivata del volume

$V'(x) = 1 - 8x + 12x^2$
e trovare che si annulla in $x = \frac{1}{6}$
e in $x = \frac{1}{2}$.

Quale dei due è un massimo e quale un minimo?

Il segno della derivata è positivo a sinistra di $\frac{1}{6}$ e a destra di $\frac{1}{2}$ ed è negativo tra i due valori. Pertanto $\frac{1}{6}$ è un punto di massimo e $\frac{1}{2}$ è un punto di minimo.



Anche visualizzando il cartone, possiamo capire che $x = \frac{1}{2}$ porta a un minimo del volume: infatti, se tagliamo i quattro «angoli» a $\frac{1}{2}$ (mezzo metro nel nostro esempio), quello che stiamo facendo è dividere il quadrato in quattro, e non otteniamo nessun contenitore, poiché manca il fondo.

I pacchetti di Amazon

Per il Natale 2005, Amazon, il famoso portale che vende libri on line, ha commissionato alla matematica portoghese Sara Isabel Santos, dell'Università di Manchester, uno studio per contenere i costi di confezionamento ed evitare lo spreco di carta, scotch e nastro. È un problema simile a quello della scatola.

