MATEMATICA AL COMPUTER
La trigonometria

Scriviamo un programma nel linguaggio di Wiris che, letti il perimetro $2p$ e l'ampiezza dell'angolo alla base α di un triangolo isoscele, determini il lato obliquo l, la base b e l'area S del triangolo. Proviamo il programma con $2p = 12$ m e $\alpha = 34°20'54''$.

RISOLUZIONE

Analisi del problema
Iniziamo a costruire le formule che esprimono le grandezze da trovare (l, b e S) in funzione di quelle note ($2p$ e α). Per tale scopo ci serviamo di Wiris, lo attiviamo e in un primo blocco, come in figura, scriviamo le relazioni del perimetro $2p = 2l + b$ e dell'area $S = \frac{1}{2}bh$ del triangolo isoscele.

Le formule risolventi

$r1 = duep = b + 2 \cdot l;$

$r2 = S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h;$

$r3 = \cos(\alpha) = \frac{\frac{b}{2}}{l};$

$r4 = \sin(\alpha) = \frac{h}{l};$

$\text{risolvere}(\{r1, r3\}, \{b, l\}) \rightarrow \left\{\left\{b = \frac{duep \cdot \cos(\alpha)}{\cos(\alpha)+1}, l = \frac{duep}{2 \cdot \cos(\alpha)+2}\right\}\right\}$

$\text{risolvere}(r3, b) \rightarrow \{\{b = 2 \cdot l \cdot \cos(\alpha)\}\}$

$\text{risolvere}(r4, h) \rightarrow \{\{h = l \cdot \sin(\alpha)\}\}$

$\text{sostituire}(\text{sostituire}(r2, b, 2 \cdot l \cdot \cos(\alpha)), h, l \cdot \sin(\alpha)) \rightarrow S = l^2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$

Osservando il triangolo rettangolo formato da metà del triangolo isoscele, scriviamo la relazione trigonometrica che lega l'angolo alla base, il lato obliquo e la metà della base $\left(\cos\alpha = \frac{\frac{b}{2}}{l}\right)$ e quella che coinvolge l'altezza $\left(\sin\alpha = \frac{h}{l}\right)$.
Svolgiamo con Wiris i calcoli algebrici necessari per ottenere perimetro e area del triangolo.
Stabiliamo infine quali sono le limitazioni da dare all'angolo e al perimetro, per impedire che il programma vada in errore o dia dei risultati sbagliati. L'angolo alla base di un triangolo deve rispettare la condizione $0° < \alpha < 90°$ e la misura del perimetro deve essere espressa da un numero positivo $2p > 0$.

Costruzione del programma
Apriamo un nuovo blocco e, basandoci sull'analisi svolta, costruiamo il programma nel linguaggio di Wiris che risolve il problema, come vediamo in figura.
Osserviamo che il programma:

- chiede in ingresso la misura del perimetro e l'ampiezza dell'angolo, quest'ultima espressa nel sistema sessagesimale attraverso i gradi, i primi e i secondi che vengono assegnati alle grandezze g, p e s;
- stabilisce in 10 (intere + decimali) le cifre dei numeri decimali coinvolti nei calcoli;
- converte l'ampiezza dell'angolo dal sistema sessagesimale a quello sessadecimale;
- controlla i dati di ingresso prima del calcolo dei risultati per mezzo dello strumento *se allora altrimenti* preso dal menu *programmazione*,
  in caso di non accettabilità anche di un solo dato:
  esce con un messaggio opportuno;
  in caso contrario:
  - converte l'ampiezza dell'angolo in radianti,
  - calcola le misure del lato obliquo, della base e dell'area per mezzo delle formule prese dal blocco precedente con *Copia e Incolla* e inserite qui,

- riduce a 4 le cifre da mostrare nei risultati,
- inserisce in una matrice di dimensioni 3×5 i dati e i risultati.

```
La costruzione del programma
Tri_Iso(duep, g, p, s) := inizio
    precisione(10);
    αDD = g + p/60 + s/3600;
    se ((duep ≤ 0) ∨ (αDD ≤ 0) ∨ (αDD ≥ 90)) allora
        "Almeno un dato non è compatibile"
    altrimenti
        α = αDD · π/180;
        l = duep / (2·cos(α)+2);
        b = 2·l·cos(α);
        S = l^2·sin(α)·cos(α);
        precisione(4);
        ( "2p ="      duep     "#"  "l ="  l )
        ( "α in RAD = " α·1.0   "#"  "b ="  b )
        ( "α in DD = "  αDD·1.0 "#"  "S ="  S )
    fine
fine;
```

Esecuzioni del programma

Per eseguire un programma di Wiris dobbiamo scriverne il nome con i dati di ingresso fra parentesi tonde e fare clic sul pulsante *Calcola*.

Nel nostro caso dobbiamo inserire nell'ordine la misura del perimetro, poi i gradi, i primi e i secondi dell'ampiezza dell'angolo alla base α.

Il programma rimanda o un segnale di errore o una matrice contenente i dati: la misura del perimetro, l'ampiezza dell'angolo α, espressa sia nel sistema sessadecimale sia in radianti, e i risultati: le misure del lato obliquo, della base e dell'area.

```
Le esecuzioni del programma
Tri_Iso(12, 34, 20, 54) → ( 2p =        12      #  l =  3.287 )
                          ( α in RAD =  0.5995  #  b =  5.427 )
                          ( α in DD =   34.35   #  S =  5.032 )
Tri_Iso(12, 91, 0,0) → Almeno un dato non è compatibile
Tri_Iso(12, 60, 0,0) → ( 2p =        12      #  l =  4     )
                       ( α in RAD =  1.047   #  b =  4     )
                       ( α in DD =   60.     #  S =  4·√3  )
Tri_Iso(16, 53, 7,48) → ( 2p =        16      #  l =  5.    )
                        ( α in RAD =  0.9273  #  b =  6.    )
                        ( α in DD =   53.13   #  S =  12.   )
```

ESERCIZI IN PIÙ

Svolgi l'analisi di ognuno dei seguenti problemi. Da essa ricava un programma scritto nel linguaggio di programmazione di Wiris e applicalo nei casi richiesti.

1 In un triangolo isoscele, assegnate le misure del lato obliquo l e della base b, determina le misure dell'altezza h, dell'angolo al vertice α e dell'area S.
Prova il programma con $l = 10$ e $b = 12$, con $l = 10$ e $b = 22$, con $l = 10$ e $b = 10\sqrt{3}$.

[8, 73°44′24″, 48; il triangolo non si forma; 5, 120°, $25\sqrt{3}$]

2 In un triangolo rettangolo, lette le misure dell'ipotenusa c e del cateto b, calcola l'area S e le ampiezze degli angoli.
Prova il programma con $c = 20$ e $b = 10$, con $c = 10$ e $b = 11$, con $c = 25$ e $b = 7$.

[$50\sqrt{3}$, 30° e 60°; il triangolo non si forma; 84, 73°44′23″, 16°15′37″]

3 In un rettangolo, note le misure della base b e del perimetro $2p$, trova la misura della diagonale, l'ampiezza dell'angolo α, formato dalla base e dalla diagonale, e l'area S.
Prova il programma con $b = 2$ e $2p = 8$, con $b = 21$ e $2p = 40$, con $b = 168$ e $2p = 526$.

[$2\sqrt{2}$, 45°, 4; il rettangolo non si forma; 193, 29°29′14″, 15 960]

4 In un rombo, lette l'ampiezza dell'angolo α opposto alla diagonale minore e la differenza d delle diagonali, calcola la misura del lato.
Prova il programma con $\alpha = 20°0'57''$ e $d = 178$, con $\alpha = 60°$ e $d = 100$, con $\alpha = 91°$ e $d = 10$.

[149, un dato non è compatibile; 4,91]

5 In un triangolo ABC, date la misura del lato BC e le ampiezze degli angoli $B\widehat{A}C$ e $A\widehat{B}C$, calcola le misure dei lati AB e AC e l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{C}B$.
Prova il programma con $\overline{BC} = 1$, $B\widehat{A}C = 60°$ e $A\widehat{B}C = 70°$, con $\overline{BC} = 3$, $B\widehat{A}C = 90°$ e $A\widehat{B}C = 120°$, con $\overline{BC} = \sqrt{3}$, $B\widehat{A}C = 120°$ e $A\widehat{B}C = 30°$.

[1,08, 0,88, 50°; il triangolo non esiste; 1, 1, 30°]

6 In un triangolo ABC, note le misure dei lati AB e AC e l'ampiezza dell'angolo $A\widehat{C}B$, trova le misure del lato BC e le ampiezze degli angoli $B\widehat{A}C$ e $A\widehat{B}C$.
Prova il programma con $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 5$ e $A\widehat{C}B = 60°$, con $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 3$ e $A\widehat{C}B = 90°$, con $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 3$ e $A\widehat{C}B = 30°$.

[5,77, 31°18′23″, 88°41′37″; il triangolo non esiste;
93,56, 56°26′34″, 93°33′26″ e 2,67, 123°33′26″, 26°26′34″]

7 In un triangolo ABC, assegnate le misure dei lati $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$, determina le ampiezze degli angoli $A\widehat{C}B$, $A\widehat{B}C$ e $B\widehat{A}C$.
Prova il programma con $\overline{AB} = 13$, $\overline{AC} = 12$ e $\overline{BC} = 5$, con $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 4$ e $\overline{BC} = 3$, con $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 5$ e $\overline{BC} = 5\sqrt{3}$.

[90°, 67°22′48″, 22°37′12″; il triangolo non esiste; 30°, 30°, 120°]