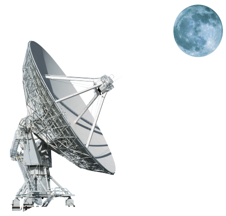
MATEMATICA INTORNO A NOI

Dalla Terra alla Luna



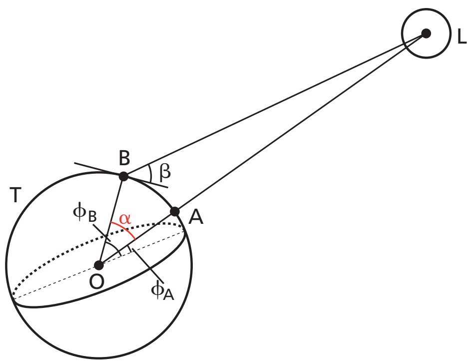
Per misurare la distanza tra la Terra e altri corpi celesti, si utilizzano radar in grado di emettere e ricaptare, al suo ritorno sulla Terra, un segnale che «rimbalza» sulla superficie del corpo.

Senza apparecchiature tecnologiche sofisticate, come si può, dalla Terra, stimare la distanza della Luna?

LA RISPOSTA

Lo schema del problema

Indichiamo con O il centro della Terra e con L il centro della Luna. Dobbiamo determinare la lunghezza di OL. Scegliamo sullo stesso meridiano due punti A e B di cui siano note le latitudini ϕ_A e ϕ_B; l'angolo al centro corrispondente misura $\alpha = \phi_B - \phi_A$. Quando la Luna passa allo zenit di uno dei due punti, per esempio A, misuriamo da B l'elevazione β della Luna sull'orizzonte, cioè l'angolo che la retta BL forma con il piano dell'orizzonte.



Con il teorema dei seni

Applichiamo il teorema dei seni al triangolo BOL, tenendo presente che conosciamo la misura del raggio terrestre $r = \overline{OB}$ e gli angoli α e β:

$$\frac{\overline{OB}}{\sin B\widehat{L}O} = \frac{\overline{OL}}{\sin O\widehat{B}L}.$$

Poiché $O\widehat{B}L = 90° + \beta$, possiamo ricavare

$$B\widehat{L}O = 180° - (\alpha + 90° + \beta) = 90° - (\alpha + \beta)$$

e trasformare la proporzione in un'altra equivalente:

$$\frac{\overline{OB}}{\sin[90° - (\alpha + \beta)]} = \frac{\overline{OL}}{\sin(90° + \beta)} \rightarrow$$

$$\frac{r}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\overline{OL}}{\cos\beta}.$$

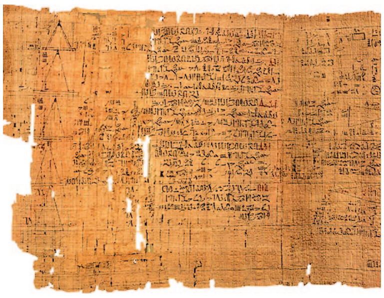
Risolvendo la proporzione otteniamo la distanza Terra-Luna:

$$\overline{OL} = r\frac{\cos\beta}{\cos(\alpha + \beta)}.$$

I calcoli degli astronomi

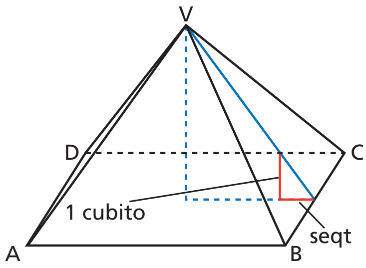
La Luna, in realtà, si muove attorno alla Terra su un'orbita ellittica, di cui la Terra occupa uno dei fuochi. Questo fatto implica che ci sono due punti caratteristici lungo l'orbita in cui la Luna può trovarsi rispetto alla Terra: l'*apogeo*, il punto di massima lontananza, e il *perigeo*, ovvero il punto di massima vicinanza. All'apogeo la Luna dista in media 405 696 km, al perigeo in media 363 104 km.

I primi passi della trigonometria



Il Papiro di Rhind è il più lungo testo egizio di matematica giunto fino a noi. Risale al 1650 circa a.C. ed è conservato al British Museum di Londra. Prende il nome dall'antiquario che lo acquistò a Luxor nel 1858 e contiene 84 problemi svolti di aritmetica, algebra e geometria.
Nel problema 56 del Papiro di Rhind si chiede di calcolare il *seqt* della faccia laterale di una piramide a base quadrata di altezza 250 cubiti e con lato di base 360 cubiti.

Il seqt, analogamente alla nostra cotangente, è la profondità, corrispondente all'elevazione di un cubito, misurata su una retta orizzontale sulla quale si inclina la retta di cui si vuole stimare la pendenza. Maggiore è l'angolo di inclinazione, minore sarà la misura del seqt.



Il *cubito*, pari circa ai nostri 30 centimetri, corrispondeva a 7 *palmi*, unità di misura con la quale il seqt veniva espresso.

La soluzione per la piramide proposta dal papiro è semplice:

- si calcola la lunghezza in cubiti di metà del lato di base,
$$\frac{360}{2} = 180;$$
- si divide per l'altezza, trovando il seqt in cubiti come somma di frazioni con numeratore 1,
$$\frac{180}{250} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50};$$
- per trovare il valore in palmi si moltiplica per 7,
$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{50}\right)\cdot 7 = 5 + \frac{1}{25}.$$