MATEMATICA E STORIA

Gallileo e il lancio dei tre dadi

Lanciamo tre dadi e sommiamo i punteggi ottenuti, analizzando quanti e quali sono i possibili risultati. Galileo affronta questo problema (Opere, t. XIV), e compila la seguente tabella.

1 3 6	10		9		8		7		6		5		4		3	
10	6 3 1	6	6 2 1	6	6 1 1	3	5 1 1	3	4 1 1	3	3 1 1	3	2 1 1	3	1 1 1	1
15	6 2 2	3	5 3 1	6	5 2 1	6	4 2 1	6	3 2 1	6	2 2 1	3		3		1
21	5 4 1	6	5 2 2	3	4 3 1	6	3 3 1	3	2 2 2	1		6				
25	5 3 2	6	4 4 1	3	4 2 2	3	3 2 2	3		10						
27 / 108	4 4 2	3	4 3 2	6	3 3 2	3		15								
	4 3 3	3	3 3 3	1		21										
108 / 216		27		25												

Essa mostra, fra l'altro, «il punto 10 e sotto di esso sei triplicità di numeri con i quali egli si può comporre». Inoltre, dato che la «triplicità 6. 3. 1 è composta di tre numeri diversi», essa dà luogo a «sei scoperte di dadi differenti», come segnala il valore «6» riportato accanto.

a. Considera la «triplicità 6. 3. 1» e, permutando, ricava l'elenco delle altre cinque «scoperte» differenti.

b. Considera le «triplicità» composte «di due numeri uguali e di un altro diverso»: a quante «scoperte di dadi differenti» dà luogo ciascuna di esse? E quelle composte di tre numeri uguali?

c. Quanti sono i casi possibili nel lancio di tre dadi?

d. Quanti sono i casi favorevoli, rispettivamente, ai punteggi 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10?

RISOLUZIONE

a. Le «scoperte di dadi differenti» considerate da Galileo rappresentano le permutazioni con cui i valori si possono presentare su tre dadi differenti (per esempio di colore diverso: rosso, blu e verde).
Così, permutando la «triplicità 6. 3. 1», otteniamo tutti i modi (le «scoperte») con cui il punteggio 10 (= 6 + 3 + 1) si può presentare.

Dado rosso	Dado blu	Dado verde
6	3	1
6	1	3
3	6	1
3	1	6
1	6	3
1	3	6

b. Le «triplicità» composte «di due numeri uguali e di un altro diverso» danno luogo a tre «scoperte di dadi differenti». Per esempio, dalla «triplicità» 6. 2. 2 otteniamo anche 2. 6. 2 e 2. 2. 6.
Nel caso di tre numeri uguali, avremo evidentemente una sola «scoperta». Per esempio, la «triplicità» 3. 3. 3 individua una sola «scoperta» (appunto, 3. 3. 3).

c. I casi possibili nel lancio di tre dadi sono 216, ottenuti considerando il terzo dado e accoppiando «ciascuna delle sue faccie» con le «36 scoperte delli altri due dadi».
Detto in altro modo: dalla tabella compilata da Galileo vediamo che ci sono

$$1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 25 + 27 = 108$$

modi («scoperte») per ottenere i punteggi da 3 a 10.
Ragionando in modo analogo, ci sono 108 modi per ottenere i punteggi da 11 a 18.
In totale ci sono 108 + 108 = 216 casi possibili nel lancio di tre dadi.

Copyright © 2017 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Graziella Barozzi e Anna Trifone

d. Il numero dei casi favorevoli (all'uscita di ogni punteggio) si legge nell'ultima riga della tabella, ciascuno ottenuto come somma degli altri valori presenti nelle rispettive colonne.

Il punteggio 3 si può ottenere in un modo solo,
il punteggio 4 si può ottenere in 3 modi,
il punteggio 5 si può ottenere in 6 modi,
il punteggio 6 si può ottenere in 10 modi,
il punteggio 7 si può ottenere in 15 modi,
il punteggio 8 si può ottenere in 21 modi,
il punteggio 9 si può ottenere in 25 modi,
il punteggio 10 si può ottenere in 27 modi.

ESERCIZIO IN PIÙ

Il gioco della zara

Il gioco della *zara*, assai diffuso nel Medioevo e nel Rinascimento, consisteva nello scommettere sul punteggio ottenuto lanciando tre dadi. Dei giocatori chiesero a Galileo la spiegazione di quello che avevano notato e cioè che uscivano più spesso i punteggi 10 e 11 rispetto a 9 e 12, benché ottenuti tutti attraverso sei «triplicità».

a. Estendi la tabella di Galileo riportata nella scheda sul libro, quindi rispondi alla domanda che gli hanno posto i giocatori.

b. Determina la differenza fra le probabilità di ottenere i punteggi 10 e 9 e quella fra le probabilità di ottenere 11 e 12. Dai risultati, ricava una riflessione sul numero delle partite disputate da quei giocatori...

Risoluzione

a. Ampliamo la tabella per ciascuno dei punteggi mancanti.

18		17		16		15		14		13		12		11	
666	1	665	3	664	3	663	3	662	3	661	3	651	6	641	6
				655	3	654	6	653	6	652	6	642	6	632	6
						555	1	644	3	643	6	633	3	551	3
								554	3	553	3	552	3	542	6
										544	3	543	6	533	3
												444	1	443	3
	1		3		6		10		15		21		25		27

Nota che il numero dei casi favorevoli all'uscita del punteggio 11 è 27, mentre quello dei casi favorevoli al punteggio 12 è 25. Quindi, nel lancio di tre dadi, la probabilità di ottenere 11 è uguale a quella di ottenere 10 e maggiore di quella di ottenere 9, che è uguale a quella di ottenere 12.
Precisiamo tuttavia che, nel testo originale, Galileo non si esprime in termini di probabilità.

b. La differenza fra la probabilità di ottenere il punteggio 10 e quella di ottenere il punteggio 9 è

$$\frac{27}{216} - \frac{25}{216} = \frac{2}{216} = \frac{1}{108} \simeq 0{,}009,$$

ed è uguale alla differenza fra le probabilità riguardanti i punteggi 11 e 12.

Questo porta a ragionare secondo la concezione statistica della probabilità e a riflettere su come, per osservare una significativa differenza fra le uscite dei punteggi 10 e 9 o fra le uscite dei punteggi 11 e 12, i giocatori abbiano presumibilmente dovuto giocare e registrare un numero «impressionante» di partite. Supponiamo, per esempio, che abbiano lanciato 1000 volte i tre dadi. In questo caso potremmo attenderci una differenza minore di dieci fra le uscite dei punteggi 10 o 11 e le uscite dei punteggi 9 o 12, infatti:

$$1000 \cdot \frac{27}{216} = 125 \text{ (punteggi 10 o 11)}, \; 1000 \cdot \frac{25}{216} \simeq 116 \text{ (punteggi 9 o 12)}.$$

Copyright © 2017 Zanichelli editore S.p.A., Bologna