

In questo svolgimento usiamo una calcolatrice grafica Casio. Nell'eBook e nel sito del libro trovi anche la versione con una calcolatrice grafica Texas Instruments.

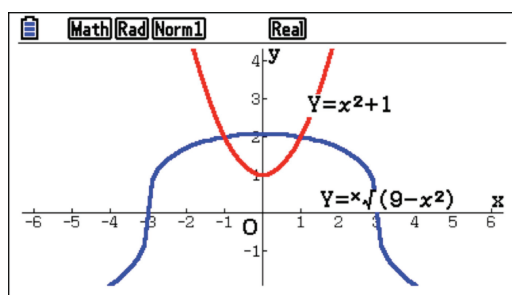
Una disequazione irrazionale

Risolviamo la seguente disequazione irrazionale: $\sqrt[3]{9-x^2} \geq x^2 + 1$.

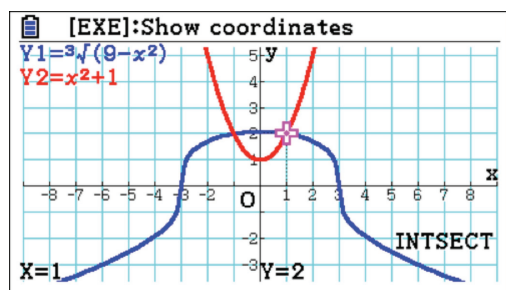
► Metodo 1.

Risolvere la disequazione significa determinare tutti i valori di x per i quali il grafico di $\sqrt[3]{9-x^2}$ sta al di sopra o interseca il grafico di $x^2 + 1$.

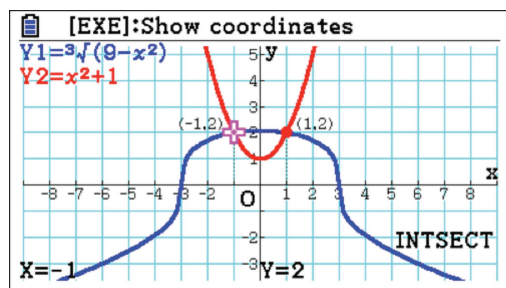
Inseriamo nell'ambiente grafico della calcolatrice le due funzioni.



I grafici si intersecano in due punti; per trovare le loro coordinate ricorriamo ai comandi $G\text{-Solve} \rightarrow \text{Intsect}$. Troviamo il punto $(1; 2)$.



Spostandoci con il cursore, troviamo l'altro punto di intersezione: $(-1; 2)$.

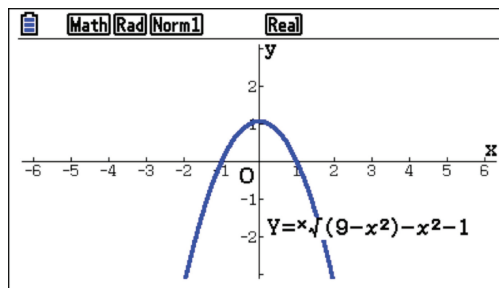


Quindi il grafico di $\sqrt[3]{9-x^2}$ interseca quello di $x^2 + 1$ in $x = -1$ e $x = 1$. Per $-1 < x < 1$, osserviamo invece che $\sqrt[3]{9-x^2} > x^2 + 1$.

Perciò $\sqrt[3]{9-x^2} \geq x^2 + 1$ nell'intervallo $-1 \leq x \leq 1$.

► Metodo 2.

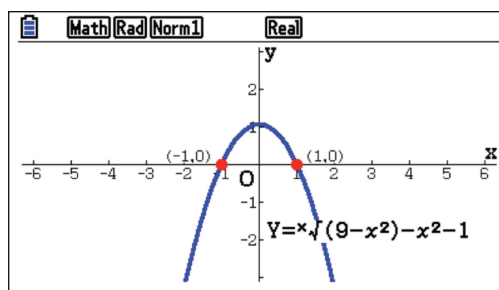
La disequazione $\sqrt[3]{9-x^2} \geq x^2 + 1$ è equivalente a $\sqrt[3]{9-x^2} - x^2 - 1 \geq 0$. Determiniamo dunque tutti i valori di x per i quali il grafico di $\sqrt[3]{9-x^2} - x^2 - 1$ sta al di sopra o interseca l'asse delle ascisse. Inseriamo nell'ambiente grafico della calcolatrice la funzione.



Determiniamo ora gli zeri della funzione, cioè le ascisse dei punti di intersezione del grafico con l'asse x . A tale scopo è possibile utilizzare il comando $G\text{-Solve}$ seguito dal comando $Root$.

Anche in questo caso, spostandoci con il cursore troviamo entrambe le intersezioni.

Otteniamo:



Dunque troviamo lo stesso risultato di prima:

$$\sqrt[3]{9-x^2} - x^2 - 1 \geq 0 \text{ per } -1 \leq x \leq 1.$$