

In questo svolgimento usiamo una calcolatrice grafica Casio. Nell'eBook e nel sito del libro trovi anche la versione con una calcolatrice grafica Texas Instruments.

Un problema di minimo

Una ditta deve produrre delle lattine cilindriche che contengano 300 mL di bibita. Quali devono essere le dimensioni della lattina in modo da utilizzare la minima quantità di alluminio?

Un problema di minimo.

Possiamo supporre che la lattina abbia la forma di un cilindro circolare retto, come è usuale.

Indichiamo con h l'altezza del cilindro e con r il raggio di base, espressi entrambi in centimetri.

Dobbiamo trovare i valori di r e h che minimizzano la superficie totale S mantenendo fisso il volume di 300 cm³ (ricordiamo che 1 cm³ = 1 mL).

In altre parole dobbiamo minimizzare

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi rh,$$

con la condizione che $\pi r^2 h = 300$.

Dall'ultima relazione ricaviamo $h = \frac{300}{\pi r^2}$.

Sostituiamo questa espressione al posto di h nella superficie totale S .

Otteniamo:

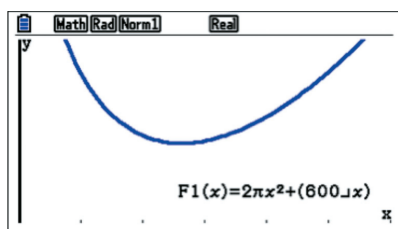
$$S = 2\pi r^2 + \frac{600}{r}.$$

Dobbiamo dunque studiare l'andamento della funzione

$$f(x) = 2\pi x^2 + \frac{600}{x}.$$

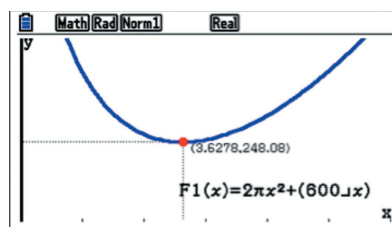
Inseriamo la funzione nell'ambiente grafico.

Dezoomiamo lo schermo per visualizzare una parte maggiore di grafico e concentriamoci solo sul I quadrante.



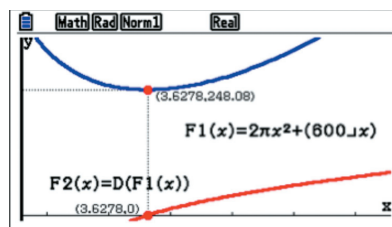
La curva presenta un minimo nell'intervallo considerato.

Per individuare le coordinate del punto di minimo possiamo utilizzare in successione i tasti F5 + F3.



L'ascissa del minimo vale circa 3,63.

Possiamo anche inserire il grafico della derivata prima, dopo aver modificato la finestra di visualizzazione in modo che risulti visibile l'asse delle ascisse. Possiamo in tal modo verificare che, in corrispondenza del minimo, la derivata prima si annulla.



Concludiamo che la quantità di alluminio è minima quando il raggio di base vale circa 3,63 cm.