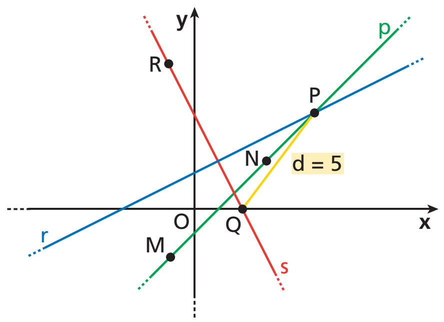
MATEMATICA AL COMPUTER
La retta

Con un software di geometria dinamica determiniamo la misura d del segmento PQ, sapendo che:

- il punto P è l'intersezione fra la retta r, di equazione $x - 2y + 3 = 0$, e la retta p, passante per i punti $M(-1; -2)$ e $N(3; 2)$;
- il punto Q è l'intersezione con l'asse x della retta s, perpendicolare alla retta r e passante per il punto $R(-1; 6)$.

RISOLUZIONE

- Con un software di geometria dinamica immettiamo i dati del problema, cioè l'equazione della retta r e le coordinate dei punti M, N e R, ottenendo contemporaneamente la loro rappresentazione geometrica, come in figura.
- Impieghiamo sui punti M e N, lo strumento per ricavare l'equazione e il grafico della retta p, passante per M e N.
- Applichiamo al punto R e alla retta r lo strumento per ricavare la retta s, perpendicolare a r e passante per R.
- Usiamo sulle rette p e r lo strumento per ottenere le coordinate del punto di intersezione P, e poi facciamo lo stesso sulla retta s e sull'asse x, per ottenere quelle del punto Q.
- Applichiamo a P e a Q lo strumento che consente di evidenziare nel grafico il segmento PQ e ottenere la sua misura, $d = 5$.



ESERCIZI IN PIÙ

Risolvi con il computer i seguenti problemi.

1 Determina le coordinate dei vertici B e C del triangolo isoscele BCV, di vertice $V(4; 0)$ e di area 5, sapendo che la retta BC ha equazione $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$. $[B(1; 1), C(5; 3)]$

2 Determina l'equazione della retta r (la retta di Eulero) passante per il baricentro e per il circocentro del triangolo ABC, i cui vertici hanno coordinate $A(-1; 2)$, $B(-2; -2)$ e $C(3; 4)$ e controlla che r passi per l'ortocentro. $[y = -0,81\ldots x + 1,33\ldots]$

3 Trova le equazioni delle bisettrici e le coordinate dell'incentro del triangolo i cui vertici hanno coordinate $A(1; 1)$, $B(-2; 4)$, $C(-3; -3)$. $[y = 1;\ y = -3x - 2;\ y = 2x + 3;\ (-1; 1)]$

4 Determina le coordinate dei vertici del rettangolo $ABCD$, sapendo che la diagonale AC misura 10, il punto medio M di AC ha coordinate $(2; 2)$ e il lato BC ha equazione $y = -3x + 23$. $[A(-2; -1), B(7; 2), C(6; 5), D(-3; 2)]$

5 Determina l'equazione della retta p passante per il punto $P(-1; 1)$ e perpendicolare alla retta r, passante per i punti $Q(-1; 3)$ e $R(2; -3)$. Traccia poi il grafico delle rette e dei punti, corredato da didascalie. $\left[y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}\right]$

6 Trova il punto P, estremo del segmento PQ, sapendo che:

- il punto Q è l'intersezione fra la retta p di equazione $y = \frac{1}{2}x + 6$ e la retta s passante per $S(1; -1)$ e perpendicolare a p;
- il punto M, punto medio di PQ, è l'intersezione con l'asse x della retta r di equazione $y = -\frac{4}{5}x + 2$.

Traccia poi il grafico relativo al problema. [$P(7; -5)$]

7 Determina le coordinate dei vertici A e B e l'area del triangolo ABC, noti il vertice $C(6; 4)$ e le rette di equazioni $x + 3y - 5 = 0$ e $7x + 2y - 24 = 0$, sulle quali stanno rispettivamente le altezze AH e BK del triangolo. [$A(-1; 2)$, $B(4; -2)$; $S = 19$]

8 Determina le equazioni delle mediane e le coordinate del baricentro del triangolo ABC, i cui lati stanno sulle rette di equazioni: AB: $y = -x + 2$, AC: $y = \frac{6}{5}x - \frac{1}{5}$, BC: $y = \frac{3}{8}x - \frac{23}{16}$.

$\left[y = \frac{9}{13}x - \frac{25}{26}; y = -\frac{1}{2}; y = \frac{9}{2}x - \frac{7}{2}; \left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{2}\right)\right]$

9 Determina le equazioni degli assi e le coordinate del circocentro del triangolo ABC, i cui vertici hanno coordinate: $A(-1; 5)$, $B(3; -3)$, $C(0; -3)$. $\left[y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}; y = \frac{1}{8}x + \frac{17}{16}; x = \frac{3}{2}; \left(\frac{3}{2}; \frac{5}{4}\right)\right]$

10 Determina le equazioni delle altezze e le coordinate dell'ortocentro del triangolo ABC, i cui vertici hanno coordinate: $A(1; -2)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -4)$.

$\left[y = -\frac{3}{7}x - \frac{11}{7}; y = -x + 5; y = -\frac{1}{5}x - \frac{21}{5}; \left(\frac{23}{2}; -\frac{13}{2}\right)\right]$

11 Trova le equazioni delle bisettrici e le coordinate dell'incentro del triangolo i cui lati stanno sulle rette di equazioni: $y = -\frac{5}{2}x + 8$, $y = \frac{2}{5}x + 1$, $y = \frac{5}{2}x + 1$. $\left[y = x + 1; x = \frac{7}{5}; y = -\frac{3}{7}x + 3; \left(\frac{7}{5}; \frac{12}{5}\right)\right]$

12 Trova le coordinate del punto P appartenente alla retta $y = -2x + 1$ e distante $\sqrt{5}$ dal punto $D(-2; 1)$.

$\left[P(-1; 3) \vee P\left(\frac{1}{5}; \frac{3}{5}\right)\right]$

13 Trova le coordinate del vertice C del triangolo ABC, sapendo che i lati AB e AC stanno rispettivamente sulle rette di equazioni $y = 2x - 2$ e $y = -x + 1$, l'ascissa di B vale 4 e l'area del triangolo vale 9.

[$C(3; -2) \vee C(-1; 2)$]

14 Determina l'equazione della retta passante per $S(1; 1)$ e distante $\frac{\sqrt{2}}{2}$ da $R(2; 3)$. [$y = x \vee y = 7x - 6$]

15 Determina le coordinate dei vertici del triangolo ABC, note le equazioni delle rette $y = 5x - 7$ e $y = x - 3$, che contengono rispettivamente i lati AB e AC, la misura $\sqrt{58}$ del lato BC e le coordinate $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ del punto medio M del lato BC. [$A(1; -2)$, $B(2; 3)$, $C(-1; -4)$]

16 Determina le coordinate dei vertici del rettangolo $ABCD$, sapendo che la diagonale AC appartiene alla retta di equazione $y = \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$, il punto medio M di AC ha coordinate $(-2; -1)$, il lato BC appartiene alla retta di equazione $y = -x + 4$. [$A(-5; -5)$, $B(2; 2)$, $C(1; 3)$, $D(-6; -4)$]

17 Determina la distanza del punto P dal punto Q, sapendo che P è l'intersezione fra la retta r di equazione $y = x + 3$ e la retta s di equazione $y = -2x - 3$ e Q l'intersezione fra la retta t di equazione $y = 9$ e la retta z, che passa per $A(-6; -1)$ ed è parallela a r. [$\overline{PQ} = 10$]

18 Determina le coordinate dell'estremo P del segmento PQ, sapendo che l'altro estremo Q ha coordinate $(3; -4)$ e che il punto medio M di PQ è il punto di intersezione fra la retta u di equazione $y = -x + 1$ e la retta v, che passa per $S(3; 0)$ ed è perpendicolare alla retta r di equazione $y = \frac{1}{2}x$. [$P(7; -4)$]

19 Determina le coordinate dell'estremo B del segmento AB, sapendo che:

- il suo punto medio M è il punto di intersezione fra la retta u di equazione $y=-x+1$ e la retta v, che passa per $P(0;3)$ ed è parallela alla retta r di equazione $y=-2x$;
- l'altro estremo A ha coordinate $(-2;-3)$. [$B(6;1)$]

20 Trova l'equazione della retta r passante per $P(1;-2)$ e parallela alla retta s, che passa per $A(1;4)$ e per B, punto di intersezione fra le rette u di equazione $y=-x+2$ e v di equazione $y=x-4$. $\left[r\colon y=-\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}\right]$

21 Trova l'equazione della retta r, sapendo che:

- passa per il punto P, intersezione fra la retta u di equazione $y=x+1$ e la retta v, che passa per $V(0;7)$ ed è perpendicolare alla retta s di equazione $y=\frac{1}{2}x$;
- è parallela alla retta s. $\left[r\colon y=\frac{1}{2}x+2\right]$

22 Trova la distanza fra le rette parallele r e s, sapendo che r passa per $A(0;5)$ e per B, punto di intersezione fra le rette u di equazione $y=-x-1$ e v di equazione $x=-2$, e che s passa per l'origine. [$d=\sqrt{5}$]

23 Trova due punti, B e C, sull'asse x, sapendo che la loro distanza dal punto $A(-2;0)$ è doppia rispetto alla loro distanza dal punto $P\left(\frac{9}{2};2\right)$. $\left[B(3;0),\ C\left(\frac{31}{3};0\right)\right]$

24 L'ascissa di due punti, D ed E, è 2. Determina le loro ordinate, sapendo che distano $2\sqrt{2}$ dalla retta r di equazione $y=-x+4$. [$D(2;-2)$, $E(2;6)$]

25 L'ordinata di due punti, F e G, è 7. Determina le loro ascisse, sapendo che distano $\sqrt{41}$ dal punto $U(3;2)$. [$F(-1;7)$, $G(7;7)$]

26 Determina le coordinate del vertice P del triangolo PQR, conoscendo le coordinate del vertice $Q(2;7)$ e di $M(-1;3)$, punto medio del lato QR, e sapendo che la misura del lato RP è 10 e la retta del lato QP ha equazione $y=-x+9$. [$P(4;5)$]

27 Trova l'area del triangolo ABC, i cui vertici hanno coordinate $A(-2;0)$, $B(4;0)$, $C(2;5)$. [$S=15$]

28 Trova l'area del triangolo PQR, i cui vertici hanno coordinate $P(2;4)$, $Q(-4;3)$, $R(-2;-3)$. [$S=19$]

29 Trova l'area del triangolo ABC, i cui lati hanno equazioni AB: $y=2x-1$, AC: $y=-x+2$, BC: $y=\frac{1}{2}x+\frac{7}{2}$. [$S=6$]

30 Determina le coordinate del vertice C di un triangolo isoscele, sapendo che l'area S è 12 e che la base ha estremi nei punti $A(-2;3)$ e $B(2;-1)$. [$C_1(-3;-2)$, $C_2(3;4)$]

31 Trova le coordinate di un punto C, sapendo che si trova sull'asse y, che l'area del triangolo ABC è 3 e che le coordinate dei vertici A e B sono $A(-2;1)$ e $B(2;-2)$. [$C_1(0;-2)$, $C_2(0;1)$]

32 Trova le coordinate di un punto Q, sapendo che si trova sulla retta r di equazione $y=2x-1$, che l'area del triangolo PQR è $\frac{7}{4}$ e che le coordinate degli altri due vertici del triangolo sono $P(0;2)$ e $R\left(-\frac{3}{2};0\right)$. [$Q_1(1;1)$, $Q_2(8;15)$]

I fasci di rette

Nei seguenti fasci di rette, trova con l'aiuto del computer l'eventuale centro *C* e determina le rette, attraverso il valore del parametro *k*, che soddisfano le condizioni indicate. Verifica poi che esse soddisfano le proprietà imposte. Tracciane il grafico.

33 $y = kx - 2k + 4$;

a. parallela all'asse x;

b. formanti con gli assi cartesiani un triangolo di area 18;

c. formanti con gli assi cartesiani un triangolo isoscele.

[$C(2; 4)$; a) $k = 0$: $y = 4$; b) $k = -1$: $y = -x + 6$; $k = -4$: $y = -4x + 12$; c) $k = -1$: $y = -x + 6$; $k = 1$: $y = x + 2$]

34 $y = (k+1)x - 4k + 2$;

a. passante per il punto $P(\sqrt{2}; 2\sqrt{2} - 2)$;

b. passante per il punto $(4; 6)$;

c. parallela alla retta $y = \frac{5}{2}x - 1$;

d. formanti con gli assi cartesiani un triangolo di area 50.

$\left[C(4; 6);\text{ a) } k = 1: y = 2x - 2;\text{ b) infinite; c) } k = \frac{3}{2}: y = \frac{5}{2}x - 4;\right.$
$\left.\text{d) } k = -2: y = -x + 10; k = 8: y = 9x - 30; k = -\frac{3}{4}: y = \frac{1}{4}x + 5;\ k = -\frac{13}{4}: y = -\frac{9}{4}x + 15\right]$

35 $kx + (k+1)y - 2k + 2 = 0$;

a. parallela all'asse y;

b. distante $\frac{\sqrt{10}}{5}$ dall'origine;

c. distante $2\sqrt{5}$ dall'origine;

d. distante 5 dall'origine.

$\left[C(4; -2);\text{ a) } k = -1: x = 4;\text{ b) } k = \frac{1}{2}: x + 3y + 2 = 0;\ k = \frac{9}{4}: 9x + 13y - 10 = 0;\right.$
$\left.\text{c) } k = -\frac{2}{3}: 2x - y - 10 = 0;\text{ d) } \nexists k \in \mathbb{R}\right]$

36 $x + (2k-1)y + k - 4 = 0$;

a. parallela all'asse y;

b. passante per il punto $G\left(\frac{2\sqrt{2} - 1}{2}; -2\right)$;

c. perpendicolare alla retta $y = -x$;

d. perpendicolare alla retta $y = 2x$;

(SUGGERIMENTO Tieni presente che per vedere graficamente la perpendicolarità fra due rette in un sistema di riferimento cartesiano è necessario che esso sia monometrico.)

$\left[C\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right);\text{ a) } k = \frac{1}{2}: x = \frac{7}{2};\text{ b) } k = \frac{2\sqrt{2} - 5}{6}: 6x + 4(\sqrt{2} - 4)y + 2\sqrt{2} - 29 = 0;\right.$
$\left.\text{c) } k = 0: x - y - 4 = 0;\text{ d) } k = \frac{3}{2}: 2x + 4y - 5 = 0\right]$

37 $x - 2y + 2k - 2 = 0$;

a. passante per l'origine;

b. passante per il punto $E(-2; 2)$;

c. distanti $2\sqrt{5}$ dal punto E;

[Non esiste il centro; a) $k = 1$: $x - 2y = 0$; b) $k = 4$: $x - 2y + 6 = 0$; c) $k = -1$: $x - 2y - 4 = 0$; $k = 9$: $x - 2y + 16 = 0$]

38 $x + y + k - 4 = 0$;

a. formanti con gli assi cartesiani un triangolo di area 8;

b. formanti con la retta $2x - y = 0$ e l'asse y un triangolo di area $\frac{25}{6}$;

c. intersecanti il segmento di estremi $A(2; 1)$ e $B(5; 0)$.

[Non esiste il centro; a) $k = 0$: $x + y - 4 = 0$; $k = 8$: $x + y + 4 = 0$; b) $k = -1$: $x + y - 5 = 0$; $k = 9$: $x + y + 5 = 0$; c) $-1 \leq k \leq 1$]