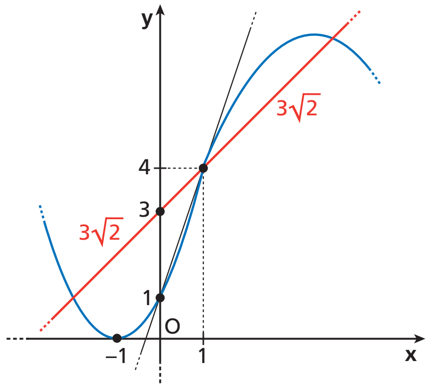
MATEMATICA AL COMPUTER
La parabola

Con l'aiuto di Wiris troviamo le parabole che, al variare di k nell'equazione $y = (k+3)x^2 - kx + 1$, individuano sulla retta $y = x + 3$ una corda lunga $3\sqrt{2}$. Tracciamo poi il grafico di tutto.



RISOLUZIONE

- Attiviamo un blocco di Wiris e scriviamo il testo del problema.
- Assegniamo quindi l'equazione delle parabole in funzione di k alla variabile *fp*.
- Apriamo il modello del sistema a due equazioni per inserirvi l'equazione delle parabole e quella della retta.
- Facciamo clic sul pulsante *Calcola* e troviamo, in funzione di k, le coordinate dei punti di intersezione fra le parabole e la retta
- Esprimiamo la lunghezza delle corde inserendo nella formula della distanza fra due punti le coordinate dei loro estremi.
- Impostiamo e risolviamo l'equazione ottenuta uguagliando l'espressione in k a $3\sqrt{2}$.
- Sostituiamo nell'equazione i due valori trovati di k, mettendo in evidenza le equazioni delle parabole che soddisfano l'ipotesi del problema.

Con l'aiuto di Wiris troviamo le parabole che, al variare di k nell'equazione $y = (k+3)\,x^2 - k\,x + 1$, individuano sulla retta $y = x + 3$ una corda lunga $3\sqrt{2}$.

$$\text{fp} = y = (k+3)\cdot x^2 - k\cdot x + 1;$$

$$\text{risolvere}\left(\begin{cases}\text{fp}\\ y = x+3\end{cases}, \{x, y\}\right) \rightarrow \left\{\left\{x = \frac{-2}{k+3}, y = \frac{3\cdot k+7}{k+3}\right\}, \{x=1, y=4\}\right\}$$

$$d = \sqrt{\left(\frac{-2}{k+3} - 1\right)^2 + \left(\frac{3\cdot k+7}{k+3} - 4\right)^2};$$

$$\text{risolvere}(d = 3\cdot\sqrt{2}, k) \rightarrow \left\{\{k=-2\}, \left\{k = -\frac{7}{2}\right\}\right\}$$

$$\text{p1} = \text{sostituire}(\text{fp}, k, -2) \rightarrow y = x^2 + 2\cdot x + 1$$

$$\text{p2} = \text{sostituire}\left(\text{fp}, k, -\frac{7}{2}\right) \rightarrow y = -\frac{1}{2}\cdot x^2 + \frac{7}{2}\cdot x + 1$$

- Per verifica calcoliamo la lunghezza delle corde che la retta data stacca sulle due parabole trovate.
- Mettiamo a sistema le equazioni della prima parabola trovata e della retta.
- Osserviamo come Wiris ci dà le soluzioni di un sistema e quale sintassi dobbiamo usare per estrarre i valori numerici e inserirli nella formula della distanza di due punti.
- Operiamo similmente per la seconda parabola.

Le verifiche

$$\text{solu} = \text{risolvere}\begin{cases}\text{p1}\\ y = x+3\end{cases} \rightarrow \{\{x=-2, y=1\}, \{x=1, y=4\}\}$$

$$\sqrt{(\text{solu}_1 x - \text{solu}_2 x)^2 + (\text{solu}_1 y - \text{solu}_2 y)^2} \rightarrow 3\cdot\sqrt{2}$$

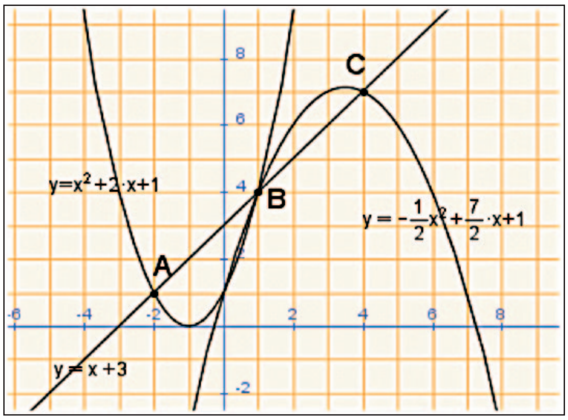
$$\text{sold} = \text{risolvere}\begin{cases}\text{p2}\\ y = x+3\end{cases} \rightarrow \{\{x=1, y=4\}, \{x=4, y=7\}\}$$

$$\sqrt{(\text{sold}_1 x - \text{sold}_2 x)^2 + (\text{sold}_1 y - \text{sold}_2 y)^2} \rightarrow 3\cdot\sqrt{2}$$

Copyright © 2016 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Graziella Barozzi e Anna Trifone

- Scriviamo infine le istruzioni necessarie per ottenere il grafico dell'ultima figura.

```
tracciare({y=x²+2·x+1, y = −(1/2)x²+(7/2)·x+1, y = x +3});
tracciare({punto(−2, 1), punto(1, 4), punto(4, 7)});
scrivere("A", punto(−2, 1.50), {dimensione_tipo_carattere = 18});
scrivere("B", punto(1.25, 3.50), {dimensione_tipo_carattere = 18});
scrivere("C", punto(3.50, 7.50), {dimensione_tipo_carattere = 18});
scrivere("y=x²+2·x+1", punto(−5, 4) );
scrivere("y = −(1/2)x²+(7/2)·x+1", punto(4, 3) );
scrivere(" y = x +3", punto(−5,−1.50) );
```



ESERCIZI IN PIÙ

Usa Wiris per risolvere i seguenti problemi, per verificare le soluzioni trovate e per tracciare i grafici dei dati e dei risultati parziali e finali, anche aggiungendo delle didascalie.

1 Trova l'equazione della parabola passante per i vertici A, B e C del triangolo i cui lati hanno equazioni: AB: $y = 5x - 11$, AC: $y = -3x - 3$ e BC: $y = x + 9$. $[y = x^2 - x - 6]$

2 Trova l'equazione della parabola passante per P e avente il vertice in V, dove P è un punto della retta r di equazione $y = x + 8$, che appartiene al primo quadrante e che dista $2\sqrt{26}$ dall'origine, e V è anche il vertice del triangolo isoscele, con base di estremi $A(4; 0)$ e $B\left(\frac{36}{5}; -\frac{32}{5}\right)$ e di area $S = \frac{192}{5}$, che si trova nel terzo quadrante. $\left[y = \frac{1}{2}x^2 + 4x\right]$

3 Determina i punti che appartengono alla parabola p di equazione $y = -\frac{1}{2}x^2 + 18$ e che soddisfano le seguenti condizioni:

- i punti S distano 5 dal punto $D(-8; 7)$;
- i punti P sono tali che l'area del triangolo PQR, dove Q e R sono rispettivamente le intersezioni di p con il semiasse positivo delle x e con l'asse delle y, vale 24;
- il punto E è il più vicino alla retta r di equazione $y = -2x + 24$.

$[S_1(-4; 10)$ e $S_2(-5{,}5414; 2{,}6462)$, $P_1(-2; 16)$ e $P_2(8; -14)$, $E(2; 16)]$

4 Dato il fascio di parabole

$$y = (k-1)x^2 - 2(k-2)x - 3(k-4),$$

determina i valori del parametro reale k che individuano le parabole che soddisfano le seguenti condizioni:

a. sono tangenti all'asse x;
b. intersecano l'asse x in un punto di ascissa $\sqrt{10}$;
c. formano con la retta $y = -4$ una corda lunga 4;
d. sono tangenti alla retta di equazione $y = 4x - 5$;
e. hanno il vertice sulla retta di equazione $y = \frac{1}{5}x - 1$.

$\left[\text{a) } 0 \text{ e } \frac{3}{4}; \text{ b) } 2; \text{ c) } 0; \text{ d) } \frac{1}{2}; \text{ e) } \frac{1}{5} \text{ e } \frac{3}{4}\right]$

Copyright © 2016 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Graziella Barozzi e Anna Trifone

Per ognuno dei seguenti problemi costruisci un blocco di Wiris che permetta l'inserimento del dato e che dia in risposta il risultato richiesto o il messaggio di non esistenza della soluzione. Prova il blocco con i dati consigliati. In caso positivo in uscita fai apparire un grafico completo della situazione del problema.

5 Dopo aver assegnato il valore S dell'area di un trapezio isoscele $ABCD$ di base maggiore AB parallela all'asse x, con i vertici B e C rispettivamente in $(12; 4)$ e in $(9; 8)$, determina l'equazione della parabola con l'asse parallelo all'asse y circoscritta al trapezio. Prova con i valori 28, 12 e 10 per S.

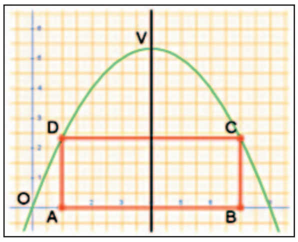
$\left[y=-\frac{4}{21}x^2+\frac{8}{3}x-\frac{4}{7}\right.$; il trapezio degenera in un triangolo: $y=x^2-x+6$; il trapezio non si forma$]$

6 Determina le coordinate del vertice D del rettangolo $ABCD$ inscritto nel segmento parabolico di equazione $y=-\frac{1}{3}x^2+\frac{8}{3}x$ e limitato dall'asse x (come in figura), con $0 \leq x_A \leq x_B$, dopo aver ricevuto i valori:

a. dell'area S di $ABCD$: 18, $\frac{256\sqrt{3}}{27}$, 16, 14, 0;

b. del perimetro $2p$ di $ABCD$: $\frac{50}{3}$, $\frac{391}{24}$, 16, $\frac{32}{3}$, 10;

c. della differenza $d=\overline{AB}-\overline{AD}$, con $d \geq 0$: 9, 8, 4, $\frac{11}{3}$, 0.



7 Date le parabole di equazioni $y=\frac{1}{2}x^2-2x-16$ e $y=-x^2+6x-5$, con A e B i loro punti di incontro, determina la retta r di equazione $x=h$, con h appartenente all'intervallo $[x_A; x_B]$, dopo aver assegnato la lunghezza della corda CD, dove C e D sono le intersezioni di r con le due parabole.

Prova con CD = 24, $\frac{65}{3}$, 11, 5, 0.

Qual è il valore di h che corrisponde alla corda di lunghezza massima?

$\left[\nexists h \in \mathbb{R}; x=\frac{8}{3}; x=0 \text{ e } x=\frac{16}{3}; x=6 \text{ e } x=-\frac{2}{3}; x=\frac{8-\sqrt{130}}{3} \text{ e } x=\frac{8+\sqrt{130}}{3}; h=\frac{8}{3}\right]$

Copyright © 2016 Zanichelli editore S.p.A., Bologna
Questo file è una estensione online dei corsi di matematica di Massimo Bergamini, Graziella Barozzi e Anna Trifone