MATEMATICA ED ECONOMIA

Il rischio di investimento

Una persona che vuole investire in titoli obbligazionari emessi dallo Stato, da enti pubblici o società private, effettuerà la sua scelta in base al tasso di rendimento e al livello di rischio.
Qual è l'indice per valutare il livello di rischio?

LA RISPOSTA

Per determinare il tasso di rendimento di un investimento occorre risolvere l'equazione in cui viene eguagliato il prezzo P pagato all'epoca t con la somma dei valori attuali di tutte le remunerazioni future $C_1, C_2, \ldots, C_n$, che verranno pagate alle epoche $t_1, t_2, \ldots, t_n$, e di S, importo che sarà rimborsato alla scadenza t_n. L'equazione

$$P = \frac{C_1}{(1+y)^{t_1-t}} + \frac{C_2}{(1+y)^{t_2-t}} + \ldots + \frac{C_n}{(1+y)^{t_n-t}} + \frac{S}{(1+y)^{t_n-t}},$$

dove y è il tasso di rendimento e i flussi finanziari devono essere al netto delle imposte, ha di solito grado maggiore di 4, pertanto si deve cercare di risolverla usando metodi di calcolo approssimato che richiedono l'uso del calcolatore. Ha anche interesse sottolineare che, nei progetti finanziari pianificati coerentemente, l'equazione ha una sola radice finanziariamente significativa. Tuttavia, l'analisi teorica di questi aspetti richiede l'uso di strumenti matematici di cui non disponiamo ed è rinviata ai corsi universitari.

Nei titoli obbligazionari (bond) è prefissato il piano di rimborso del capitale e la modalità di pagamento degli interessi (cedole). La remunerazione del capitale attualmente avviene:

- alla scadenza, come nel caso dei buoni ordinari del Tesoro (BOT) o i certificati del Tesoro zero-coupon (CTZ); questa categoria è detta *zero coupon bond*;
- mediante cedole periodiche, come i buoni del Tesoro poliennali (BTP), e in questo caso tali titoli sono indicati come *coupon bond*.

Il tasso di rendimento nei prestiti obbligazionari viene chiamato *yield* (*to maturity*) e l'equazione diventa:

- per i *zero coupon bond*, $P = \dfrac{S}{(1+y)^{t_n-t}}$;
- per i *coupon bond*, $P = \dfrac{C}{(1+y)^{t_1-t}} + \dfrac{C}{(1+y)^{t_2-t}} + \ldots + \dfrac{C}{(1+y)^{t_n-t}} + \dfrac{S}{(1+y)^{t_n-t}}$,

  dove $C = S \cdot i$ è l'importo delle cedole, supposte uguali, se si indica con i il tasso di remunerazione del capitale.

Nei prestiti obbligazionari è utile impiegare un *indice temporale*, detto anche *media temporale*, che aiuti nello scegliere fra diverse opzioni di investimento.
Se ci si aspetta che i tassi di interesse diminuiscano, si sceglieranno operazioni finanziarie in cui gli investimenti passati, fatti a tassi più convenienti, prevalgano.
Se invece ci si aspetta che i tassi di interesse crescano, allora si preferiranno operazioni che si concludano prima e si possano reinvestire a un tasso più elevato poi. Si cerca allora una sorta di baricentro delle scadenze opportunamente ponderate.
Questa media è la *duration*, che è un indice di dimensione temporale. Se poniamo, per semplicità, $t = 0$, abbiamo la seguente formula, che calcola la *duration* al momento dell'acquisto del titolo:

$$D = \frac{t_1 \cdot \dfrac{C}{(1+y)^{t_1}} + t_2 \cdot \dfrac{C}{(1+y)^{t_2}} + \ldots + t_n \cdot \dfrac{C}{(1+y)^{t_n}} + t_n \cdot \dfrac{S}{(1+y)^{t_n}}}{P}.$$

Consideriamo, per esempio, un BTP che scadrà fra due anni al tasso del 2% (tasso al netto dell'imposta cedolare del 12,50%), che viene pagato al 99,75%, con riscossione cedole fra 6, 12, 18 e 24 mesi, e con rimborso alla scadenza del 100%. Il tasso di rendimento si ottiene risolvendo l'equazione:

$$99{,}75 = \frac{0{,}875}{(1+y)^{\frac{6}{12}}} + \frac{0{,}875}{(1+y)^{\frac{12}{12}}} + \frac{0{,}875}{(1+y)^{\frac{18}{12}}} + \frac{0{,}875}{(1+y)^{\frac{24}{12}}} + \frac{100}{(1+y)^{\frac{24}{12}}},$$ e lo *yield* annuo è dell'1,88676%.

La *duration* risulta:

$$D = \frac{\frac{6}{12} \cdot \frac{0{,}875}{(1+0{,}018676)^{\frac{6}{12}}} + \frac{12}{12} \cdot \frac{0{,}875}{(1+0{,}018676)^{\frac{12}{12}}} + \frac{18}{12} \cdot \frac{0{,}875}{(1+0{,}018676)^{\frac{18}{12}}} + \frac{24}{12} \cdot \frac{0{,}875}{(1+0{,}018676)^{\frac{24}{12}}} + \frac{24}{12} \cdot \frac{100}{(1+0{,}018676)^{\frac{24}{12}}}}{99{,}75} =$$

$$\frac{189{,}72}{99{,}75} = 1{,}936.$$

Più la *duration* è alta, maggiore è il rischio: la *duration*, infatti, è la durata media finanziaria con cui i flussi ritornano all'operatore. Tuttavia, in un mercato con tassi decrescenti conviene una *duration* lunga, che indica la possibilità di un rendimento maggiore rispetto a quello offerto dal mercato.