

MATEMATICA E ARCHITETTURA

Un limite da disastro

Perché nei grattacieli si adottano forme aerodinamiche?



LA RISPOSTA

Gli angoli delle Petronas Towers a Kuala Lumpur sono smussati. Nei grattacieli è necessario adottare forme aerodinamiche per evitare l'impatto con il vento, che potrebbe provocare un fenomeno di risonanza.

L'oscillatore armonico semplice

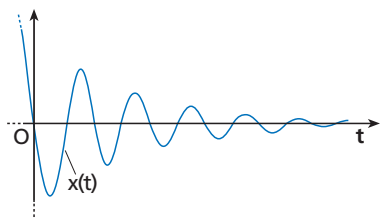
I fenomeni di vibrazione, come una scossa di terremoto, vengono studiati ricorrendo a modelli basati sull'**oscillatore armonico semplice**, che è costituito da una massa m attaccata a una molla. Se la molla viene deformata e successivamente rilasciata, la massa, sottoposta all'azione di una forza di richiamo elastica $\vec{F} = -k\vec{x}$, compie un moto oscillatorio orizzontale detto *armonico semplice*. L'equazione che lo descrive è del tipo $x(t) = A \cos \omega_0 t$, dove x è lo spostamento rispetto alla posizione di riposo e A l'**ampiezza**, ossia il massimo spostamento nell'oscillazione.

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2\pi f$ è una costante detta **pulsazione**

ed è caratteristica dell'oscillatore; f è la **frequenza**, cioè il numero di oscillazioni nell'unità di tempo.

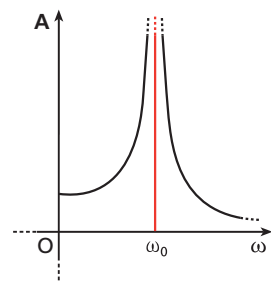
Oscillatore smorzato e forzato

Nel caso in cui la massa m , oltre che alla forza elastica di richiamo, sia sottoposta anche a una



forza dissipativa (come la forza di attrito), il moto è **smorzato**. L'ampiezza delle oscillazioni diventa progressivamente più piccola con il passare del tempo, mentre la pulsazione ω_0 resta costante.

Supponiamo ora che su m agiscano una forza elastica di richiamo, una forza dissipativa e una **forza eccitatrice**, la cui intensità varia nel tempo secondo la legge $F(t) = F_0 \sin \omega t$. Una forza di questo tipo compensa le perdite di energia dovute alla forza dissipativa e tende ad amplificare le oscillazioni.



L'ampiezza delle oscillazioni varia al variare di ω e, come si vede nel grafico, diventa particolarmente grande quando F ha una pulsazione vicina a quella propria dell'oscillatore, ovvero quando $\omega \simeq \omega_0$. Se la forza dissipativa è trascurabile, abbiamo che $\lim_{\omega \rightarrow \omega_0} A(\omega) = +\infty$. Il fenomeno è detto **risonanza** e la pulsazione propria ω_0 è detta anche *pulsazione di risonanza del sistema*.

Le strutture architettoniche possono essere considerate degli oscillatori: hanno una frequenza propria determinata dalla loro rigidità, dalla massa e dalle caratteristiche della loro costruzione. Una forza eccitatrice che agisce su questi oscillatori può essere generata, per esempio, dal vento o da un terremoto.

Se la frequenza di oscillazione del suolo durante un terremoto è vicina alla frequenza propria della costruzione, le vibrazioni risonanti della costruzione possono amplificarsi raggiungendo ampiezze tali da danneggiarla o addirittura distruggerla.