MATEMATICA E STORIA

Misure sulla superficie della Terra

Nell'ambito delle misurazioni del meridiano francese, il matematico Adrien-Marie Legendre (1752-1833) raccolse i dati riportati nella tabella a fianco.
Le lunghezze degli archi sono espresse in *moduli*, uno dei quali equivale a 2 tese. Una tesa corrisponde approssimativamente a 1,95 m.

Luogo di osservazione	Differenza di latitudine	Lunghezza dell'arco
Dunkerque	0	0
Parigi-Pantheon	2° 11′ 21″	62 472,59
Évaux	2° 40′ 7″	76 145,74
Carcassonne	2° 57′ 48″	84 424,55
Montjouy	1° 51′ 10″	52 749,48

a. Determina l'equazione della retta di regressione con il metodo dei minimi quadrati. Considera che

$$2°\,11'\,21'' = 2 + \frac{11}{60} + \frac{21}{3600} \simeq 2,189167 \text{ ecc.}$$

b. Utilizza la retta di regressione per calcolare la lunghezza del meridiano.

RISOLUZIONE

Luogo di osservazione	Differenza di latitudine (ℓ_i)	Lunghezza dell'arco (a_i)	$x_i = \ell_i - \ell$	$y_i = a_i - a$	$x_i y_i$	x_i^2	m	q
Dunkerque	0	0					28 515,98266	−14
Parigi-Pantheon	2,18917	62 472,59	0,254389	7314,118	1860,63035	0,06471		
Èvaux	2,66861	76 145,74	0,733833	20 987,268	15 401,15683	0,53851		
Carcassonne	2,96333	84 424,55	1,028556	29 266,078	30 101,78712	1,05793		
Montjouy	1,85278	52 749,48	−0,082	−2408,992	197,53734	0,00672		
Medie: ℓ, a	1,93478	55 158,472						

a. Ricaviamo l'equazione della retta di regressione, che esprime la lunghezza a dell'arco in funzione della differenza di latitudine l; l'equazione della retta è $a = ml + q$ e i valori dei coefficienti m e q calcolati in base ai dati sperimentali sono indicati in tabella. L'equazione della retta di regressione è quindi $a = 28\,516l - 14$.
In effetti sappiamo che c'è proporzionalità diretta fra ampiezza dell'angolo al centro e lunghezza dell'arco, quindi la presenza di un'ordinata all'origine diversa da 0, che vale -14, è da considerare dovuta alle approssimazioni nelle misure e nei calcoli.

b. La lunghezza del meridiano è la lunghezza dell'arco corrispondente a un angolo al centro di 180°, e risulta:
$28\,516 \cdot 180 - 14 = 5\,132\,890,495$ (in *moduli*), vale a dire circa
$5\,132\,890,495 \cdot 2 \cdot 1,95 \text{ m} \simeq 20\,018\,167 \text{ m} \simeq 20\,018 \text{ km}$.

ESERCIZIO IN PIÙ

I dati seguenti sono stati rilevati da Ruggero Giuseppe Boscovich (1711–1787), un matematico, fisico, poeta e sacerdote gesuita, precursore dei metodi statistici moderni. All'epoca era noto che la Terra non fosse perfettamente sferica e, per descriverne la forma, Boscovich misurò in vari luoghi la lunghezza dell'arco corrispondente a un grado di latitudine.

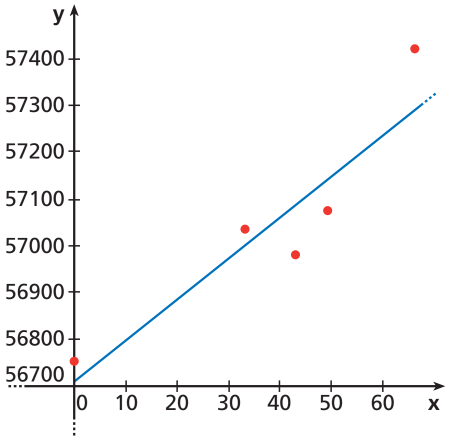
Località	Latitudine	Lunghezza dell'arco corrispondente a 1 grado di latitudine (in tese)
Quito	0	56751
Capo di Buona Speranza	33° 18′	57037
Roma	42° 59′	56979
Parigi	49° 23′	57074
Lapland	66° 19′	57422

a. Rappresenta i dati in un sistema di riferimento cartesiano.

b. Determina la retta di regressione e tracciala nel precedente riferimento cartesiano. Entro quali valori deve essere compresa la variabile x?

Risoluzione

a.



Sull'asse delle ascisse la latitudine, su quello delle ordinate la lunghezza dell'arco corrispondente a un grado di latitudine.

Luogo di osservazione	Latitudine x_i	Lunghezza dell'arco corrispondente a 1 grado di latitudine y_i	$x_i' = x_i - \bar{x}$	$y_i' = \bar{y}_i - \bar{y}$	$x_i'y_i'$	$x_i'^2$	m	q
Quito	0	56 751	−38,39667	−301,6	11 580,43467	1474,30401	9,032	−14
Capo di Buona Speranza	33,30000	57 037	−5,09667	−15,6	79,50800	25,97601		
Roma	42,98333	56 979	4,58667	−73,6	−337,57867	21,03751		
Parigi	49,38333	57 074	10,98667	21,4	235,11467	120,70684		
Lapland	66,31667	57 422	27,92000	369,4	10 313,64800	779,52640		
Medie: $\bar{x}$, $\bar{y}$	38,39667	57 052,6						

b. La retta di regressione è: $y = 9{,}032x + 56706$, con $0 \le x \le 90$, considerato che si tratta di latitudini.