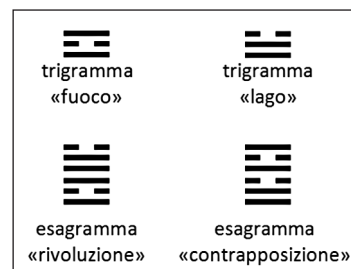




Trigrammi ed esagrammi

Il libro mistico cinese *I Ching* (databile a un periodo precedente il 2200 a.C., ma di cui conosciamo solo la versione di Confucio) comprende le possibili permutazioni su insiemi di linee di due tipi: «linee intere» — e «linee spezzate» - -. Esse formano dei *trigrammi* se sono riunite in gruppi di tre e degli *esagrammi* se sono riunite in gruppi di sei; a ciascun simbolo corrisponde un significato, come esemplificato a fianco.

Considerando che ogni simbolo può essere formato da sole linee intere, sole linee spezzate o entrambe, determina quanti *trigrammi* e quanti *esagrammi* è possibile realizzare.



RISOLUZIONE

Ciascuna delle tre linee che formano un trigramma può essere una linea intera o una linea spezzata; stiamo quindi considerando le disposizioni con ripetizione di 2 elementi di classe 3:

$$D'_{2,3} = 2^3 = 8 \text{ trigrammi.}$$

Con un ragionamento analogo, per gli esagrammi dobbiamo considerare le disposizioni con ripetizione di 2 elementi di classe 6:

$$D'_{2,6} = 2^6 = 64 \text{ esagrammi.}$$

ESERCIZIO IN PIÙ

Riordinare lettere e oggetti

Saadia Gaon (ca. 890-942), rabbino ebreo nato in Egitto e morto a Baghdad, in una delle sue oltre cento opere ha scritto il seguente passo:

«Se qualcuno vuole conoscere quante parole possono essere costituite da un numero di lettere più grande di 7, come per esempio 8, 9, 10, ..., la regola è che si deve moltiplicare il risultato ottenuto con un certo numero per il numero seguente [...]. Se vuoi sapere in quanti modi si possono riordinare 8 lettere, moltiplica 5040, che avevi ottenuto con 7 lettere, per 8 e otterrai 40 320 parole; e se cerchi il numero dei modi di riordinare 9 lettere, moltiplica 40 320 per 9 e otterrai 362 880. Analogamente, con 10 lettere...».

- Verifica che il numero delle parole (non necessariamente di senso compiuto) che si possono ottenere riordinando 7 lettere diverse è 5040.
- Utilizzando la regola di Saadia Gaon, determina quante sono le parole ottenibili con 10 lettere diverse.

La divinità indù Shiva è talvolta rappresentata con dieci braccia. Ogni mano regge un oggetto diverso (per esempio, una corda, un gancio per elefanti, un serpente, un tamburo, un cranio, un tridente, un bastone, un pugnale, una freccia, un arco). Il matematico indiano Bhaskara (del XII secolo) chiese:

- «In quanti modi diversi si può rappresentare questa figura cambiando la posizione degli oggetti nelle dieci mani?»

Risoluzione

- Il numero delle parole che si possono ottenere riordinando 7 lettere diverse è dato dalle permutazioni di 7 elementi: $P_7 = 7! = 5040$ parole.
- Il numero di parole ottenibili con 10 lettere diverse è:
parole di 10 lettere = parole di 9 lettere $\cdot 10 = 362\,880 \cdot 10 = 3\,628\,800$,
vale a dire $P_{10} = 10!$.
- Siamo sempre nel caso delle permutazioni di 10 elementi diversi, quindi le possibili raffigurazioni sono:
 $P_{10} = 10! = 3\,628\,800$.