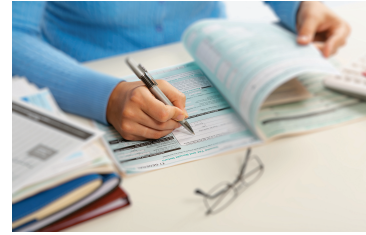


MATEMATICA ED ECONOMIA

Matematica antifrode

Nel 1992 il matematico statunitense Mark Nigrini propose un metodo, utilizzato ancora oggi, per stanare gli evasori fiscali.

Come si può riconoscere se una dichiarazione dei redditi non è veritiera?



LA RISPOSTA

Il metodo antifrode elaborato dal matematico Mark Nigrini si basa sulla legge di Benford, o legge di distribuzione della prima cifra.

La legge della prima cifra di Benford in funzione antifrode

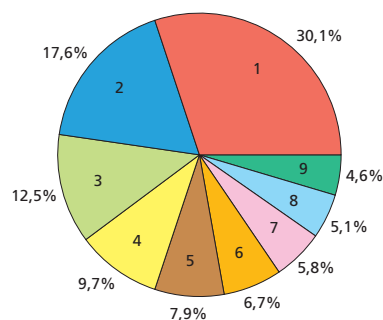
Può essere utilizzata per individuare distribuzioni numeriche sospette nelle dichiarazioni dei redditi. Infatti, quando una persona falsifica la propria situazione economica, sceglie arbitrariamente sequenze di numeri che quasi sicuramente presentano grandi deviazioni dalla legge di Benford (a meno che l'evasore non abbia buone competenze matematiche!). Per sapere se un contribuente ha compilato onestamente la dichiarazione dei redditi, si può studiare la frequenza delle cifre indicate.

Una scoperta quasi casuale

In un brano scritto in una certa lingua, le lettere dell'alfabeto hanno frequenze diverse. Per esempio, in italiano, le lettere A, E e I hanno una frequenza che supera l'11%, mentre la F e la B sono intorno all'1%. Succede qualcosa di simile anche per le cifre di un insieme di dati? Sembra che il primo a osservare come si distribuiscono le diverse cifre di una raccolta di dati sia sta-

to l'astronomo Simon Newcomb alla fine dell'Ottocento. L'aneddoto racconta che, consultando la tavola dei logaritmi, Newcomb notò che le prime pagine del suo manuale, quelle in cui i numeri iniziavano con cifre più piccole, erano più sciupate delle ultime. Cinquant'anni più tardi, fu il fisico Frank Benford a testare la scoperta empirica di Newcomb con un'enorme mole di dati numerici provenienti da ambiti applicativi diversi, come l'economia, la demografia, la chimica, la geografia. Trovò che, effettivamente, in un insieme di dati reali oltre il 30% dei numeri comincia con 1, quasi il 18% con 2 e meno del 5% ha il 9 come prima cifra (vedi il diagramma a torta in figura).

Distribuzione della prima cifra di Benford



L'intuizione diventa legge matematica

Nel 1938 Benford formulò la legge che porta il suo nome, secondo la quale la probabilità che, scegliendo a caso un valore in un insieme di dati, la prima cifra sia n è:

$$P(c_1 = n) = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{n} \right) =$$

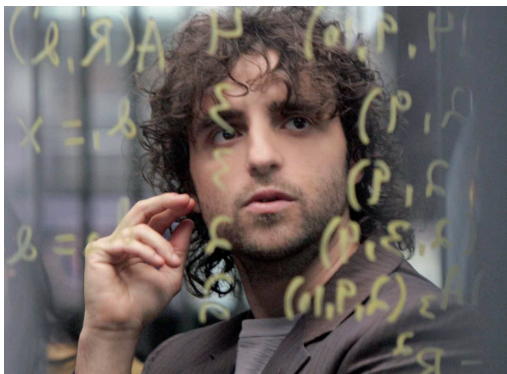
$$\log_{10}(n+1) - \log_{10}(n).$$

È possibile generalizzare questa formula anche per le cifre successive alla prima. Per esempio, la probabilità che la seconda cifra di un numero a caso sia n è:

$$P(c_2 = n) = \sum_{k=1}^9 \log_{10} \left(1 + \frac{1}{10k+n} \right)$$

per $n = 0, 1, 2, \dots, 9$.

La legge di Benford non è applicabile a tutti gli insiemi di dati. Per esempio, non vale per insiemi di numeri casuali, come quelli delle estrazioni del lotto. Tuttavia si può utilizzare in molte situazioni di carattere scientifico, finanziario ed economico, demografico e sociale. Così, solo alcuni decenni dopo la loro scoperta, le distribuzioni di probabilità di Benford hanno trovato applicazione nella lotta all'evasione fiscale grazie all'intuizione di Mark Nigrini.



Matematica e criminali in tv

Si chiama *Numb3rs* ed è una serie televisiva prodotta dai fratelli Tony e Ridley Scott (lo stesso di *Alien*, *Blade Runner*, *Il gladiatore*). La serie narra le vicende di un brillante docente di matematica che riveste un ruolo cruciale nella risoluzione di casi criminali, collaborando con l'FBI.

A volte avvincente, a volte paradossale, la serie è riuscita a portare teoremi e dimostrazioni dalle aule universitarie alle case di milioni di telespettatori.

Traendo spunto dalla serie, Keith Devlin (matematico) e Gary Lorden (consulente del telefilm) hanno scritto *Il matematico e il detective*, edito in Italia da Longanesi.