

# MATEMATICA INTORNO A NOI

## Me lo compro!

Fissata la somma che intende spendere, un consumatore ha deciso le quantità da acquistare di due prodotti. Se un prezzo varia, quali sono gli elementi che influenzano la nuova decisione?

### LA RISPOSTA

Un consumatore acquista due beni aventi i prezzi  $p_1 = 2$  e  $p_2 = 5$ , e ha a disposizione la somma 51.

Se la funzione di utilità del consumatore è  $U(x_1; x_2) = x_1 \cdot x_2 + x_1 + 2x_2$ , dove  $x_1$  e  $x_2$  sono le quantità dei due beni, considerando l'uguaglianza fra le utilità marginali ponderate  $\frac{x_2 + 1}{2} = \frac{x_1 + 2}{5}$

e l'equazione della retta di bilancio  $2x_1 + 5x_2 = 51$ , la combinazione ottima si ottiene nel punto  $P(13; 5)$ .

Se il prezzo del primo bene aumenta e diventa  $(p_1 + \Delta p_1) = 6$ , allora cambia anche la combinazione ottima dei due beni.

Nella nuova situazione l'uguaglianza fra le utilità marginali ponderate,  $\frac{x_2 + 1}{6} = \frac{x_1 + 2}{5}$ , e l'equazio-

ne della retta di bilancio modificata,  $6x_1 + 5x_2 = 51$ , indicano che la combinazione ottima si trova nel punto  $Q(3, \bar{6}; 5,8)$ .

Nel grafico sopra sono riportate le due combinazioni ottime: le linee verdi tratteggiate rappresentano la situazione iniziale e quelle rosse continue la situazione dopo l'aumento del prezzo.

Nel passaggio da  $P$  a  $Q$  rileviamo una diminuzione della quantità del bene per il quale il prezzo è aumentato e un aumento della quantità dell'altro bene.

Il nuovo rapporto fra i prezzi provoca un cambiamento nelle utilità marginali ponderate che determina uno scambio tra le quantità dei beni, tale conseguenza è chiamata **effetto di sostituzione**.

L'aumento del prezzo comporta anche una diminuzione del valore reale della somma a disposizione e questa conseguenza viene chiamata **effetto di reddito**. Nel passaggio da  $P$  a  $Q$  i due effetti sono sommati, ma possiamo separarli.

Calcoliamo quale somma manca nella nuova situazione al consumatore per poter acquistare la combinazione  $P$ . Tale importo è dato dal prodotto fra la variazione del prezzo per la quantità della prima combinazione ottima:

$$\Delta p_1 \cdot x_1 = 4 \cdot 13 = 52.$$

Se aggiungiamo questa cifra alla disponibilità iniziale, l'equazione della retta di bilancio diventa

$$6x_1 + 5x_2 = 103,$$

e tenendo conto dell'uguaglianza delle utilità marginali ponderate,  $\frac{x_2 + 1}{6} = \frac{x_1 + 2}{5}$ , la combinazione otti-

ma non è più nel punto  $P$ , ma in  $R(8; 11)$ . Il passaggio da  $P$  a  $R$ , con la diminuzione di  $x_1$  di 5 e l'aumento di  $x_2$  di 6, indica l'effetto di sostituzione dovuto al cambiamento delle utilità marginali ponderate. Il passaggio da  $R$  a  $Q$ , con la diminuzione di  $x_1$  di  $4, \bar{3}$  e di  $x_2$  di 5,2, mostra l'effetto di reddito dovuto alla variazione del potere di acquisto.

Possiamo sintetizzare i due effetti nel grafico a fianco, dove abbiamo considerato solo le equazioni delle rette di bilancio.

La retta di bilancio in colore nero ha equazione  $6x_1 + 5x_2 = 103$  ed è stata costruita in modo da passare per  $P$  ed evidenziare l'effetto di sostituzione:

- $P \rightarrow R$  effetto di sostituzione;
- $R \rightarrow Q$  effetto di reddito;
- $P \rightarrow Q$  effetto complessivo.

