

MATEMATICA INTORNO A NOI

Il miglior investimento

Come dobbiamo comportarci se abbiamo una somma da investire? Come facciamo a scegliere fra tante possibilità?

LA RISPOSTA

Il punto di partenza sono i flussi di denaro dati dall'uscita iniziale e dalle entrate future con le relative scadenze. Un calcolo sbrigativo consiste nel valutare l'epoca entro la quale le entrate copriranno l'uscita iniziale. È la *regola del tempo di recupero (payback period)*. Per esempio, se i tempi sono (0; 1; 2; 3; 4) e i flussi rispettivamente (−80; +20; +50; +30; +40), il tempo di recupero è $t = 3$ in quanto in tale epoca si verifica per la prima volta che le entrate superino l'uscita iniziale ($20 + 50 + 30 > 80$). Se fosse stato fissato come epoca $t = 2$, questo tipo di investimento sarebbe da escludere fra quelli proposti.

Il criterio del risultato economico attualizzato (REA) risulta più completo e affidabile, e congloba il criterio che abbiamo esaminato; oltre alle scansioni temporali, infatti, esso tiene conto dei flussi di entrata e della distribuzione degli importi diversi nel tempo, considerando anche quelli che scadono dopo il tempo di recupero. Il tasso che viene scelto ha natura soggettiva e viene individuato in base a quello che il mercato finanziario indica. Esso oscilla entro due limiti dati dal tasso di rendimento privo di rischi e il tasso interno di rendimento (TIR). Infatti, se il tasso di attualizzazione fosse maggiore del TIR, la proposta di investimento sarebbe da rifiutare. Il tasso utilizzato è un tasso nominale in cui concorrono un tasso di interesse reale e il tasso di inflazione, ed è corretto il suo utilizzo in quanto i flussi futuri sono nominali.

Nel caso in cui l'investimento contempli l'acquisto di azioni, per confrontare le varie possibilità è necessario che il tasso di attualizzazione tenga conto del rischio del titolo.

Nella *finanza aziendale* la varianza di un titolo e la deviazione standard dei suoi rendimenti storici sono la misura appropriata del rischio del titolo stesso. Gli operatori consigliano che un investimento non debba indirizzarsi verso un solo titolo, ma verso più titoli aventi rischi differenti, in modo da creare un portafoglio diversificato. Così facendo il rischio complessivo risulta formato dalle varianze e dalle covarianze di tutti i titoli. Le covarianze misurano le relazioni fra i rendimenti dei titoli, possono essere negative e in tal caso fanno diminuire il rischio complessivo.

Consideriamo un investimento di € 1000. Se € 400 sono utilizzati per acquistare azioni A, poco rischiose, e € 600 per azioni B, più rischiose, con i seguenti dati:

rendimento atteso delle azioni A	$R_A = 0,02$,
rendimento atteso delle azioni B	$R_B = 0,13$,
varianza azioni A	$\sigma_A^2 = 0,012$,
varianza azioni B	$\sigma_B^2 = 0,067$,
covarianza tra A e B	$\sigma_{AB} = -0,0045$,

la composizione del portafoglio è $x_A = 0,4$ e $x_B = 0,6$ e il suo rendimento atteso è

$$R_p = x_A \cdot R_A + x_B \cdot R_B = 0,4 \cdot 0,02 + 0,6 \cdot 0,13 = 0,086.$$

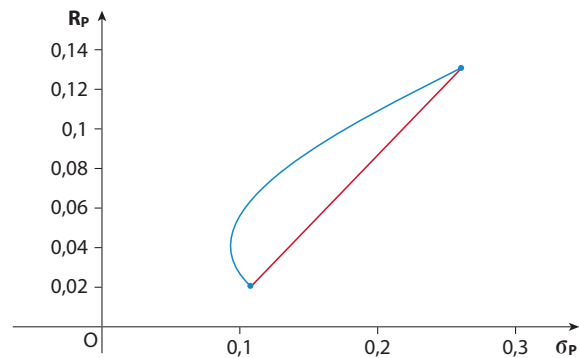
La formula della varianza del portafoglio è

$$\sigma_p^2 = x_A^2 \cdot \sigma_A^2 + x_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot \sigma_{AB},$$

e nel nostro caso risulta: $\sigma_p^2 = 0,02388$.

Se consideriamo tutte le possibili composizioni del portafoglio, il valore del rendimento atteso risulta legato al rischio del portafoglio.

Abbiamo il seguente grafico del rendimento atteso dei possibili portafogli diversificati per i vari valori di rischio misurati dalla relativa deviazione standard.



Ogni punto della curva azzurra corrisponde a un portafoglio dei due titoli e collega il suo rischio con il suo rendimento. La linea rossa rappresenta il caso limite in cui la covarianza è massima, cioè è uguale al prodotto delle deviazioni standard dei due titoli. Riportiamo alcuni valori.

x_A	x_B	σ_p	R_p
1	0	0,10954	0,13
0,9	0,1	0,09788	0,117
0,8	0,2	0,09445	0,104
0,7	0,3	0,10010	0,091
0,6	0,4	0,11349	0,078
0,5	0,5	0,13229	0,065
0,4	0,6	0,15453	0,052
0,3	0,7	0,17894	0,039
0,1	0,9	0,23147	0,013
0	1	0,25884	0

Da questi valori rileviamo che i punti estremi della curva azzurra indicano portafogli non diversificati che contengono solo azioni A o solo azioni B e che esistono punti in cui il rischio decresce al crescere del rendimento atteso. Il punto di partenza per scegliere una diversificazione corrisponde a $x_A = 0,8$ e $x_B = 0,2$, dove il rischio è minimo.