REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 Il pH

La concentrazione molare di ioni H^+ presenti in una soluzione (indicata con $[H^+]$) varia da 1 $(=10^0)$ per una soluzione di massima acidità a 10^{-14} per una soluzione di minima acidità, ovvero di massima basicità (la soluzione neutra, l'acqua pura, ha $[H^+] = 10^{-7}$).
In questa sequenza di potenze l'elemento significativo è l'esponente del 10; si definisce pertanto il pH di una soluzione come $\text{pH} = -\log[H^+]$.

- Dato il pH delle seguenti soluzioni, distingui quali sono acide, neutre o basiche: acqua di mare da 7,7 a 8,3; latte 6,5; saliva da 6,5 a 7,4; sapone da 9 a 10; succo di mela 3,5; acido cloridrico 0,3.
- Dato il pH di una soluzione, quanto vale la concentrazione di ioni H^+?
- Un aumento del pH corrisponde a un aumento oppure a una diminuzione della concentrazione $[H^+]$?
- La soluzione X ha il pH doppio della soluzione Y; cosa puoi dire della concentrazione di ioni H^+ presenti nelle due soluzioni?

- Dato che il valore di concentrazione neutra corrisponde a $10^{-7}(\text{pH} = -\log 10^{-7} = 7)$, si ha una soluzione acida quando $[H^+] <$ ____ e basica quando $[H^+]$ ____. Perciò se pH ____ la soluzione è acida, se pH ____ è basica. Quindi le sostanze indicate sono:
  - acido cloridrico: fortemente ____;
  - ____: acido;
  - latte: ____;
  - saliva: ____;
  - acqua di mare: ____;
  - sapone: basico.
- Dalla definizione di pH si ottiene:

$$\text{pH} = -\log[H^+] \quad \rightarrow \quad -\text{pH} = \_\_\_\_ \quad \rightarrow \quad [H^+] = \_\_\_\_ .$$

- Il logaritmo in base 10 è una funzione crescente, perciò al ____ di $[H^+]$ il logaritmo ____, ma il pH ____, essendo l'opposto del logaritmo.
- Indichiamo con n il pH di Y e con $2n$ quello di X; ciò equivale a dire:
  - per la soluzione Y: $[H^+] =$ ____;
  - per la soluzione X: $[H^+] =$ ____ $= (10^{-n})^2$;

  perciò la soluzione X ha una concentrazione di ioni H^+ uguale al ____ di quella della soluzione Y.

2 **Stivali di qualità**

Un calzaturificio produce un modello di stivali con una spesa fissa mensile di 4500 € e un costo unitario di 85 € al paio, che aumenta a 98 € per ciascun paio prodotto dopo i primi 500 nel mese. Il prezzo di vendita è fissato in 220 €, ma la vendita comporta un ulteriore costo complessivo pari a 20 volte il quantitativo mensile di produzione. La capacità produttiva mensile dell'azienda è di 1000 paia di stivali.

- Esprimi le funzioni costo, ricavo e guadagno in funzione del numero di stivali prodotti e rappresentale sul piano cartesiano.
- Individua il dominio di tali funzioni e stabilisci in quali intervalli sono crescenti e decrescenti.
- Calcola il numero di paia di stivali che l'azienda deve produrre (e vendere) per non essere in perdita e il massimo guadagno.

- Indichiamo con x il numero di paia di stivali prodotto . Le funzioni richieste sono perciò:

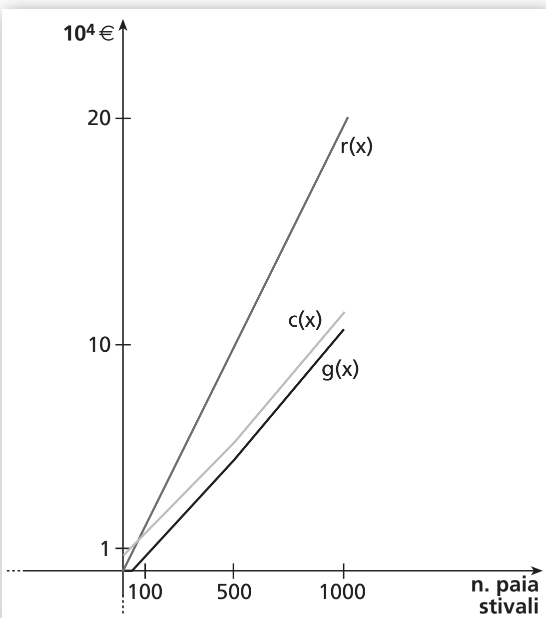
Costo: $$c(x) = \begin{cases} 4500 + 85x + 20x & \text{se } \quad \le x \le \quad \\ \quad & \text{se } 501 \le x \le 1000 \end{cases}$$

ovvero: $$c(x) = \begin{cases} \quad & \text{se } 0 \le x \le 500 \\ 118x - 2000 & \text{se } \quad \le x \le \quad \end{cases}$$

Ricavo: $$r(x) = \quad$$

: $$g(x) = \quad = \begin{cases} \quad & \text{se } 0 \le x \le 500 \\ \quad & \text{se } 501 \le x \le 1000 \end{cases}$$

Rappresentiamo le tre funzioni in un grafico.



◀ **Figura 1**

- Il delle funzioni è $0 \le x \le 1000$; le tre funzioni sono sempre .
- Per non essere in perdita deve essere:

$$g(x) > 0 \quad \rightarrow \quad \qquad > 0 \quad \rightarrow \quad x > \quad ,$$

perciò l'azienda deve produrre (e vendere) almeno paia di stivali al .
Poiché la funzione guadagno è crescente, il guadagno massimo si ha con la produzione, cioè per $x =$, e in tal caso il guadagno è di 104 000 €.

3 La legge di raffreddamento

Quando togliamo il latte dal frigorifero, normalmente la sua temperatura è di circa 4,5 °C. Un'ora dopo la sua temperatura è di circa 10 °C, mentre la temperatura ambiente è di 21 °C. L'andamento della temperatura in funzione del tempo t segue la legge di raffreddamento di Newton:

$$T(t) = T_a + (T_0 - T_a)e^{-kt},$$

dove T_0 indica la temperatura iniziale, T_a quella ambiente e il tempo t è misurato in ore.

- Determina il valore della costante k e scrivi la formula risultante.
- Qual è la temperatura del latte dopo 2 ore?

- Sostituiamo i dati noti nella formula e ricaviamo k:

$$T(1) = T_a + (T_0 - T_a)\_\_\_\_ \rightarrow 10 = 21 + (4{,}5 - 21)\_\_\_\_ \rightarrow e^{-k} = 0{,}6667 \rightarrow$$
$$\rightarrow k = \_\_\_\_\_\_ \rightarrow k = \_\_\_\_.$$

La legge di raffreddamento (nel caso in esame) è quindi:

$$T(t) = 21 - \_\_\_\_\_\_.$$

- Dopo due ore il latte avrà raggiunto la temperatura:

$$T(2) = 21 - \_\_\_\_\_\_ = 13{,}7\ °C.$$

4 L'altimetro a pressione

La pressione atmosferica, esercitata dal peso della colonna d'aria sovrastante il punto in cui viene effettuata la misura, diminuisce all'aumentare dell'altitudine. La posizione verticale di un aereo può essere così determinata mediante l'altimetro a pressione, che si basa proprio sulla variazione della pressione atmosferica in funzione dell'altitudine.

Al livello del mare la pressione atmosferica è di circa 14,7 psi (*pounds for square inch*, unità di misura anglosassone usata anche in campo aeronautico). L'andamento della pressione P in funzione dell'altitudine h è espresso dalla funzione $P = 14{,}7 \cdot 10^{-0{,}000018h}$ (P è misurata in psi; h in *feet*, «piedi», simbolo ft).

- Qual è l'altezza di volo di un comune aereo se l'altimetro a pressione registra 13,82 psi?
- Quale pressione registra l'altimetro se un aereo si trova a viaggiare a un'altitudine di 10 000 ft?

- Sostituiamo il valore noto nella legge di variazione della pressione e ricaviamo h:

$$13{,}82\ \text{psi} = 14{,}7 \cdot \_\_\_\_\_\_ \rightarrow 0{,}9401 = \_\_\_\_\_\_ \rightarrow$$
$$\rightarrow \log(0{,}9401) = \_\_\_\_\_\_ \rightarrow h \simeq 1490{,}3\ \text{ft}.$$

- Applichiamo ancora la legge di variazione della pressione:

$$P = 14{,}7 \cdot \_\_\_\_\_\_ \simeq 9{,}71\ \text{psi}.$$