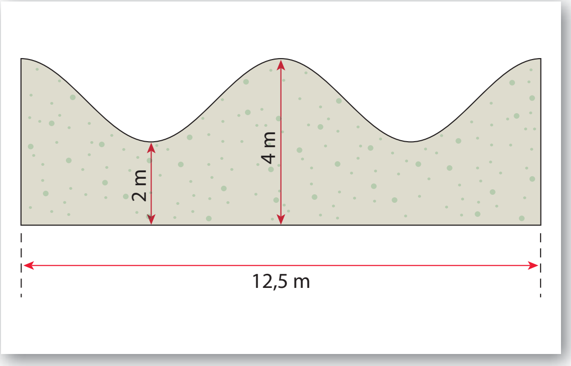
REALTÀ E MODELLI SCHEDA DI LAVORO

1 L'aiuola

Un'aiuola in un parco ha la forma indicata in figura. È lunga circa 12,5 m; i «picchi» e le «valli» del bordo ondulato distano rispettivamente 4 m e 2 m dal bordo rettilineo inferiore.

- Sapendo che il bordo superiore è descrivibile con una funzione goniometrica, trova l'area occupata dall'aiuola.
- Bisogna riempire l'aiuola con uno strato, alto circa 70 cm, di terriccio speciale, che viene venduto in sacchi da 80 litri e costa € 11,80 al sacco. Calcola il costo totale del terriccio.



- Fissiamo il sistema di riferimento *Oxy* ponendo *O* nell'angolo in basso a sinistra dell'aiuola e in modo che gli assi siano paralleli ai lati inferiore e sinistro di questa. Il profilo superiore dell'aiuola può essere descritto approssimativamente da una funzione goniometrica di ampiezza

$$A = \frac{\quad}{\quad} = \quad \text{m},$$

di periodo

$$T = \frac{\quad}{\quad} = \quad \simeq 2\pi$$

e traslata verso l'alto di una quantità

$$h = \quad \text{m}.$$

La funzione che descrive il bordo superiore è quindi:

$$y = A\cos\left(\frac{2\pi}{T}x\right) + h \quad \to \quad y = \quad .$$

L'area del trapezoide è data dall'integrale:

$$\int_0^{4\pi} \quad dx = \Big[\quad\Big]_0^{4\pi} = \quad = \quad \simeq 37{,}7 \text{ m}^2.$$

- Il volume occupato dal terriccio è $\quad = \quad \text{m}^3 = \quad \text{dm}^3 = \quad$ litri.
Serviranno quindi:

$$\quad = \quad \simeq 330 \text{ sacchi},$$

per un costo totale di:

$$330 \cdot 11{,}80\ € = €\ 3894.$$

2 I termistori

Sappiamo che la resistenza elettrica dei materiali varia con la temperatura. Alcuni materiali come il silicio, detti *semiconduttori*, si comportano da isolanti a temperature molto basse, mentre a temperatura ambiente (circa 20 °C) diventano conduttori (altri elementi hanno il comportamento opposto).
La legge che descrive l'andamento della resistenza in funzione della temperatura per questi materiali è di tipo esponenziale: $R(T) = R_0 \cdot e^{\alpha T}$, con α positivo o negativo a seconda dei casi (la temperatura T è espressa in gradi centigradi, la resistenza in ohm). Questa proprietà viene sfruttata in dispositivi, come i *termistori*, in cui la resistenza, e quindi la corrente che circola, cambia a seconda della temperatura.
Un particolare dispositivo è caratterizzato dalla seguente legge:

$$R(T) = 220 \cdot e^{-0{,}1514T}.$$

- Rappresenta il grafico della funzione $R(T)$.
- Di quanto varia la sua resistenza tra 30 °C e −10 °C?
- In tale intervallo di temperatura, quale valore possiamo considerare come resistenza media?

- Il grafico della funzione $R(T) = 220 \cdot e^{-0{,}1514T}$ è il seguente.

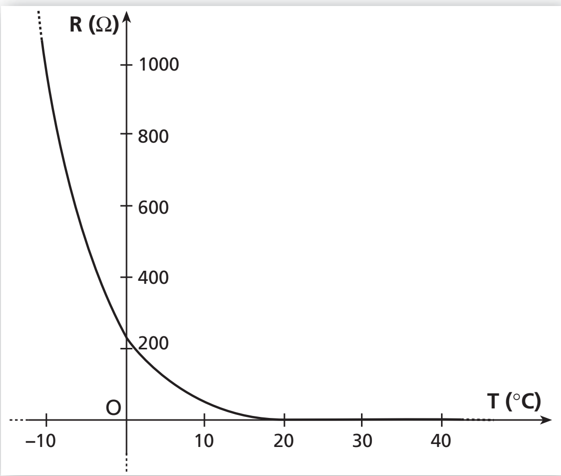


Figura 1

- Calcoliamo i valori delle due resistenze in corrispondenza delle due temperature:

$$R(30) = \ldots \simeq \ldots\ \Omega;$$
$$R(-10) = \ldots \simeq \ldots\ \Omega;$$
$$R(-10) - \ldots \simeq \ldots\ \Omega.$$

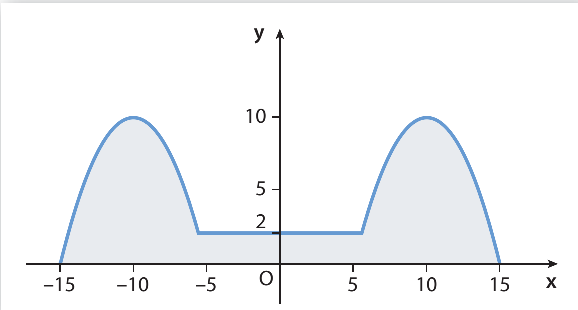
- Per calcolare il valore ... della resistenza nell'intervallo dato applichiamo il teorema ... .

$$R_{media} = \frac{\int_{-10}^{30} \ldots\, dT}{\ldots} = \frac{220}{40} \int_{-10}^{30} \ldots\, dT = 5{,}5 \cdot \left(\ldots \right) [\ldots]_{-10}^{30} \simeq$$

$$\simeq -36{,}3276 \cdot \ldots \simeq -36{,}3276 \cdot (-4{,}5342) \simeq 164{,}72\ \Omega.$$

3 **In palestra**

Claudio si iscrive in una palestra e l'istruttore gli assegna alcuni esercizi per le braccia da eseguire con pesi in plastica riempiti di sabbia.
Ciascun attrezzo può essere modellizzato con un solido ottenuto dalla rotazione intorno all'asse x del grafico della funzione rappresentata: si tratta di due archi di parabola e un segmento (misure in centimetri).



- ▶ Scrivi l'equazione della funzione rappresentata.
- ▶ Calcola il volume a disposizione per inserire la sabbia.
- ▶ Sapendo che il peso specifico della sabbia è 1,4 kg/dm^3, trova il peso degli attrezzi pieni.

▶ La parabola del primo quadrante ha vertice in (   ) e passa per (   ):

$$\begin{cases} -\dfrac{b}{2a} = \quad \\ 10 = \qquad\qquad \\ 0 = \qquad\qquad \end{cases} \to \begin{cases} b = \quad \\ 10 = \qquad\qquad \\ 0 = \qquad\qquad \end{cases} \to \begin{cases} b = \quad \\ 10 = \quad \\ \quad = \quad \end{cases} \to \begin{cases} b = 8 \\ a = -\dfrac{2}{5} \\ c = -30 \end{cases}$$

Quindi la parabola ha equazione $y = -\dfrac{2}{5}x^2 + 8x - 30$.

Il punto d'intersezione con la retta $y = 2$ ha ascissa   .
La parabola del secondo quadrante è la simmetrica rispetto all'asse   della parabola del primo quadrante, perciò la sua equazione è:

$$y = \qquad\qquad .$$

La forma analitica della funzione è:

$$f(x) = \begin{cases} \qquad\qquad & \text{se } -15 \le x < \quad \\ 2 & \text{se } \quad \le x < \quad \\ -\dfrac{2}{5}x^2 + 8x - 30 & \text{se } \qquad \end{cases}$$

▶ Per calcolare il volume teniamo conto del fatto che la funzione è pari.

$$V = 2\pi\left[\int_0^{\quad} \quad dx + \int_{\quad}^{\quad}\left(-\frac{2}{5}x^2 + 8x - 30\right)^2 dx\right] =$$

$$= 2\pi\left[\quad + \int_{\quad}^{\quad}\left(\qquad\qquad - \frac{32}{5}x^3 \qquad - 480x\right)dx\right] =$$

$$= 2\pi\left\{\quad + \left[\qquad\qquad - \frac{8}{5}x^4 + \quad - 240x^2\right]_{\quad}^{\quad}\right\} =$$

$$= 2\pi \qquad\qquad\qquad\qquad =$$

$$= \qquad \text{cm}^3 = \qquad \text{dm}^3.$$

▶ Il peso dell'attrezzo pieno di sabbia sarà:

$$P = \qquad\qquad = \qquad \text{kg}.$$