LABORATORIO DI MATEMATICA

LE FUNZIONI E LE TRASFORMAZIONI GEOMETRICHE CON DERIVE

ESERCITAZIONE GUIDATA

Con Derive, per osservare la dilatazione verticale, consideriamo la funzione

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x$$

e rappresentiamo i grafici di $f(x)$ e della funzione dilatata $2 \cdot f(x)$, secondo il fattore 2.
Per osservare la contrazione verticale, operiamo in modo analogo con la $f(x)$ e con la sua contratta $\frac{1}{2} \cdot f(x)$, secondo il fattore $\frac{1}{2}$.

La funzione e le due trasformate

• Entriamo in ambiente Derive, diamo *Crea_Espressione*, digitiamo nella riga di editazione delle espressioni la funzione − 1/4 * x^2 + 2*x e con OK la inseriamo nell'etichetta #1 (figura 1).
• Battiamo F4 importando l'espressione dalla zona algebrica alla riga di editazione delle espressioni fra parentesi, a fianco scriviamo * 2 e facciamo clic sul secondo bottone a sinistra della riga di editazione delle espressioni (quello con un uguale) inserendola nella #2 semplificata.
• Operiamo in modo analogo per ottenere nella #3 la funzione divisa per 2 e semplificata.

#1: $-\frac{1}{4}\cdot x^2 + 2\cdot x$

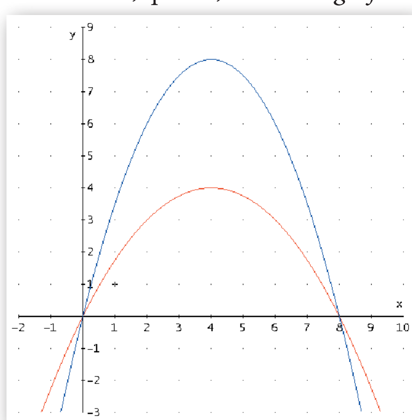
#2: $\frac{x\cdot(8-x)}{2}$

#3: $\frac{x\cdot(8-x)}{8}$

▲ **Figura 1** Le funzioni.

La prima rappresentazione grafica

• Evidenziamo la #1, entriamo in ambiente grafico, facciamo clic sul bottone *Finestra_Grafica 2D*. Puoi trovare una descrizione di questo ambiente a pag. 228 del testo.
• Per tracciare in rosso il grafico di $f(x)$, usiamo *Opzioni_Visualizzazione*, selezioniamo il segnalibro *Colore* e nella tavolozza *Colore successivo* facciamo clic sul colore rosso. Diamo, quindi, *Traccia il grafico*.
• Torniamo in algebra con il relativo bottone, evidenziamo la #2, passiamo in grafica, dove scegliamo il colore blu e diamo *Traccia il grafico*.
• Inquadriamo le due curve con *Imposta_Intervallo del Grafico*, selezioniamo *Massimo/minimo*, nella cui finestra di dialogo scegliamo − 2 (il minimo), 8 (il massimo) e 10 (il numero delle tacche) per l'asse orizzontale e − 3, 9 e 12 per l'asse verticale.
• Di solito il riferimento cartesiano che appare sullo schermo è *dimetrico*, ossia con due unità di misura diverse per i due assi. Per rendere il sistema *monometrico*, diamo *Imposta_Rapporto di aspetto* e, nella finestra di dialogo, facciamo clic su *Resetta*. Osserviamo in figura 2 l'andamento del grafico di $f(x)$ in rosso e quello della sua dilatata in blu.

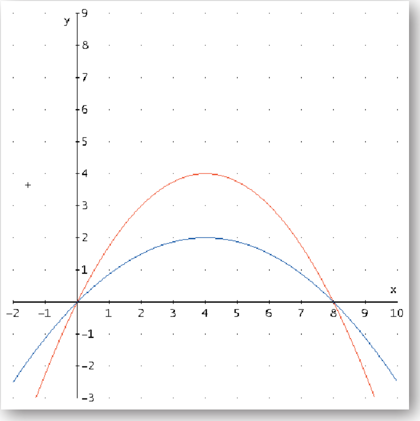


▲ **Figura 2** La dilatazione.

La seconda rappresentazione grafica

• Operiamo analogamente in un altro grafico per ottenere i grafici di $f(x)$ e di $\frac{1}{2} \cdot f(x)$.

• Osserviamo in figura 3 l'andamento del grafico di $f(x)$ in rosso e quello della sua contratta in blu.



▲ **Figura 3** La contrazione.

Esercitazioni

Usa il programma Derive per svolgere i seguenti esercizi.

Le traslazioni

1 Ricava l'equazione della funzione traslata di $f(x) = 2 + \ln x$ secondo un vettore parallelo all'asse y e lungo 2. Traccia il grafico della funzione e della sua traslata.
Copia i grafici su un quaderno. Congiungi i punti di $f(x)$, di ascisse 1, e, e^2, con i rispettivi punti, corrispondenti attraverso la traslazione, della funzione traslata.

2 Ricava l'equazione della funzione traslata di $f(x) = -x^2 - 1$ secondo un vettore parallelo all'asse x e lungo 3. Traccia il grafico della funzione e della sua traslata.
Centra i grafici, stampali, sul foglio di stampante evidenzia con la matita i punti di $f(x)$, rispettivamente di ascissa -1, 0, 1, 2, e congiungili con i corrispondenti punti della funzione traslata.

3 Trasla la funzione $f(x) = x^2$ secondo un vettore $\vec{u}(1; -2)$, poi, trasla la funzione ottenuta di un vettore $\vec{v}(3; 5)$.
Scambia l'ordine dell'applicazione delle due traslazioni, traccia e centra i grafici delle funzioni e delle sue traslate. Alla fine osserva il risultato ottenuto.

4 Ricava l'equazione della funzione traslata di $f(x) = \frac{3x^2}{x^2+1}$ secondo il vettore $\vec{v}(-2; -1)$.
Traccia i due grafici, centrali e stampali.

Le simmetrie

5 Inserisci la funzione

$$f(x) = \sqrt{4x+4},$$

costruisci la simmetrica rispetto all'asse y e traccia i due grafici. Indica il dominio delle due funzioni.
Copia i due grafici sul quaderno e congiungi con un righello e con una matita i punti della funzione $f(x)$, rispettivamente di ascissa $-\frac{3}{4}$, 0, $\frac{5}{4}$ con quelli simmetrici rispetto all'asse y nell'altra funzione.

6 Inserisci la funzione

$$f(x) = \ln\left(-\frac{3}{2}x + 4\right),$$

costruisci la sua simmetrica rispetto all'origine e traccia i due grafici. Indica il dominio delle due funzioni. Centra i grafici e stampali.
Sul foglio di stampante congiungi con un righello e con una matita i punti della funzione $f(x)$, rispettivamente di ascissa $-2, -1, 0, 1, 2$, con quelli simmetrici rispetto all'origine nell'altra funzione.

7 Per ognuna delle seguenti funzioni, esegui i seguenti passi: inserisci la funzione, determina le simmetriche rispettivamente rispetto all'asse x, all'asse y e all'origine. Traccia i quattro grafici, centrali nello schermo, stampali e sul foglio di stampante congiungi almeno tre punti simmetrici.

$$r(x) = \frac{1}{\sqrt{x+3}}; \quad t(x) = \sqrt{-\frac{5}{2}x + \frac{7}{4}}; \quad s(x) = \sqrt{\frac{1}{2}x + 1}.$$

Le dilatazioni e le contrazioni

8 In un medesimo riferimento cartesiano, traccia i grafici della funzione $f(x) = \sqrt{2x+4}$ e delle sue trasformate ottenute moltiplicando la funzione, rispettivamente, per 2, per 3 e per 4.
Centra e stampa i grafici ottenuti. Che tipo di trasformazioni hai ottenuto?

9 In un medesimo riferimento cartesiano, traccia i grafici della funzione $f(x) = \ln(x+1)$ e della sua trasformata, ottenuta moltiplicando rispettivamente la $f(x)$ per 10 e la x per 2. Copia sul quaderno i due grafici. Trova le intersezioni fra le due curve.

10 Data la funzione $f(x) = \cos x$, moltiplicala per k, assegna a k i valori 2, 3, 4 e traccia tutti i grafici. Stampali e osserva le dilatazioni verticali avvenute.