

LABORATORIO DI MATEMATICA

LE RETTE E LE PARABOLE CON EXCEL

ESERCITAZIONE GUIDATA

Problema. Costruiamo con Excel un foglio per trovare le intersezioni fra una parabola e una retta, dati i coefficienti delle loro equazioni.

Usiamo poi il foglio per studiare i seguenti casi:

- a) $y = x^2 - 3x + 2$, $y = x - 1$;
 b) $y = -x^2 + 3x$, $y = -x + 4$;
 c) $y = x^2 - 4$, $y = \frac{1}{2}x - 5$.

Tracciamo i corrispondenti grafici.

Scriviamo lo schema risolutivo

Per trovare le intersezioni fra una retta e una parabola dobbiamo mettere a sistema le loro equazioni:

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + q \end{cases}$$

Sostituendo:

$$\begin{cases} y = mx + q \\ ax^2 + bx + c = mx + q \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = mx + q \\ ax^2 + (b - m)x + c - q = 0 \end{cases}$$

Ricaviamo il discriminante dell'equazione di secondo grado:

$$\Delta = (b - m)^2 - 4a(c - q);$$

- se risulta positivo, il sistema ha due soluzioni e la retta è secante la parabola; calcoliamo le ascisse e le ordinate dei punti di intersezione M e N :

$$x_M = \frac{m - b - \sqrt{\Delta}}{2a}, y_M = mx_M + q; \quad x_N = \frac{m - b + \sqrt{\Delta}}{2a}, y_N = mx_N + q;$$

- se risulta nullo, il sistema ha una soluzione e la retta è tangente alla parabola; calcoliamo l'ascissa e l'ordinata del punto di tangenza T :

$$x_T = \frac{m - b}{2a}, \quad y_T = mx_T + q;$$

- se risulta negativo, il sistema non ha soluzioni e non ci sono punti di intersezione fra la retta e la parabola.

Inseriamo le didascalie per i dati d'ingresso e per il discriminante

Entriamo in ambiente Excel, con doppio clic sulla sua icona, e apriamo un nuovo foglio.

In	scriviamo	In	scriviamo	In	scriviamo	In	scriviamo
A3	La parabola	A4	$y =$	C4	$*x^2 +$	E4	$*x +$
A6	e la retta	A7	$y =$	C7	$*x +$		



Evidenziamo una alla volta con il mouse le celle: B4, D4, F4, B7 e D7; usiamo il comando *Formato_Celle Bordo* e nella finestra di dialogo facciamo clic sulla casella *Bordato* e su una linea di spessore sottile della casella *Stile*.

Nella cella A13 scriviamo: Il discriminante vale.

Al termine dell'inserimento delle didascalie vediamo il foglio nella forma di figura 1.

	A	B	C	D	E	F
1	Troviamo le eventuali intersezioni fra una retta e una parabola.					
2						
3	La parabola					
4	y =		* x^2 +		* x +	
5						
6	e la retta					
7	y =		* x +			
8						
9						
10						
11						
12						
13	Il discriminante vale:					

► **Figura 1** Il foglio dopo l'inserimento delle didascalie.

Inseriamo la formula per il calcolo del discriminante

Scriviamo la formula per il calcolo di Δ , traducendo nel linguaggio di Excel la formula matematica che abbiamo ricavato scrivendo lo schema risolutivo.

Nella cella D13 digitiamo: $= (D4 - B7) ^ 2 - 4*B4*(F4 - D7)$.

Inseriamo le didascalie per i risultati

Scriviamo le didascalie per illustrare i risultati. Sappiamo che i diversi messaggi di uscita dipendono dal valore del discriminante, che è memorizzato nella cella D13.

Nella cella A9 digitiamo:

$= SE(D13 > 0; "s'incontrano nei punti"; SE(D13 = 0; "sono tangenti nel punto: "; "non s'incontrano"))$

In digitiamo

A10 $= SE(D13 > 0; "M("; SE(D13 = 0; "T("; ""))$

C10 $= SE(D13 >= 0; ", "; ""$

E10 $= SE(D13 >= 0; "); ", ""$

A11 $= SE(D13 > 0; "N("; ", ""$

C11 $= SE(D13 > 0; ", "; ""$

E11 $= SE(D13 > 0; "); ", ""$

Per capire meglio queste istruzioni, osserva nelle figure 2, 3 e 4 ciò che viene scritto nei tre casi con discriminante positivo, nullo e negativo. Per esempio, l'istruzione in A10 fa scrivere M(se $\Delta > 0$, T(se $\Delta = 0$, nulla se $\Delta < 0$.

Immettiamo le formule per calcolare le coordinate dei punti di intersezione

In digitiamo

B10 $= SE(D13 >= 0; (B7 - D4 - RADQ(D13))/(2*B4); ""$

D10 $= SE(D13 >= 0; B10*B7 + D7; ""$

B11 $= SE(D13 > 0; (B7 - D4 + RADQ(D13))/(2*B4); ""$

D11 $= SE(D13 > 0; B11*B7 + D7; ""$

Se un numero è una frazione, prima del numero digitiamo il simbolo =.



Risolviamo i casi proposti

Usiamo il foglio di Excel che abbiamo costruito, per risolvere i casi proposti.

Immettiamo nelle celle B4, D4, F4 i coefficienti della parabola, nelle celle B7, D7 i coefficienti della retta e vediamo comparire la risposta.

► **Figura 2** La situazione del foglio dopo l'inserimento dei dati corrispondenti al caso a.

	A	B	C	D	E	F
1	Troviamo le eventuali intersezioni fra una retta e una parabola.					
2						
3	La parabola					
4	y =	1	* x ² +	-3	* x +	2
5						
6	e la retta					
7	y =	1	* x +	-1		
8						
9	s'incontrano nei punti:					
10	M(1	;	0)	
11	N(3	;	2)	
12						
13	Il discriminante vale:				4	

► **Figura 3** La situazione del foglio dopo l'inserimento dei dati corrispondenti al caso b.

	A	B	C	D	E	F
1	Troviamo le eventuali intersezioni fra una retta e una parabola.					
2						
3	La parabola					
4	y =	-1	* x ² +	3	* x +	0
5						
6	e la retta					
7	y =	-1	* x +	4		
8						
9	sono tangenti nel punto:					
10	T(2	;	2)	
11						
12						
13	Il discriminante vale:				0	

► **Figura 4** La situazione del foglio dopo l'inserimento dei dati corrispondenti al caso c.

	A	B	C	D	E	F
1	Troviamo le eventuali intersezioni fra una retta e una parabola.					
2						
3	La parabola					
4	y =	1	* x ² +	0	* x +	-4
5						
6	e la retta					
7	y =	0,5	* x +	-5		
8						
9	non s'incontrano.					
10						
11						
12						
13	Il discriminante vale:				-3,75	



Prepariamo una zona del foglio per i dati del grafico

In	digitiamo	In	digitiamo	In	digitiamo	In	digitiamo
C15	Per il grafico	A17	x min =	A18	x max =	A19	passo =
D17	x	E17	retta	F17	parabola		

Per copiare il contenuto di una cella o di una zona di celle in altre adiacenti, dobbiamo evidenziarla, portare il cursore sul suo angolo in basso a destra e, tenendo premuto il tasto del mouse, trascinarlo sino alla posizione desiderata.

Nel copiare una cella o una zona di celle contenenti dei riferimenti ad altre celle otteniamo l'aggiornamento dei riferimenti relativi e il mantenimento dei riferimenti assoluti.

Stabiliamo i riferimenti relativi scrivendo normalmente le coordinate di riga e di colonna della cella, i riferimenti assoluti scrivendo le coordinate di riga e di colonna della cella precedute dal simbolo \$ di dollaro.

Stabiliamo l'incremento della variabile indipendente

Nella cella B19 inseriamo la formula per stabilire l'incremento della x in funzione degli estremi: $= (B18 - B17)/10$.

Prepariamo la colonna per i valori della x

Per trasferire il valore iniziale della variabile indipendente, nella cella D18 digitiamo la formula: $= B17$. Per ottenere i valori seguenti della x , nella cella D19 digitiamo la formula $= D18 + \$B\19 e la copiamo nella zona D20:D28.

Inseriamo le formule per ottenere le ordinate della retta e della parabola

Nella cella E18 digitiamo la formula per le ordinate dei punti della retta $= \$B\$7 * D18 + \$D\7 e la copiamo nella zona E19:E28.

Nella cella F18 digitiamo la formula per le ordinate dei punti della parabola $= \$B\$4 * D18^2 + \$D\$4 * D18 + \$F\4 e la copiamo nella zona F19:F28.

Immettiamo gli estremi di variazione della x per il grafico del primo caso

Nelle celle B17 e B18 immettiamo, come estremi di variazione della x , i valori -1 e 4 . Le colonne della zona D18:F28 si caricano automaticamente con le coordinate della retta e della parabola necessarie per costruire il grafico.

	Per il grafico					
			x	retta	parabola	
17	x min =	-1				
18	x max =	4	-1	-2	6	
19	passo =	0,5	-0,5	-1,5	3,75	
20			0	-1	2	
21			0,5	-0,5	0,75	
22			1	0	0	
23			1,5	0,5	-0,25	
24			2	1	0	
25			2,5	1,5	0,75	
26			3	2	2	
27			3,5	2,5	3,75	
28			4	3	6	

► **Figura 5** Il foglio con i dati necessari per il grafico del primo caso.

Tracciamo il grafico

Con il mouse evidenziamo la zona D17:F28, comprendente sia le intestazioni sia i valori che servono a Excel per costruire il grafico. Per attivare lo strumento grafico facciamo clic sul bottone *Autocomposizione grafico*. Vediamo comparire una di seguito all'altra quattro finestre di dialogo, nelle quali possiamo confermare o variare le proposte del sistema.

Il bottone di *Autocomposizione grafico*.



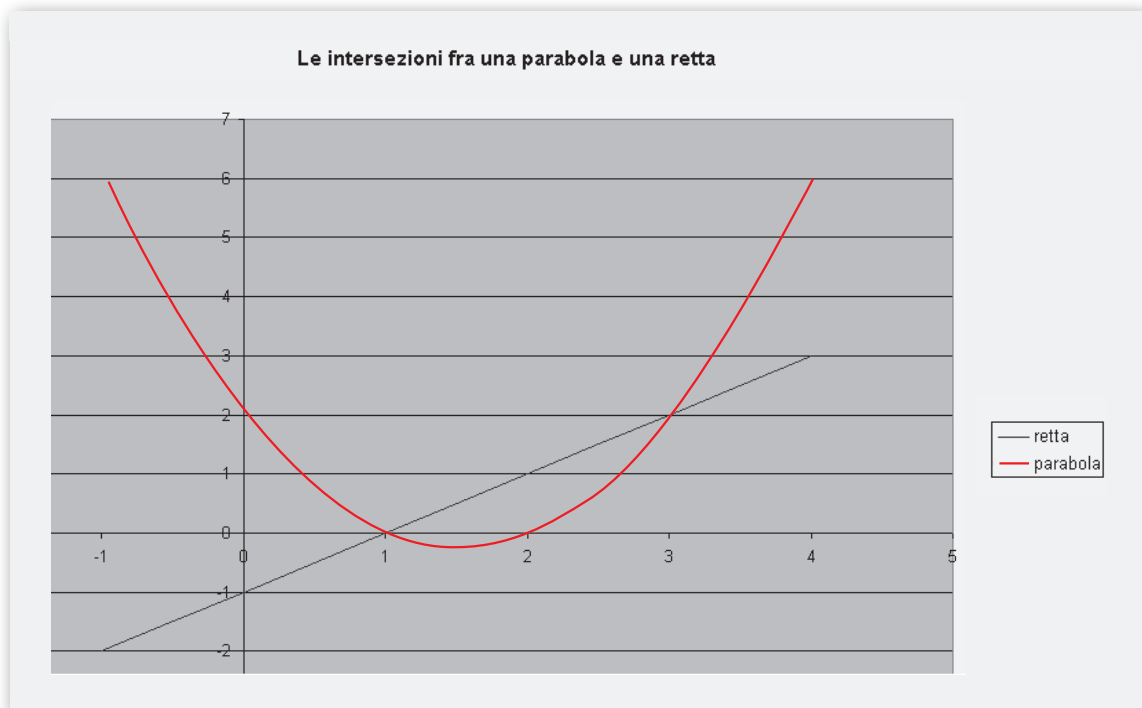
Nella prima, contrassegnata dal titolo *Passaggio 1 di 4 - Tipo di grafico*, scegliamo il tipo *Dispers (XY)* e il sottotipo *Dispersione con coordinate unite da linee smussate e senza indicazione di dati*. Passiamo alla finestra successiva, facendo clic sul bottone *Avanti*>.

Nella seconda, contrassegnata dal titolo *Passaggio 2 di 4 - Dati origine del grafico*, confermiamo le proposte di Excel, basate sulla zona del foglio elettronico selezionata prima dell'attivazione del bottone *Autocomposizione grafico*. Passiamo alla finestra successiva, facendo clic su *Avanti*>.

Nella terza, contrassegnata dal titolo *Passaggio 3 di 4 - Opzioni del grafico*, possiamo dare un titolo al grafico e agli assi cartesiani. Scriviamo il titolo: *Le intersezioni fra una retta e una parabola*. Passiamo alla finestra successiva, facendo clic su *Avanti*>.

Nella quarta, contrassegnata dal titolo *Passaggio 4 di 4 - Posizione del grafico*, dobbiamo scegliere se creare un nuovo foglio grafico o se inserire il grafico come oggetto nel foglio di lavoro. Con un clic optiamo per la prima scelta. Chiudiamo con un altro clic sul bottone *Fine* e otteniamo, in un altro foglio all'interno del nostro file, il grafico con l'andamento della parabola e della retta. Possiamo vederlo con un clic sull'etichetta *Grafico 1* in calce al foglio di lavoro (figura 6).

▼ **Figura 6** I grafici della parabola e della retta ottenuti con Excel.



Il sistema considera i valori della prima colonna come le ascisse dei punti delle curve da rappresentare, quelli delle altre colonne come le corrispondenti ordinate. In questo caso abbiamo immesso nella colonna D i valori della x , nella colonna E le corrispondenti ordinate della retta, nella colonna F le corrispondenti ordinate della parabola. Il sistema, poi, assegna i nomi alle curve, basandosi su quelli scritti da noi in testa alle relative colonne.

Per apportare delle variazioni al grafico

Per apportare delle variazioni ad alcune delle componenti del grafico realizzato da Excel, spostiamo il cursore, guidato dal mouse, su di esso. Vediamo comparire delle didascalie. Esse indicano i nomi delle sue componenti, fra cui: *Area del grafico*, *Area del tracciato*, *Griglia principale*, *Titolo del grafico*, *Asse dei valori (X)*, *Asse dei valori (Y)*, *Legenda*. Facciamo clic con il tasto destro del mouse su quella che desideriamo sistemare. Compare una tendina, nella quale scegliamo le parti da variare e, negli opportuni campi, digitiamo i valori da assegnare ai vari parametri del grafico, diversi da quelli imposti da Excel.

Esercitazioni

Per ognuno dei seguenti problemi, scrivi lo schema risolutivo e traducilo in un foglio elettronico in ambiente Excel. Opera con il foglio costruito in casi significativamente diversi. Aggiungi nel foglio i dati che permettono di ottenere il grafico relativo al problema.

- 1** Trova l'equazione della mediana AM del triangolo di vertici noti A, B, C .
- 2** Calcola l'area di un triangolo, note le equazioni delle rette contenenti i suoi lati.
- 3** Determina le coordinate del circocentro del triangolo di vertici noti A, B, C .
- 4** Determina le coordinate del baricentro di un triangolo, note le equazioni delle rette contenenti i suoi lati.
- 5** Trova l'equazione di una retta passante per un punto A , assegnato, appartenente al I quadrante, tale che incontrando i semiassi cartesiani positivi formi un triangolo con l'area che misura S .
- 6** Trova l'equazione della parabola passante per i punti A, B, C , le cui coordinate sono assegnate.
- 7** Trova l'equazione della parabola passante per il punto P e avente il vertice nel punto V , le cui coordinate sono assegnate.
- 8** Trova l'equazione di una parabola con il vertice nell'origine e tangente a una retta data.
- 9** Determina le intersezioni fra due parabole, le cui equazioni sono note.
- 10** Trova l'equazione della retta tangente a una parabola, la cui equazione è nota, in suo punto T , assegnato.
- 11** Trova l'equazione di una retta parallela all'asse x , sapendo che incontrando una parabola nota forma una corda che misura d .
- 12** Trova l'equazione di una retta parallela all'asse x , sapendo che forma, con il segmento parabolico individuato da una parabola, passante per l'origine e di equazione nota, e l'asse x , un rettangolo che ha il perimetro che misura $2p$.