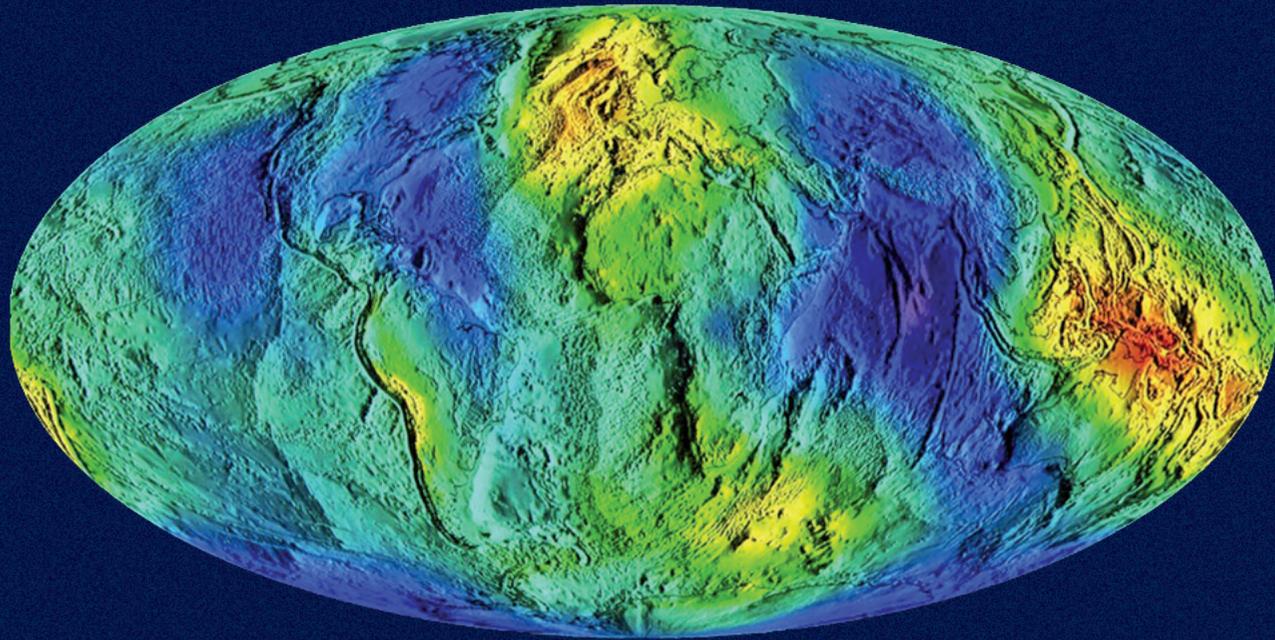


GEODESIA

I

# Oltre il libro

Alfonso Bosellini - Le Scienze della Terra **I materiali della Terra solida**



## Elementi di geodesia

Sfericità della Terra

Poli ed equatore

Schiacciamento polare della Terra

**Documento** *Il calcolo di Eratostene*

Il geoide

L'ellissoide di riferimento

*A cura di:*

Marcella Di Stefano

Simona Pederzoli

Italo Bovolenta editore

---

Copyright © 2012 Italo Bovolenta editore s.r.l. Ferrara

Questo documento è strettamente riservato ai docenti che adottano l'opera **I MATERIALI DELLA TERRA SOLIDA** di Alfonso Bosellini.

Realizzazione editoriale:

- Coordinamento redazionale: Andrea Pizzirani
- Progetto grafico: Chialab, Bologna
- Impaginazione: Pragma Media, Ferrara
- Disegni e ricerca iconografica: Andrea Pizzirani

Contributi:

- Redazione dei testi e stesura degli esercizi: Marcella Di Stefano, Simona Pederzoli
- Revisioni: Fabio Fantini, Stefano Piazzini

Copertina:

- Progetto grafico: Chialab, Bologna
- Realizzazione: Christian Magagni

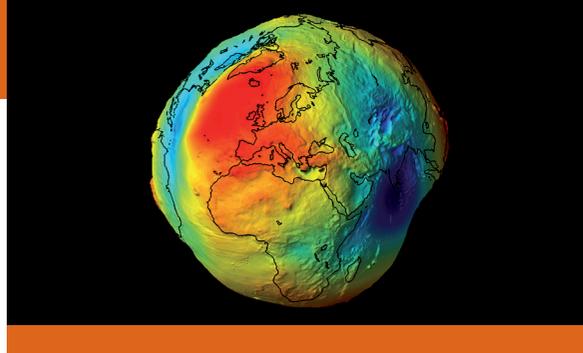
---

La riproduzione, la copia e la diffusione dell'intero documento, o di sue parti, è autorizzata ai soli fini dell'utilizzo nell'attività didattica degli studenti delle classi che hanno adottato il testo.

Per segnalazioni o suggerimenti scrivere all'indirizzo:

Italo Bovolenta editore  
Via Della Ginestra, 227/1  
44020 Ferrara  
tel. 0532/259386 - fax 0532/259387  
e-mail [bovolenta@iol.it](mailto:bovolenta@iol.it)  
sito web: [www.bovolentaeditore.it](http://www.bovolentaeditore.it)

# I



## Elementi di geodesia

### I.1 Sfericità della Terra

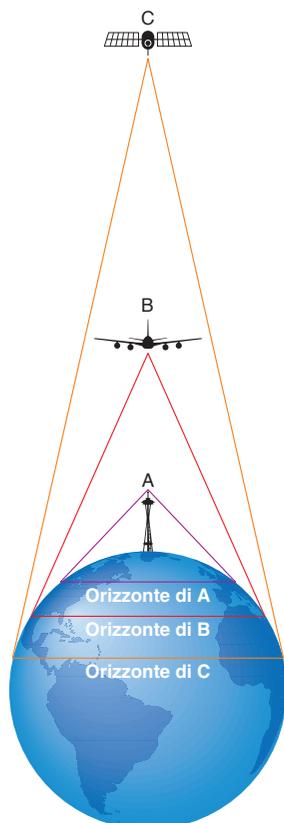
**A**ll'idea che la Terra non fosse piatta, così come la percepiscono i nostri sensi, era già pervenuto Pitagora nel V secolo a.C. e in seguito giunsero alla stessa conclusione altri filosofi greci. Fin dall'antichità fu infatti possibile effettuare numerose osservazioni che indicavano come la forma del nostro pianeta dovesse essere sferica. Le principali tra queste osservazioni, che possono essere effettuate anche oggi, sono le seguenti:

- un oggetto compare all'orizzonte a partire dalle sue parti più elevate: ad esempio, di una nave all'orizzonte divengono visibili prima l'alberatura, poi lo scafo;
- l'orizzonte visivo della Terra diventa tanto più

ampio quanto più l'osservatore si innalza sulla superficie terrestre (figura I.1);

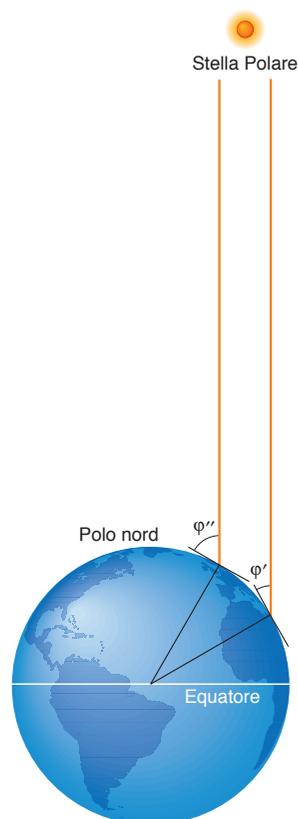
- l'altezza della stella Polare, cioè l'angolo formato dalla direzione della stella Polare con il piano dell'orizzonte, varia se un osservatore si muove verso nord o verso sud (figura I.2);
- l'ombra che la Terra proietta sulla superficie lunare durante le eclissi di Luna è sempre circolare (figura I.3).

L'**orizzonte visivo**, o *orizzonte sensibile*, è la linea circolare che limita la porzione di superficie osservabile dal punto di stazionamento. L'**orizzonte apparente**, o *piano dell'orizzonte*, è il piano tangente alla superficie terrestre per il punto in cui si trova l'osservatore, detto *punto di stazionamento*.



**FIGURA I.1** L'orizzonte visivo si amplia se aumenta l'altezza del punto di osservazione.

**FIGURA I.2** L'altezza  $\varphi$  della stella Polare sull'orizzonte varia con la posizione dell'osservatore. Un ipotetico navigatore che si avvicinasse al polo nord vedrebbe la stella Polare sempre più alta nel cielo. Se la Terra fosse piatta, invece, l'altezza della stella Polare rimarrebbe invariata. I raggi della stella Polare possono essere considerati paralleli perché la distanza della stella è enorme.



**FIGURA I.3** L'ombra della Terra sulla Luna, proiettata durante le eclissi di Luna, è sempre circolare. Se la Terra fosse piatta la sua ombra non risulterebbe sempre circolare, ma potrebbe assumere anche una forma ellissoidale.



La **velocità lineare** di rotazione è la distanza percorsa da un punto della Terra in un determinato intervallo di tempo. La **velocità angolare** di rotazione è invece l'angolo descritto da un punto della Terra in un determinato intervallo di tempo.

Anche se a livello popolare la concezione della sfericità della Terra è spesso stata messa in dubbio, essa appare ormai inconfutabile. A partire dalla seconda metà del secolo scorso sono disponibili eloquenti immagini riprese dai satelliti artificiali (cfr. LA TERRA DINAMICA, figura 1.2).

Come vedremo nei paragrafi successivi la forma della Terra non è esattamente quella di una sfera.

► *La scienza che studia la forma esatta della Terra, le sue dimensioni e i metodi per determinare la posizione dei punti sulla sua superficie è la geodesia.*

## I.2 Poli ed equatore

Una sfera è un oggetto geometrico privo di qualsiasi punto privilegiato che possa fungere da punto di riferimento. Se però la sfera è in movimento rotatorio, è possibile individuare alcuni punti di riferimento indipendenti dalla posizione dell'osservatore. La Terra è un corpo di forma approssimativamente sferica, caratterizzato da un moto di rotazione attorno all'asse di rotazione terrestre.

► *L'asse di rotazione terrestre è definito come l'insieme dei punti per i quali le velocità di rotazione, lineare e angolare, sono nulle.*

Grazie alla presenza dell'asse di rotazione è possibile fissare un sistema di riferimento assoluto con cui definire la posizione di qualsiasi punto sulla superficie terrestre. Le basi di tale sistema di riferimento sono i poli geografici e l'equatore (figura I.4).

► *I poli geografici sono i punti nei quali l'asse di rotazione interseca la superficie terrestre.*

I poli sono gli unici punti della superficie terrestre in cui la velocità lineare di rotazione è nulla. Man mano che ci si allontana dai poli, la velocità lineare di rotazione aumenta e raggiunge il valore massimo all'equatore.

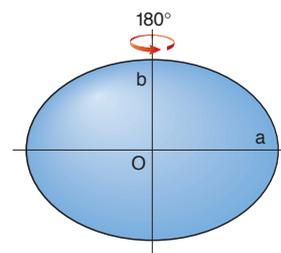
► *L'equatore è la circonferenza massima equidistante dai poli e perpendicolare all'asse di rotazione.*

L'equatore divide la Terra in due emisferi: quello comprendente il polo nord è chiamato **emisfero boreale**; quello comprendente il polo sud è chiamato **emisfero australe**.

## I.3 Schiacciamento polare della Terra

Se la Terra fosse immobile e omogenea, la sua forma dipenderebbe solo dall'attrazione gravitazionale e sarebbe perciò quella di una sfera perfetta. In effetti, la Terra non è perfettamente sferica perché è dotata di un moto di rotazione in grado di produrre un'ulteriore forza che interagisce con quella gravitazionale. Tale forza, definita forza centrifuga, è diretta verso l'esterno della Terra ed è massima all'equatore e nulla ai poli, determinando così uno schiacciamento ai poli e un rigonfiamento all'equatore.

► *La Terra non è una sfera perfetta, piuttosto la sua forma è simile a quella di un ellissoide di rotazione, cioè un solido originato dalla rotazione di un'ellisse intorno al suo asse minore (figura I.5).*



**FIGURA I.5** La Terra ha una forma simile a quella di un ellissoide originato dalla rotazione di un'ellisse attorno al suo asse minore.

### I.3.1 Prove dello schiacciamento polare

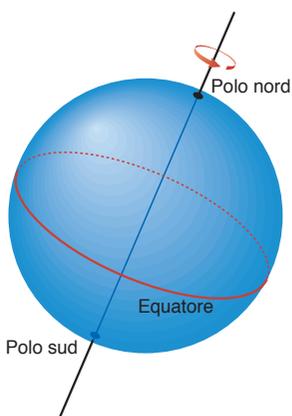
La prova della forma ellissoidica della Terra può essere ottenuta da precise misurazioni dell'accelerazione di gravità ( $g$ ) effettuate a diverse distanze dai poli.

La forza peso ( $F_p$ ), che agisce su un corpo situato sulla superficie terrestre, è la risultante di due vettori: la forza di attrazione newtoniana ( $F_n$ ) e la forza centrifuga ( $F_c$ ) derivante dalla rotazione terrestre.

La  $F_n$  è sempre orientata verso il centro della Terra ed è data dalla relazione:

$$F_n = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r^2} \quad (1)$$

dove  $G$  è la costante di gravitazione universale ( $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ ),  $M_T$  rappresenta la massa della Terra e  $r$  è la distanza del corpo di massa  $m$  dal



**FIGURA I.4** Grazie al moto di rotazione è possibile individuare sulla Terra i poli geografici e l'equatore, elementi base di un sistema di riferimento.

La **forza centrifuga** è una forza apparente, che esiste solo nel sistema di riferimento accelerato.

## DOCUMENTO I.1 ► Il calcolo di Eratostene

Già nell'antica Grecia si faceva strada tra alcuni pensatori l'idea che la Terra fosse sferica e che fosse possibile determinarne le dimensioni quali circonferenza, raggio, superficie e volume.

Le prime misure delle dimensioni della Terra, basate su metodi puramente geometrici, risalgono a oltre duemila anni fa. Eratostene di Cirene (276-194 a.C.), matematico, astronomo e poeta greco, è considerato il primo geodeta ad avere ideato e applicato un procedimento valido di misurazione delle dimensioni della Terra. Eratostene considerava la Terra sferica e aveva correttamente intuito che i raggi solari giungono sulla superficie terrestre paralleli tra loro, a causa dell'elevata distanza tra la Terra e il Sole. Egli partì dalla constatazione che in un solo giorno dell'anno, il 21 giugno, nella città di Siene (presso l'attuale Assuan) i raggi solari illuminavano a mezzogiorno il fondo dei pozzi (figura 1). Poiché i pozzi sono scavati perpendicolarmente al piano dell'orizzonte, ciò significava che i raggi del Sole formavano, in quel luogo e in quel momento, un angolo di  $90^\circ$  rispetto al piano dell'orizzonte. Ad Alessandria, invece, a mezzogiorno dello stesso giorno, i raggi del Sole formavano nei pozzi un angolo  $\alpha$  rispetto alla verticale pari a  $7^\circ 12'$ , cioè circa  $1/50$  dell'angolo giro.

Eratostene credeva che Siene fosse esattamente a nord di Alessandria (cioè che le due città fossero situate sullo stesso circonferenza passante per i poli, detta meridiano) e che quindi l'angolo  $\alpha$  formato dai raggi solari rispetto alla verticale ad Alessandria fosse uguale all'angolo al centro della Terra che sottende l'arco di circonferenza corrispondente alla distanza tra Siene e Alessandria (figura 2). È allora sufficiente conoscere la distanza AS tra le due città per impostare una proporzione che ha come unica incognita la circonferenza terrestre ( $2\pi r$ , dove  $r$  rappresenta il raggio della Terra):

$$\alpha : AS = 360^\circ : 2\pi r \quad (1)$$

Conoscendo la distanza tra Siene e Alessandria, che era stata valutata in 5.000 stadi, e conoscendo l'angolo  $\alpha$ ,

la circonferenza terrestre aveva di conseguenza una lunghezza di circa 252.000 stadi.

La misura di uno stadio non ci è nota con certezza, perché nell'antichità si usava questo nome per lunghezze diverse, comprese tra 157 m e 210 m. La maggior parte degli studiosi considera uno stadio pari a 157,5 m, quindi dal calcolo di Eratostene risulterebbe una circonferenza terrestre pari a 39.690 km, valore molto vicino a quello reale. Altri studiosi considerano, invece, lo stadio corrispondente a 170 m o più, ottenendo valori della circonferenza terrestre molto maggiori.

Sebbene l'intuizione di Eratostene fosse geniale per l'epoca, il suo calcolo fu affetto da alcune imprecisioni, come quella legata al fatto che Siene e Alessandria non sono situate sullo stesso meridiano.

Occorrerà attendere la metà del 1600 perché vengano proposti metodi più precisi per calcolare la circonferenza terrestre. Nel 1671 l'abate francese Jean Picard, per conto dell'Académie Royale, determinò con metodi trigonometrici la lunghezza dell'arco di meridiano congiungente Amiens con Mahoisine, ricavandone una più precisa misura della lunghezza del meridiano.

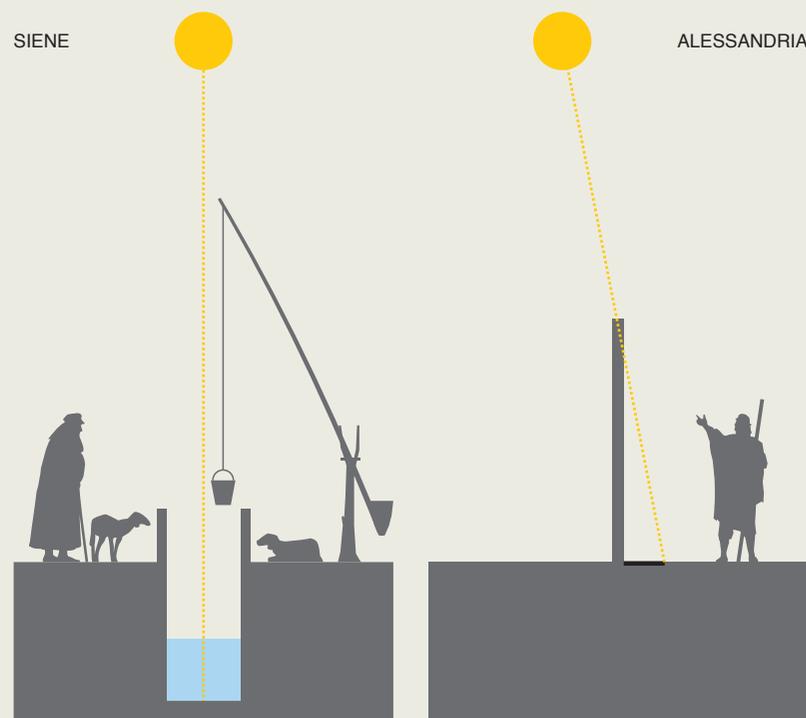


Figura 1. Il 21 giugno a mezzogiorno:

- a Siene, i raggi solari giungono perpendicolari alla superficie terrestre illuminando il fondo dei pozzi e un'asta perpendicolare al suolo non proietta ombra;
- ad Alessandria, i raggi solari non sono perpendicolari alla superficie terrestre perciò un'asta perpendicolare al suolo proietta un'ombra.

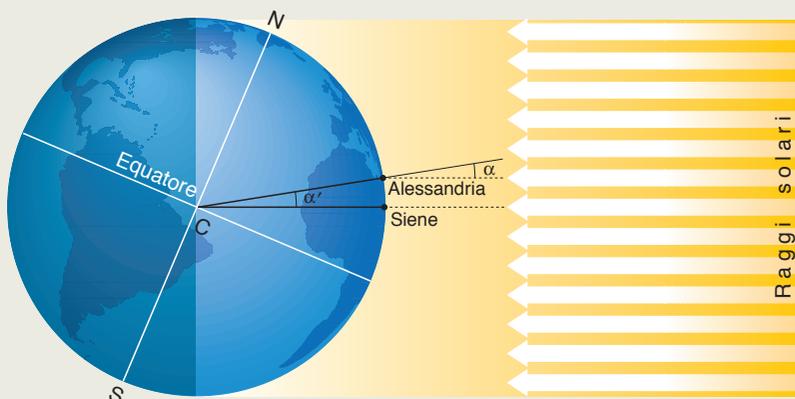


Figura 2. Schema del metodo di Eratostene per determinare la circonferenza terrestre. Se i raggi del Sole sono paralleli, l'angolo  $\alpha$  misurato sulla superficie è congruente (perché corrispondente) all'angolo  $\alpha'$  al centro della Terra. Poiché all'angolo  $\alpha'$  è sotteso l'arco Alessandria-Siene, la cui lunghezza è nota, la lunghezza della circonferenza terrestre, che è sottesa all'angolo giro, può essere ricavata con una semplice proporzione.

centro della Terra (ossia approssimativamente il raggio terrestre). Da questa relazione si deduce che se la Terra fosse sferica la  $F_n$  di un dato corpo non varierebbe spostandosi sulla superficie terrestre.

La  $F_c$ , derivante dalla rotazione della Terra è orientata perpendicolarmente all'asse terrestre e agisce allontanando il corpo dall'asse stesso. Essa aumenta all'aumentare della distanza del corpo dall'asse di rotazione ed è espressa dalla formula:

$$F_c = m \cdot \omega^2 \cdot l \quad (2)$$

dove  $\omega$  è la velocità angolare di rotazione e  $l$  indica la distanza del corpo di massa  $m$  dall'asse di rotazione.

Possiamo comporre le due forze,  $F_c$  e  $F_n$ , con la regola del parallelogramma e osservare la componente risultante  $F_p$  alle diverse distanze dai poli (figura I.6).

Ai poli la  $F_c$  è nulla perché la distanza  $l$  dall'asse di rotazione vale 0. Man mano che ci spostiamo verso l'equatore,  $l$  aumenta causando l'aumento di  $F_c$  che contrasta sempre più  $F_n$ , sia per intensità, sia per verso. Pertanto la risultante  $F_p$  diminuisce

procedendo dai poli all'equatore. Siccome  $F_p$  di un corpo è data dal prodotto della sua massa per l'accelerazione di gravità ( $F_p = mg$ ), poiché la massa non varia, è l'accelerazione di gravità  $g$  a diminuire procedendo dai poli verso l'equatore.

I dati sperimentali confermano la diminuzione di  $F_p$  e di  $g$ , ma indicano un decremento maggiore di quello previsto, assumendo che  $F_n$  non subisca variazioni e tenendo conto della sola  $F_c$ . Per spiegare l'ulteriore diminuzione di  $F_p$  bisogna ammettere che  $F_n$  non sia costante, ma subisca variazioni diminuendo dai poli verso l'equatore. Osservando la relazione (1) deduciamo che l'unico parametro che può variare è il raggio terrestre, dato che la massa del corpo e quella della Terra non cambiano. Ricaviamo così che  $r$  deve aumentare dai poli verso l'equatore.

► *Il raggio equatoriale del nostro pianeta è più lungo di quello polare. La differenza fra raggio polare e raggio equatoriale è di circa 21 km.*

Un'ulteriore prova della forma ellissoidica della Terra è un fenomeno messo facilmente in evidenza da misurazioni precise. È ben noto che, spostandosi verso il polo nord, varia l'altezza della stella Polare. La variazione dell'altezza, però, non è costante. Infatti, spostandosi verso nord occorre percorrere una distanza via via maggiore per ottenere una uguale variazione dell'altezza della stella Polare. Questa irregolarità non potrebbe verificarsi se l'osservatore si muovesse sulla superficie di una sfera perfetta. Su di un ellissoide di rotazione, invece, la superficie è più appiattita in vicinanza dei poli e il raggio di curvatura cambia di conseguenza. È come se, avvicinandosi ai poli, ci si muovesse sulla superficie di una sfera di raggio via via crescente (figura I.7). Pertanto, per spostarsi di una uguale distanza angolare occorre coprire una distanza lineare sempre maggiore.

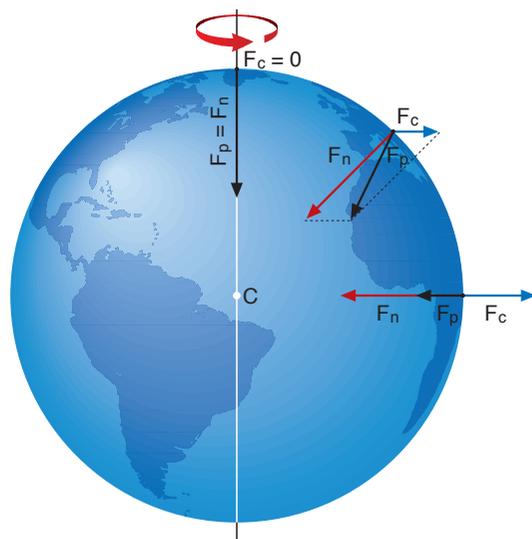
## I.4 Il geoide

La presenza di depressioni e rilievi, che caratterizzano la superficie terrestre, rende la Terra non perfettamente assimilabile alla superficie di un solido regolare come un ellissoide di rotazione.

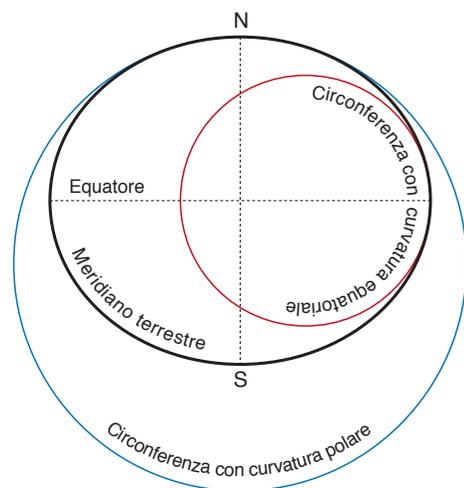
► *La Terra ha una forma peculiare che non può essere definita matematicamente, ma può essere solo approssimata mediante modelli.*

Gli studiosi hanno elaborato nuovi modelli di rappresentazione della superficie terrestre basati su una definizione non di tipo geometrico, ma di tipo fisico, mediante lo studio del campo gravitazionale terrestre. Infatti, l'andamento del campo gravitazionale terrestre tiene conto delle irregolarità della superficie terrestre e del fatto che la Terra è costituita da differenti materiali, distribuiti in

**FIGURA I.6** La figura mostra la variazione della risultante  $F_p$  data dalla composizione fra  $F_c$  e  $F_n$ . Notiamo il progressivo aumento di  $F_c$  (generata dalla rotazione terrestre) dai poli verso l'equatore. Ciò comporta l'aumento di intensità di  $F_p$  procedendo verso i poli. A parità di massa, dunque, un corpo pesa di più ai poli che in qualsiasi altra parte della Terra. Alla variazione di  $F_p$  corrisponde una variazione di  $g$  e quindi dell'attrazione esercitata dalla Terra. A causa di questo fenomeno la Terra ha assunto una forma leggermente schiacciata ai poli e rigonfia all'equatore.



**FIGURA I.7** La Terra ha una sezione ellittica. Se tracciamo una circonferenza avente curvatura polare e una avente curvatura equatoriale, avremo la circonferenza con curvatura polare maggiore della circonferenza con curvatura equatoriale. In altri termini, avvicinandoci ai poli, è come se ci muovessimo sulla superficie di una sfera di raggio via via crescente. Lo schiacciamento polare della Terra nella figura è volutamente esagerato.



modo non omogeneo. In ogni punto della superficie terrestre è possibile ricavare la direzione della forza di gravità osservando la direzione assunta dal filo a piombo. A partire da questi dati è stato elaborato un modello della Terra definito geoido.

► Per **geoido** si intende il solido delimitato da una superficie perpendicolare in ciascun punto alla direzione della forza di gravità e passante per il livello medio dei mari (figura I.8)

Il geoido può essere immaginato come la forma che la Terra assumerebbe se il livello medio del mare si estendesse in continuità anche sulle terre emerse.

Un ulteriore modo per definire il geoido è il seguente:

► Si può affermare che la superficie del geoido è **equipotenziale** della forza di gravità e passante per il livello medio dei mari. Ciò significa che in tutti i suoi punti non è uguale l'accelerazione di gravità, ma è uguale il lavoro necessario per portare un dato corpo dalla superficie del geoido a distanza infinita.

Il geoido è un solido irregolare che può essere descritto con formule matematiche estremamente complesse e rappresenta in modo più accurato la forma della Terra rispetto ad un ellissoide di rotazione.

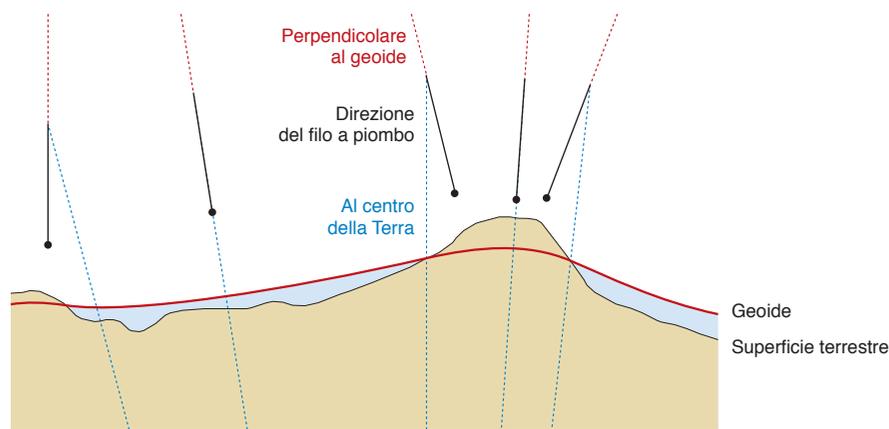
## I.5 L'ellissoide di riferimento

Abbiamo visto nel paragrafo precedente che la forma reale della Terra può essere soltanto approssimata attraverso modelli. Il geoido, pur essendo un buon modello, non può essere utilizzato direttamente per fini pratici come la costruzione di carte geografiche, in quanto ha una trattazione matematica estremamente complessa che tiene conto di parametri fisici oltre che geometrici. Pertanto sono stati elaborati ellissoidi di rotazione, chiamati ellissoidi di riferimento, dai quali si possono ricavare delle carte geografiche mediante apposite metodiche (vedi § IV.5).

► Un **ellissoide di riferimento** è la superficie matematica che meglio approssima il geoido, nel quale si è operata la media tra le sue depressioni e i suoi rigonfiamenti.

Un ellissoide di riferimento viene definito da due parametri fondamentali: **raggio equatoriale** (a) e **raggio polare** (b), dai quali si ricava un terzo parametro, lo **schacciamento polare** (f), espresso dal rapporto:  $(a - b)/a$  (figura I.9).

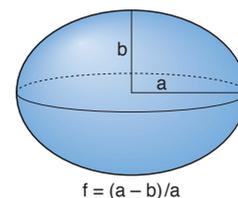
I raggi equatoriale e polare possono essere determinati mediante misure della curvatura terrestre,



**FIGURA I.8** La superficie del geoido è perpendicolare in ogni punto alla direzione del filo a piombo e coincide con il livello medio dei mari. Si può notare che il filo a piombo non si dispone sempre, come ci si potrebbe aspettare, in direzione del centro della Terra. Queste discordanze sono dovute alla diversa distribuzione delle masse in superficie e alla presenza nel sottosuolo di materiali di diversa densità, che alterano la direzione e l'intensità della forza di gravità (cfr. LA TERRA DINAMICA, § 5.6).

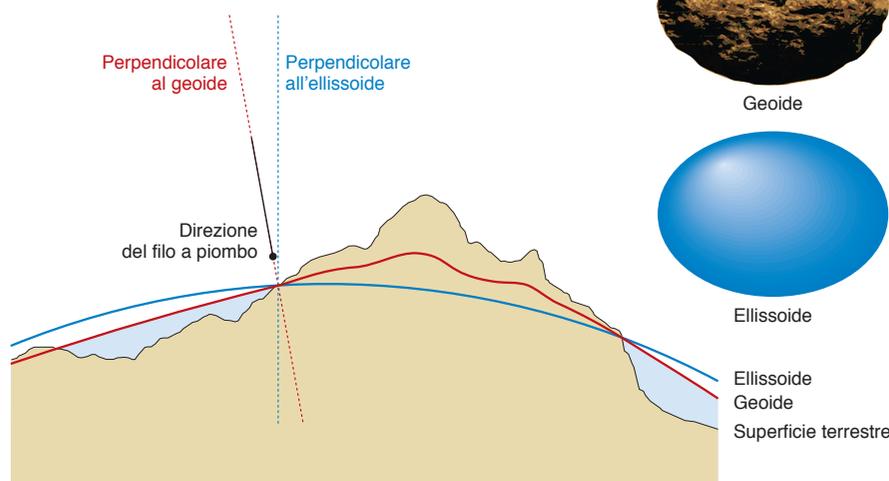
misure gravimetriche e, negli ultimi anni, soprattutto grazie all'utilizzo di satelliti artificiali. Migliorando le tecniche di misurazione dei parametri ellissoidici, è stato possibile costruire nel corso del tempo numerosi ellissoidi di riferimento via via più accurati.

Confrontando la superficie dell'ellissoide di riferimento con quella del geoido si può osservare che la superficie dell'ellissoide in genere è leggermente in rilievo in corrispondenza degli oceani e lievemente depressa in corrispondenza dei continenti. Entrambe le superfici si discostano dalla superficie reale della Terra (figura I.10).

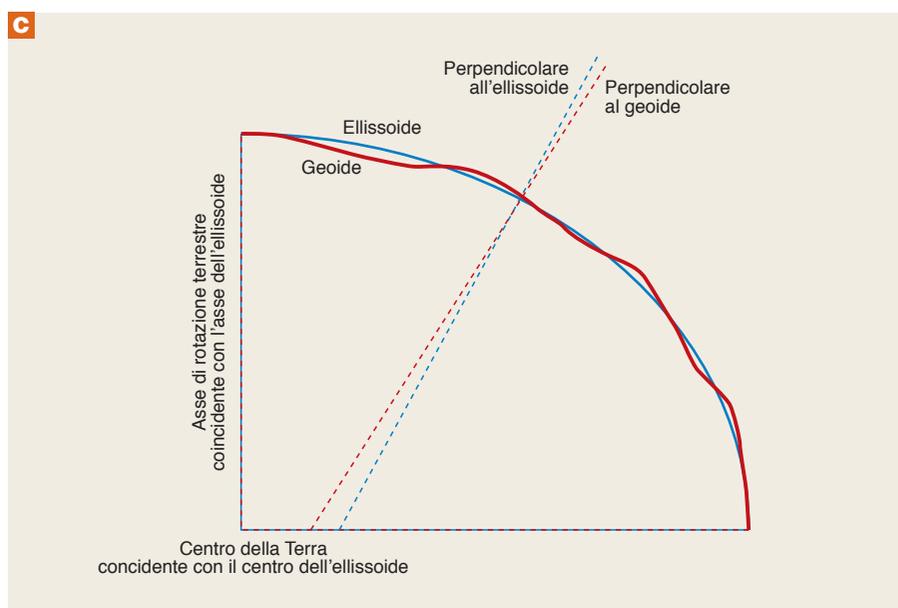
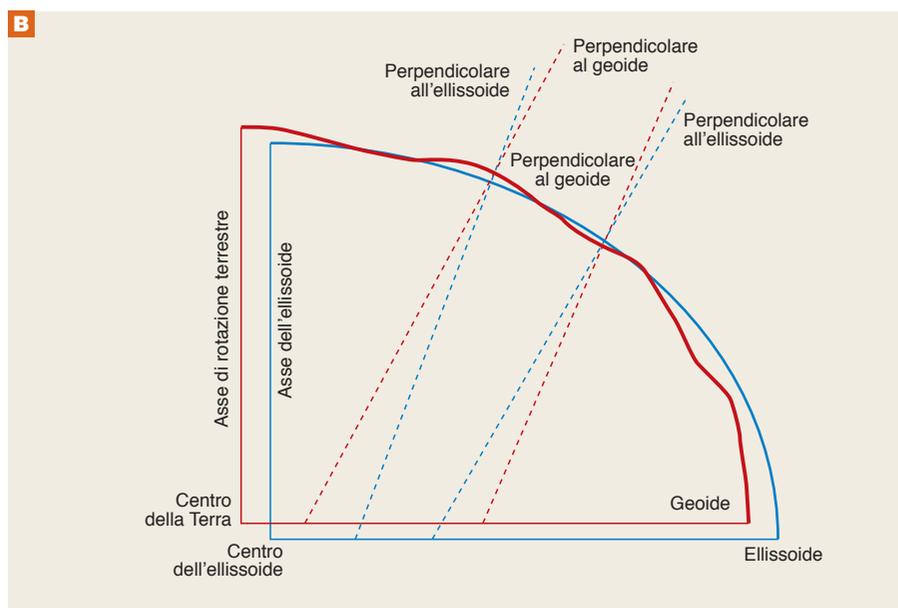
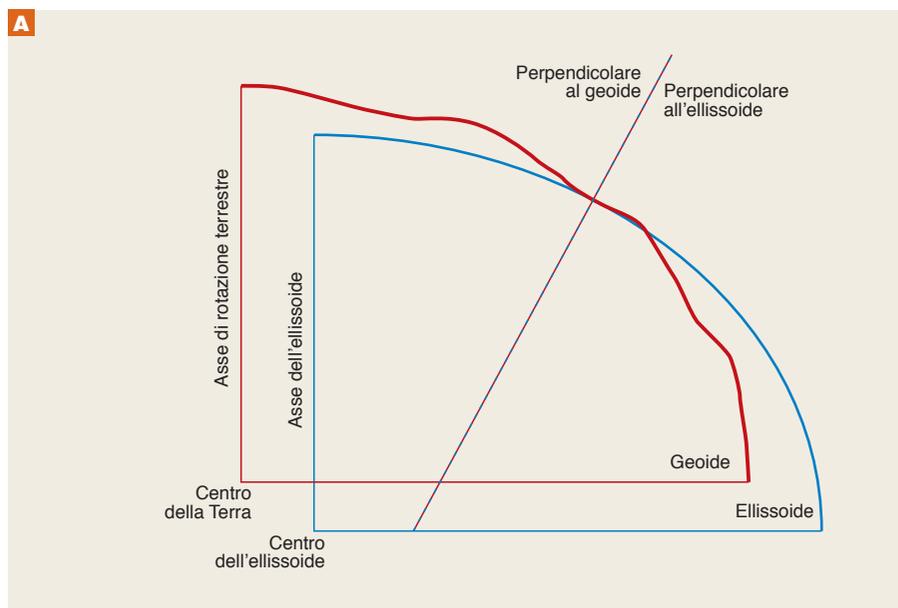


$$f = (a - b)/a$$

**FIGURA I.9** Parametri che definiscono un ellissoide di riferimento.



**FIGURA I.10** Confronto tra la superficie terrestre, quella del geoido e quella dell'ellissoide. La superficie terrestre è quella che vediamo con le sue irregolarità. La superficie del geoido è quella che ricaviamo dallo studio del campo gravitazionale terrestre. La superficie dell'ellissoide è un'astrazione matematica che approssima la forma della Terra. Confrontando tra loro ellissoide e geoido si nota che essi non coincidono e che spesso la perpendicolare al geoido si discosta dalla perpendicolare all'ellissoide.



Per rendere utilizzabile l'ellissoide ai fini cartografici, oltre che definire i parametri ellissoidici, è necessario orientarlo rispetto al geode, vale a dire stabilire la posizione dell'ellissoide rispetto al geode. Uno stesso ellissoide può essere orientato in modi differenti rispetto al geode. L'orientamento può essere locale oppure globale. L'*orientamento locale* consente di ottenere una certa precisione nella rappresentazione di territori poco estesi come nazioni (orientamento forte) o di territori più vasti come continenti (orientamento debole) (figura I.11 A e B). In generale maggiore è il territorio da rappresentare, minore sarà l'affidabilità della sua rappresentazione.

L'*orientamento globale* ha validità per l'intero pianeta in quanto è geocentrico, cioè viene fatto coincidere il centro dell'ellissoide con il centro di massa del geode (figura I.11 C). Un ellissoide geocentrico ha il vantaggio di fornire un sistema di riferimento unico e valido per tutto il globo, però non garantisce un'elevata precisione delle carte geografiche da esso derivate, rendendo indispensabile determinare gli scarti tra geode ed ellissoide.

Nel corso del tempo sono stati utilizzati nelle varie nazioni, sia ellissoidi differenti (tabella I. 1), sia lo stesso ellissoide orientato in maniera diversa così da ottenere vari Sistemi Geodetici di Riferimento nazionali o continentali.

► **Un Sistema Geodetico di Riferimento o Datum** è un ellissoide orientato che rappresenta un modello semplificato della Terra utilizzato a fini cartografici.

FIGURA I.11 Orientamento dell'ellissoide.

A - *Orientamento locale forte.*

L'ellissoide viene orientato rispetto al geode in modo che le superfici del geode e dell'ellissoide siano tangenti in un dato punto e le verticali relative alle due superfici coincidano. La cartografia prodotta, utilizzando l'ellissoide così orientato, risulterà particolarmente affidabile per tutto il territorio circostante il punto di tangenza poiché risultano essere minimi gli scarti tra geode ed ellissoide.

B - *Orientamento locale debole.*

L'ellissoide è orientato rispetto al geode in modo da non garantire né la tangenza tra le due superfici, né la coincidenza tra la verticale geoidica e la verticale ellissoidica. L'orientamento è tale da ottenere, per un territorio molto esteso, scarti minimi tra le superfici di ellissoide e geode. La cartografia prodotta risulterà sufficientemente affidabile per un vasto territorio circostante il punto di contatto, pur non avendo le caratteristiche di precisione tipiche di un orientamento forte.

C - *Orientamento globale geocentrico.*

L'ellissoide è orientato rispetto al geode in modo che vi sia coincidenza tra il centro dell'ellissoide ed il centro di massa del geode, non garantendo in alcun punto né la tangenza tra le due superfici né la coincidenza tra la verticale geoidica e la verticale ellissoidica. L'ellissoide geocentrico rappresenta un riferimento unico per l'intero pianeta, però gli scarti tra geode ed ellissoide non sono trascurabili e devono essere calcolati.

Tra gli ellissoidi più utilizzati vi è l'ellissoide di Hayford, elaborato dal geodeta statunitense John Fillimore Hayford (1868-1925) nel 1909 e scelto nel 1924 dall'Unione Geodetica Internazionale come **ellissoide internazionale** (tabella I.2).

L'ellissoide internazionale fu adottato nel 1940 in Italia per definire un Datum Nazionale denominato Roma40 (o MM40), ancora oggi utilizzato per carte geografiche molto dettagliate. Nel Sistema Roma40 l'ellissoide internazionale è stato orientato in corrispondenza dell'osservatorio astronomico di Monte Mario (orientamento forte). A Roma40 si affiancò nel secondo dopoguerra il Sistema di Riferimento Europeo ED50 (European Datum), che utilizza l'ellissoide di Hayford orientato in modo da garantire uno scostamento tra geoidi ed ellissoide simile per tutti i punti del territorio europeo (orientamento debole). Il Datum ED50 nasce per rendere omogenea la cartografia degli stati europei ed è ancora oggi utilizzato in Italia per alcuni tipi carte.

Il sistema catastale italiano si basa ancora sull'ellissoide elaborato da Bessel nel 1841.

In un dato Sistema di Riferimento, qualsiasi punto è identificato da due valori definiti coordinate geografiche, latitudine e longitudine (vedi § II.3). Un medesimo punto in Datum diversi può presentare coordinate differenti (tabella I.3 A e B). Parimenti punti con le stesse coordinate in Sistemi di Riferimento diversi non necessariamente coincidono. Questi fatti hanno creato numerosi inconvenienti di carattere pratico (ad esempio nella navigazione aerea) e hanno generato la necessità di disporre di coordinate univoche e di un Datum avente validità mondiale.

A partire dagli anni Sessanta del secolo scorso, grazie all'utilizzo dei satelliti, sono stati elaborati i primi ellissoidi con orientamento globale come il WGS66, il WGS72 e il WGS84 (cfr. tabella I.1). Il **WGS84** è l'ellissoide geocentrico adottato attualmente a livello planetario ed è il Datum utilizzato dal GPS (vedi § II.4). Il WGS84 è stato approntato nel 1984, ma aggiornato in tempi successivi: l'ultima revisione è del 2004.

Nome	RAGGIO EQUATORIALE (a)	RAGGIO POLARE (b)	SCHIACCIAMENTO POLARE (a-b/a)
Bessel (1841)	6.377.397,155	6.356.078,963	1/299,15
Helmert (1906)	6.378.200	6.356.818,17	1/298,3
Hayford (1909)	6.378.388	6.356.911,946	1/297,0
WGS66 (1966)	6.378.145	6.356.759,769	1/298,25
WGS72 (1972)	6.378.135	6.356.750,52	1/298,26
WGS84 (1987)	6.378.137	6.356.752,3142	1/298,257223563

La sigla WGS è l'acronimo di World Geodetic System e viene fatta seguire da due cifre che indicano l'anno della sua prima elaborazione.

**TABELLA I.1** Alcuni tra i più importanti ellissoidi di riferimento.

Circonferenza equatoriale	40.076,594 km
Raggio equatoriale (a)	6.378,388 km
Circonferenza polare	40.009,152 km
Raggio polare (b)	6.356,912 km
Schiacciamento polare (a-b)/a	$5,37 \cdot 10^{-3} = 1/297$
Superficie della Terra	510.069.140 km <sup>2</sup>
Volume della Terra	1.083.319.780.000 km <sup>3</sup>
Raggio di una sfera avente lo stesso volume della Terra	6.371,221 km

**TABELLA I.2** Le dimensioni della Terra in base ai parametri dell'ellissoide internazionale riconosciuti dall'Unione Internazionale di Geodesia e Geofisica.

Datum	Coordinate geografiche del punto Roma M. M.	A
Roma40	<ul style="list-style-type: none"> <li>latitudine 41°55'25,51"</li> <li>longitudine 12°27'08,40" da Greenwich</li> </ul>	
ED50	<ul style="list-style-type: none"> <li>latitudine 41°55'31,487"</li> <li>longitudine 12°27'10,930" da Greenwich</li> </ul>	
WGS84	<ul style="list-style-type: none"> <li>latitudine 41°55'27,851"</li> <li>longitudine 12°27'07,658" da Greenwich</li> </ul>	
Confronto tra i Datum per il punto Roma M. M.	Scostamento (in metri) del punto Roma M. M.	B
Roma40 vs ED50	0,99 metri	
Roma40 vs WGS84	6,20 metri	
ED50 vs WGS84	5,32 metri	

**TABELLA I.3** (A), coordinate geografiche del punto Roma Monte Mario (Roma M. M.) nei tre Sistemi Geodetici di Riferimento utilizzati in Italia. (B), scostamento del punto Roma M. M. per confronto dei diversi Datum. Come si può notare, lo stesso punto non coincide nei tre sistemi di riferimento, ma si discosta di alcuni metri. Per altri punti della Terra gli scostamenti possono raggiungere anche diverse centinaia di metri.

- Che cosa studia la geodesia?
- Quali prove puoi addurre per dimostrare che la superficie della Terra è curva?
- Qual è la differenza tra orizzonte apparente e orizzonte visivo?
- Come si può definire l'asse terrestre?
- Perché la velocità lineare di rotazione terrestre è nulla ai poli?
- Spiega perché la Terra non ha una forma esattamente sferica.
- Quali sono le prove dello schiacciamento polare della Terra?
- Qual è la differenza in km tra raggio equatoriale e polare?
- Come varia la curvatura di un ellissoide tra l'equatore e i poli?
- Per quale motivo la Terra è meglio descritta da un geoide piuttosto che da un ellissoide di rotazione?
- Che tipo di solido è il geoide? Su quali basi viene definito?
- Che cosa si intende per ellissoide di riferimento? Da quali parametri è definito?
- Che cosa si intende per orientamento di un ellissoide di riferimento? Perché è necessario orientare l'ellissoide rispetto al geoide?
- Che cosa si intende per Datum o Sistema Geodetico di Riferimento?
- Quali sono i Sistemi Geodetici di Riferimento utilizzati in Italia?
- Qual è il Datum utilizzato attualmente a livello globale?



**Mettiamoci alla prova**



## FACCIAMO IL PUNTO

### Sommario

**Che cos'è la Geodesia?** La geodesia è la scienza che studia la forma e le dimensioni della Terra oltre che i metodi per determinare la posizioni di punti sulla superficie terrestre.

**In base a quali osservazioni è possibile dimostrare che la superficie della Terra è curva?** La curvatura della superficie terrestre è dimostrata fin dall'antichità da alcune osservazioni: la variazione dell'altezza della stella Polare sull'orizzonte al variare della distanza dall'equatore; la comparsa di un oggetto all'orizzonte a cominciare dalle sue parti più elevate; l'ombra proiettata dalla Terra durante le eclissi lunari e l'ampliamento dell'orizzonte visivo all'aumentare dell'altitudine.

**In base al moto di rotazione terrestre, quali riferimenti è possibile individuare sulla Terra?** Grazie al moto di rotazione terrestre si possono definire come riferimenti i poli e l'equatore. I poli sono i punti di intersezione tra l'asse di rotazione e la superficie terrestre. L'equatore è la circonferenza massima equidistante dai poli e perpendicolare all'asse di rotazione.

**Perché la Terra non è perfettamente sferica? Quali sono le prove?** Il moto di rotazione della Terra produce una forza centrifuga, massima all'e-

quatore e nulla ai poli, che determina uno schiacciamento ai poli e un rigonfiamento all'equatore. Lo schiacciamento polare si può dimostrare mediante misure dell'accelerazione di gravità effettuate a diverse distanze dai poli e mediante osservazioni della variazione dell'altezza della stella Polare al variare della distanza dall'equatore.

**Che cosa si intende per geoide?** Il geoide è la figura che meglio approssima la forma della Terra e viene definito come il solido delimitato da una superficie perpendicolare in ogni punto alla direzione della forza di gravità e passante per il livello medio dei mari.

**Che cosa sono gli ellissoidi di riferimento? Cosa si intende per Datum?** Gli ellissoidi di riferimento sono ellissoidi di rotazione che approssimano al meglio il geoide e vengono utilizzati nella costruzione delle carte geografiche. Ogni ellissoide di riferimento è caratterizzato dai valori del raggio polare, del raggio equatoriale e dello schiacciamento polare. Per essere utilizzato, l'ellissoide deve venire orientato, localmente o globalmente, rispetto al geoide, in modo da definire un Sistema Geodetico di Riferimento o Datum. Nel corso del tempo e nei vari paesi sono stati utilizzati ellissoidi di riferimento sempre più precisi e Datum differenti. Attualmente è stato scelto come Sistema di Riferimento a livello planetario il Datum geocentrico WGS84.

## VERIFICA LE CONOSCENZE

### Domande a scelta multipla (scegli il/i completamento/i corretto/i)

#### 1 Una prova della sfericità della Terra è:

- A l'ombra circolare proiettata dalla Terra durante le eclissi di Luna;
- B l'alternarsi del dì e della notte;
- C il fatto che il Sole non è sempre alto allo stesso modo durante il corso dell'anno;
- D il fatto che la stella Polare ha sempre la stessa altezza sull'orizzonte.

#### 2 Il piano tangente alla superficie terrestre per il punto di stazione è detto orizzonte:

- A celeste;
- B apparente;
- C astronomico;
- D visivo.

#### 3 L'asse terrestre è l'insieme dei punti per i quali:

- A la velocità lineare è massima;
- B la velocità lineare aumenta dal polo al piano equatoriale;
- C la velocità lineare aumenta dal piano equatoriale al polo;
- D la velocità lineare è nulla.

#### 4 Causa dello schiacciamento polare della Terra è:

- A il moto di rivoluzione;
- B il moto di rotazione;
- C l'attrazione gravitazionale;

- D la variazione di distanza Terra-Sole.

#### 5 Un'evidenza della forma ellissoidica della Terra è che:

- A spesso il filo a piombo non si dispone in direzione del suo centro;
- B spostandosi verso nord occorre percorrere distanze via via maggiori per ottenere una uguale variazione dell'altezza della stella Polare;
- C spostandosi verso nord diminuisce l'accelerazione di gravità;
- D essa è schiacciata all'equatore e rigonfia ai poli.

#### 6 Il geoide:

- A è un solido di rotazione;
- B è una superficie equipotenziale della forza centrifuga;
- C è un solido delimitato da una superficie perpendicolare in ogni punto alla direzione del filo a piombo;
- D può essere direttamente impiegato nella costruzione di carte geografiche.

#### 7 L'ellissoide di riferimento:

- A non può essere descritto matematicamente;
- B coincide in ogni punto con il geoide;
- C serve per la costruzione delle carte geografiche;
- D ha in ogni punto uguale valore dell'accelerazione di gravità.

#### 8 La sigla ED50 indica:

- A un ellissoide di riferimento;
- B un geoide;
- C un Datum utilizzato a livello globale;
- D un Datum utilizzato a livello europeo.

## VERIFICA LE COMPETENZE

### Quesiti ed esercizi

- 9 Perché è prevedibile una diminuzione dell'accelerazione di gravità dal polo all'equatore? Spiega perché tale diminuzione è maggiore di quanto previsto assumendo la Terra sferica.
- 10 Se la Terra fosse perfettamente sferica e non possedesse il moto di rota-

zione, come varierebbe la forza di attrazione newtoniana?

- 11 Perché spesso il filo a piombo non si dispone in direzione del centro della Terra?
- 12 In che modo l'orientamento di un ellissoide influisce sul grado di precisione delle carte geografiche ottenute dal suo impiego?