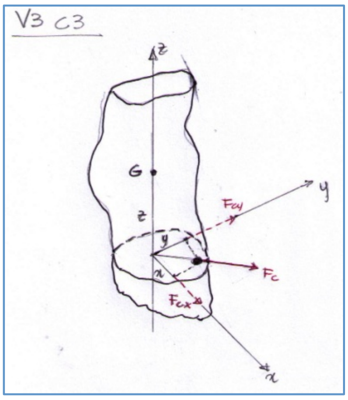
Volume 3 - Capitolo 3
Assi principali d'inerzia ed equilibramento dinamico

La condizione per l'equilibramento statico di un corpo rigido in rotazione attorno ad un asse è che il baricentro del corpo cada sull'asse di rotazione.
Per l'equilibramento dinamico questa condizione non è sufficiente; nel corso del capitolo 3 del Volume 3 sono state individuate due conformazioni geometriche che garantiscono che il momento delle forze centrifughe sia nullo. È possibile esprimere la condizione generale ricorrendo al concetto di **asse principale d'inerzia**.

Dato un corpo rigido e tre assi x,y,z (Figura), sia z l'asse attorno a cui è possibile la rotazione. La presenza di forze centrifughe tende a provocare un momento, rotante insieme all'albero e tale da far oscillare l'asse di rotazione.



Considerato il corpo rigido in figura, durante la rotazione attorno all'asse z insorge per ogni elemento di massa dm una forza:
$F_c = dm \cdot \omega^2 \cdot r$
Proiettando le forze su due assi x,y perpendicolari tra loro e ortogonali a z, consideriamo le componenti parallele all'asse x:
$F_{cx} = dm \cdot \omega^2 \cdot x$
Rispetto a G si ha di conseguenza un momento:
$dM_x = dm \cdot \omega^2 \cdot x \cdot z$
essendo z la distanza misurata lungo l'asse di rotazione.
Per l'insieme delle masse elementari che compongono il corpo rigido, tenendo conto che ω è uguale in tutti i punti, si ha:
$Mx = dm \cdot \omega^2 \cdot x \cdot z$

Eseguendo lo stesso procedimento per le componenti sull'asse y, si ottiene analogamente:
$My = dm \cdot \omega^2 \cdot y \cdot z$

I termini $dm \cdot x \cdot z$ e $dm \cdot y \cdot z$ rappresentano i **momenti centrifughi** della massa rispetto alle coppie di assi x,z e y,z e si possono indicare con i simboli J_{xz} e J_{yz}.

Si giunge quindi alla conclusione che l'annullamento del momento delle forze centrifughe si realizza al verificarsi della condizione che siano nulli i momenti centrifughi:
$J_{xz} = 0$ $J_{yz} = 0$

Il verificarsi di questa condizione equivale ad affermare che x, y, z sono **assi principali d'inerzia** per il corpo rigido considerato.

Nel capitolo 4.7 del Volume 1 sono stati definiti gli assi principali d'inerzia per una superficie; tra tutte le coppie di assi x,y con origine nel baricentro G, ne esiste una per cui si ha:

$I_x = I_{min}$ $I_y = I_{max}$ $I_{xy} = 0$

Gli assi x e y per cui ciò si verifica sono denominati assi principali d'inerzia della superficie.

Analogamente per un corpo rigido si individua una terna di assi principali d'inerzia; se il corpo ruota attorno ad uno di essi, si verifica una situazione di simmetria per cui i momenti delle forze centrifughe sono equilibrati.

Aggiungendo dunque alla condizione di equilibrio delle forze centrifughe le condizioni individuate per l'annullamento dei momenti delle forze centrifughe, si ottiene il sistema di

condizioni geometriche perché un corpo rigido sia equilibrato dinamicamente nella sua rotazione attorno ad un asse z:
$rG=0 \quad Jxz=0 \quad Jyz=0$

Le due conformazioni geometriche riportate nel capitolo 3.1 del Volume 3 rispettano entrambe queste condizioni e garatiscono l'equilibramento dinamico (vedi figura 5 di pag. 46).