

Approfondimento

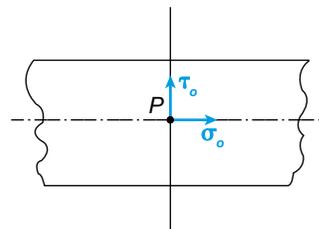
Tensioni principali e cerchio di Mohr

In generale in un punto di un solido sollecitato è presente sia una tensione tangenziale sia una tensione normale; tuttavia per ogni punto esistono due piani, tra loro perpendicolari, su cui le tensioni tangenziali sono nulle. Le tensioni normali a tali piani sono dette **tensioni principali** e sono di segno opposto: una di tensione σ' , l'altra di compressione σ'' .

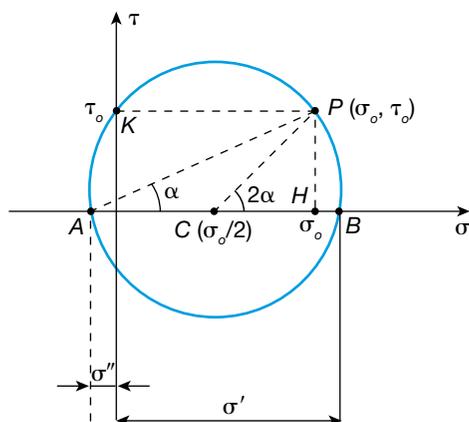
Consideriamo un punto P e la sezione retta passante per esso; indichiamo con σ_o e τ_o le componenti, normale e tangenziale, in quel punto; indichiamo con α l'angolo tra la sezione retta e il piano perpendicolare a σ' (vedi figura a lato).

Valgono le seguenti relazioni:

$$\begin{cases} \sigma' + \sigma'' = \sigma_o \\ \sigma' \cdot \sigma'' = -\tau_o^2 \\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{\tau_o}{\sigma'} \end{cases}$$



Conoscendo σ_o e τ_o , si possono calcolare le tensioni principali σ' e σ'' e l'angolo α ; alla risoluzione matematica del sistema si può sostituire una costruzione grafica, detta cerchio di Mohr (figura sottostante).



Il procedimento per costruirlo è il seguente:

- 1 Si traccia un sistema di assi cartesiani σ, τ .
- 2 Si individuano i punti H e K e il punto P di coordinate σ_o e τ_o .
- 3 Si individua il punto $C (\sigma_o/2, 0)$, centro del cerchio di Mohr.
- 4 Si traccia il cerchio di raggio $r = \overline{CP} = \overline{CK}$, passante per P e K .
- 5 Le intersezioni del cerchio con l'asse orizzontale hanno come coordinate le tensioni principali: in B quella positiva σ' , in A quella negativa σ'' .

Da semplici considerazioni geometriche si ricava:

$$r = \sqrt{\left(\frac{\sigma_o}{2}\right)^2 + \tau_o^2}$$

$$\sigma' = \frac{\sigma_o}{2} + r = \frac{\sigma_o}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_o}{2}\right)^2 + \tau_o^2}$$

$$\sigma'' = \frac{\sigma_o}{2} - r = \frac{\sigma_o}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_o}{2}\right)^2 + \tau_o^2}$$

Sul cerchio si individuano graficamente l'angolo α e l'angolo 2α .

Due conformazioni particolari del cerchio di Mohr corrispondono ai seguenti stati di sollecitazione:

a Taglio – sulla sezione normale sono presenti solo tensioni tangenziali τ ($\sigma = 0$). Il cerchio di Mohr ha il centro nell'origine degli assi e le tensioni principali sono entrambe di intensità pari a τ_o (come si vede dalla figura **a** sottostante).

Le tensioni principali agiscono su piani disposti a 45° rispetto alla sezione retta.

b Sforzo normale – sulla sezione normale sono presenti solo tensioni σ_o di trazione o di compressione ($\tau_o = 0$). La tensione principale σ' coincide con σ' ; σ'' è nulla (figura **b** sottostante).

