

Legge del gas perfetto e termodinamica

Gas perfetto

Lo **stato gassoso** è quello di una sostanza che si trova oltre la sua temperatura critica.

La **temperatura critica** è quella oltre la quale non è possibile ottenere lo stato liquido per quanto alta sia la pressione esercitata.

Si definisce **gas perfetto** quello in cui idealmente le attrazioni tra le molecole sono nulle.

Lo stato del gas perfetto è definito dalle tre grandezze, legate dalla legge:

$$p \cdot v = R \cdot T$$

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T$$

p = pressione assoluta (Pa)

m = massa (kg)

v = volume massico (m^3/kg)

V = volume totale (m^3)

T = temperatura assoluta (K)

R [$\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$] è la **costante caratteristica del gas**.

Pressione, volume e temperatura sono le **variabili di stato**, che definiscono la condizione del gas.

Scambi termici, lavoro e primo principio

Il passaggio del gas da uno stato all'altro si definisce **trasformazione termodinamica**, cioè una trasformazione legata a scambi energetici tra il gas e l'ambiente esterno, escludendo reazioni chimiche e fenomeni elettromagnetici.

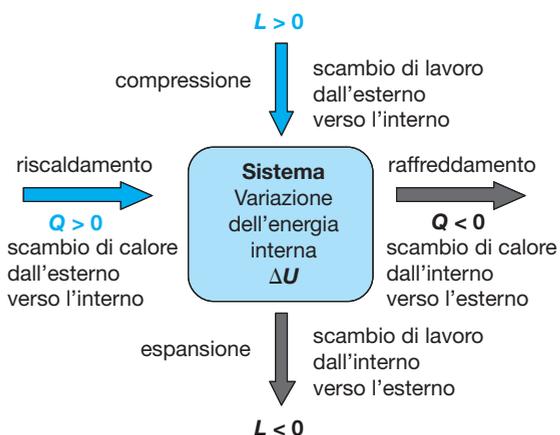
SCAMBI DI ENERGIA

Scambio termico Q

- avviene per effetto di una differenza di temperatura tra interno ed esterno
- $Q > 0$ riscaldamento
- $Q < 0$ raffreddamento

Scambio di lavoro L

- avviene per effetto di una differenza di pressione tra interno ed esterno
- $L > 0$ espansione
- $L < 0$ compressione



Sistema isolato: non sono possibili scambi di massa e di energia.

Sistema chiuso: può scambiare energia ma non materia.

Primo principio della termodinamica (conservazione dell'energia)

$$Q - L = U_2 - U_1$$

In una trasformazione o in una serie di trasformazioni tra lo stato iniziale 1 e lo stato finale 2 la somma algebrica degli scambi di energia con l'esterno è pari alla variazione dell'energia interna del sistema.

U_1 e U_2 dipendono solo dagli stati iniziale e finale del gas e nel gas perfetto solo dalle temperature T_1 e T_2 .

Q e L dipendono dalle trasformazioni che conducono il gas dallo stato 1 allo stato 2.

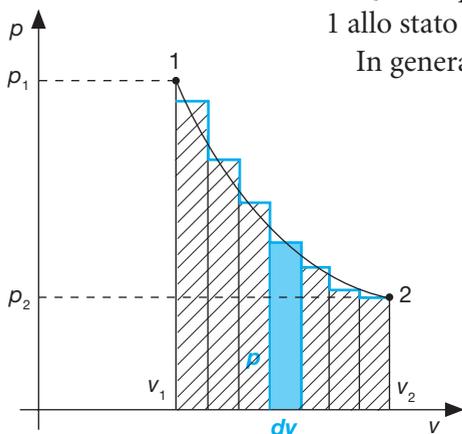
In generale il lavoro termodinamico è dato da:

$$L_{1 \rightarrow 2} = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$$

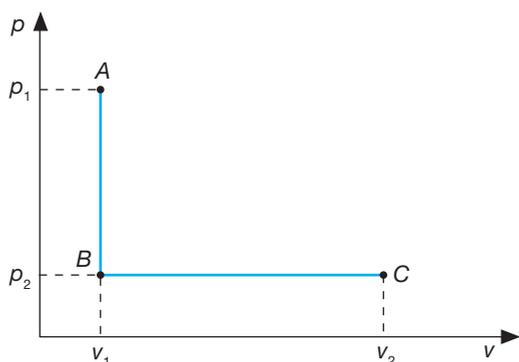
Viene considerato positivo in fase di espansione, quando il gas compie lavoro sull'esterno.

Nel **diagramma p, V** :

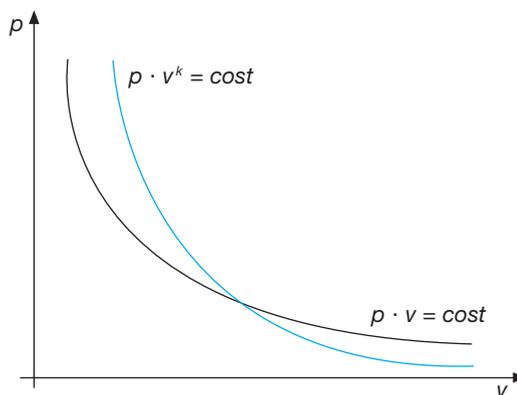
- un punto rappresenta uno stato del gas;
- una linea rappresenta la trasformazione tra due stati;
- l'area al di sotto della linea rappresenta il lavoro scambiato dal gas con l'esterno.



Le trasformazioni termodinamiche



Trasformazioni isobara e isocora



Trasformazioni isoterma e adiabatica

Trasformazione isobara

La pressione resta costante, mentre volume e temperatura variano in modo proporzionale:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

Scambi di energia con l'esterno (riferiti a 1 kg di gas):

$$\begin{aligned} \text{calore} \quad q_{1 \rightarrow 2} &= c_p \cdot (T_2 - T_1) \\ \text{lavoro} \quad l_{1 \rightarrow 2} &= p \cdot (v_2 - v_1) \end{aligned}$$

Lo scambio di calore può essere espresso anche mediante la funzione **entalpia**:

$$q_{1 \rightarrow 2} = h_2 - h_1$$

Entalpia per 1 kg di gas:

$$\begin{aligned} h &= u + p \cdot v \\ &(\text{J/kg}) \end{aligned}$$

Trasformazione isocora

Il volume resta costante mentre pressione e temperatura variano in modo proporzionale:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}$$

Primo principio e scambi di energia con l'esterno (riferiti a 1 kg di gas):

$$\begin{aligned} q_{1 \rightarrow 2} &= u_2 - u_1 \\ \text{calore} \quad q_{1 \rightarrow 2} &= c_v \cdot (T_2 - T_1) = (u_2 - u_1) \\ \text{lavoro} \quad l_{1 \rightarrow 2} &= 0 \end{aligned}$$

Nei gas la capacità termica massica dipende dalla modalità con cui avviene lo scambio di calore; in particolare si hanno:

capacità termica massica a volume costante: $c_v = \frac{\Delta u}{\Delta T}$ (J/kg·K)

capacità termica massica a pressione costante: $c_p = \frac{\Delta h}{\Delta T}$ (J/kg·K)

con: $c_p - c_v = R$ e $\frac{c_p}{c_v} = k$

Essendo $c_p > c_v$, a parità di calore fornito si ottiene un maggior aumento di temperatura nel riscaldamento a volume costante perché non viene prodotto lavoro di espansione.

Trasformazione isoterma

La temperatura resta costante, mentre pressione e volume variano in modo inversamente proporzionale (il loro prodotto resta costante).

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1} \quad p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2$$

Primo principio e scambi di energia con l'esterno (riferiti a 1 kg di gas):

$$\begin{aligned} u_2 &= u_1 \quad q_{1 \rightarrow 2} = l_{1 \rightarrow 2} \\ \text{Lavoro e calore} \quad q_{1 \rightarrow 2} = l_{1 \rightarrow 2} &= p_1 \cdot v_1 \cdot \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) \end{aligned}$$

Trasformazione adiabatica

Avviene in un ambiente termicamente isolante che impedisce ogni scambio di energia termica con l'esterno.

$$p \cdot v^k = \text{costante}$$

Primo principio e scambi di energia con l'esterno (riferiti a 1 kg di gas):

$$q_{1 \rightarrow 2} = 0 \quad l_{1 \rightarrow 2} = u_1 - u_2$$

$$\text{Lavoro} \quad l_{1 \rightarrow 2} = \frac{p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1}{1-k} = R \cdot \frac{T_2 - T_1}{1-k} = \frac{RT_1}{k-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]$$

Trasformazione politropica

Una generica trasformazione in cui le condizioni variano con regolarità, ma senza ricadere in uno dei casi precedenti.

$$p \cdot v^n = \text{costante}$$

L'esponente n caratterizza la politropica; con $n = k$ si ricade nel caso dell'adiabatica.

Gli scambi di energia possono essere calcolati con le formule dell'adiabatica, sostituendo a k il valore di n .

Ciclo termodinamico

Una serie di trasformazioni termodinamiche al termine delle quali il sistema torna alle condizioni iniziali.

Poiché l'energia interna è una variabile di stato, al termine del ciclo assume lo stesso valore che aveva all'inizio; quindi in un ciclo il primo principio si esprime con:

$$\Delta U = 0 \quad \Sigma Q - \Sigma L = 0$$

La somma algebrica degli scambi di energia con l'esterno è nulla; il totale degli scambi termici e degli scambi di lavoro si equivalgono.

L'area interna al ciclo, riportato sul diagramma v, p , rappresenta la somma algebrica degli scambi di lavoro ΣL ; se il ciclo è percorso in senso orario, il lavoro prodotto nelle fasi di espansione supera quello assorbito nelle fasi di compressione e il totale è positivo.

Viene indicato come **lavoro utile**, che teoricamente una macchina a fluido motrice può fornire all'esterno durante ogni ciclo.

Se un ciclo è percorso in senso antiorario, il totale è negativo: il lavoro assorbito in compressione supera quello fornito in espansione.

È il **ciclo inverso**, utilizzato per spostare energia termica da una fonte a temperatura T_1 a una fonte a temperatura maggiore $T_2 > T_1$ (frigoriferi, pompe di calore).

Secondo principio e irreversibilità

Serbatoio termostatico o **sorgente di calore**: ambiente ideale che, senza variare la sua temperatura, può fornire calore ad ambienti a temperatura più bassa.

Secondo principio della termodinamica

È impossibile realizzare un ciclo e una macchina termica il cui unico risultato sia di assorbire calore da un solo serbatoio e trasformarlo in lavoro (*Kelvin*).

È impossibile realizzare un ciclo e una macchina termica il cui unico risultato sia di far passare calore da un corpo a temperatura più bassa a uno a temperatura più alta (*Clausius*).

L'impossibilità di trasformare interamente l'energia termica in lavoro è legata alla presenza delle **irreversibilità**, cioè di fenomeni naturali che avvengono spontaneamente in un senso e non nel senso opposto.

Esempi di irreversibilità:

- *trasmissione del calore*, che avviene spontaneamente solo da temperature più alte a temperature più basse e non viceversa;
- *dissipazioni per attriti* (contatto tra superfici solide, turbolenze nei fluidi in movimento, resistenze elettriche) che comportano trasformazione di energia meccanica o elettrica in calore.

Rendimento di un ciclo

Sulla base del secondo principio nel ciclo esiste uno scambio termico entrante Q_e e uno scambio termico uscente Q_u ; la differenza $Q_e - Q_u$ equivale al lavoro utile del ciclo.

Si definisce il rendimento del ciclo termodinamico:

$$\eta_c = \frac{L_{ut}}{Q_e} = \frac{Q_e - Q_u}{Q_e} = 1 - \frac{Q_u}{Q_e}$$

Ciclo di Carnot

Alla domanda «Quali sono le condizioni per rendere massimo il rendimento del ciclo delle macchine termiche?», Carnot rispose ideando un ciclo ideale composto da due adiabatiche e due isoterme con le seguenti condizioni:

- scambi di calore con due soli sorgenti di calore a temperature T_{max} e T_{min} , con differenze di temperature trascurabili rispetto alle temperature delle due isoterme lungo le quali avvengono gli scambi termici;
- le trasformazioni sono molto lente in modo che esista un continuo equilibrio tra pressione interna e pressione esterna.

A queste condizioni il **ciclo di Carnot** è un **ciclo reversibile**, che può essere percorso in senso inverso riportando alle condizioni di partenza sia il fluido che percorre il ciclo sia l'ambiente esterno. In pratica le condizioni previste da Carnot non possono essere realizzate; il ciclo costituisce un riferimento ideale.

Il **teorema di Carnot** afferma che:

- il rendimento del ciclo di Carnot non dipende dal fluido utilizzato, ma solo dalle temperature delle due sorgenti:

$$\eta_{id} = \frac{T_{max} - T_{min}}{T_{max}} = 1 - \frac{T_{min}}{T_{max}}$$

- nessuna macchina che lavori in contatto con due sole sorgenti aventi le stesse temperature può avere rendimento superiore a quello del ciclo di Carnot.

La funzione di stato **entropia** è definita per misurare l'influenza delle irreversibilità nelle trasformazioni termodinamiche:

$$\Delta S = \sum \frac{Q}{T} \quad \left(\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right)$$

La variazione di entropia è data dalla sommatoria dei rapporti tra le quantità di calore scambiato e le temperature a cui avviene lo scambio.

Trasformazioni reversibili: $\Delta S = 0$

Trasformazioni irreversibili: $\Delta S > 0$

In una trasformazione o in una serie di trasformazioni irreversibili l'entropia totale del sistema e dell'ambiente esterno aumenta sempre.

L'irreversibilità determina una **degradazione dell'energia**; la trasformazione di energia meccanica (o elettrica) in energia termica e il passaggio dell'energia termica da una temperatura alta a una più bassa diminuiscono la possibilità di ottenere da essa nuovamente energia meccanica.

Nei **diagrammi entropici S, T**:

- l'area sottostante alla linea che rappresenta una trasformazione indica il calore scambiato durante la trasformazione;
- l'area interna a un ciclo indica il lavoro utile;
- una trasformazione adiabatica reversibile è rappresentata da un segmento verticale (isoentropica); un'adiabatica irreversibile è rappresentata da un tratto di curva inclinata verso l'entropia crescente.

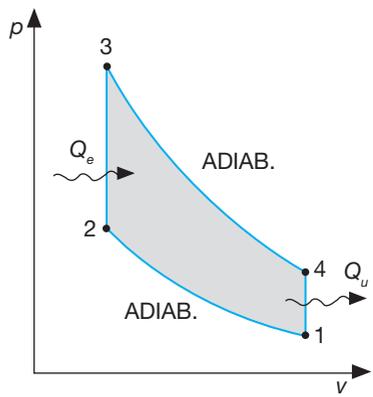
Cicli teorici delle macchine termiche a gas

Alcuni cicli teorici sono alla base dello studio delle macchine termiche a gas; sono considerati cicli reversibili riferiti a un sistema chiuso costituito da aria considerata come gas ideale:

Motori endotermici ad accensione comandata	ciclo Otto
Motori endotermici ad accensione spontanea	ciclo Diesel
Impianti con turbine a gas	ciclo Brayton-Joule

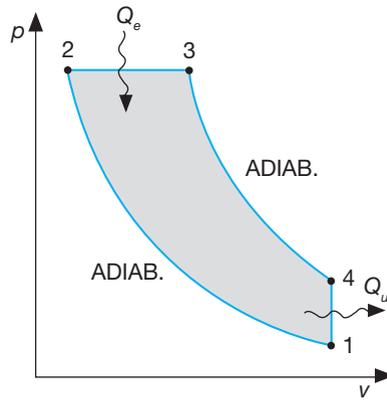
Il valore dei rendimenti dei cicli dipende dai seguenti parametri caratteristici:

- rapporto volumetrico di compressione $r = \frac{v_1}{v_2}$
- rapporto di combustione isobara $c = \frac{v_3}{v_2}$



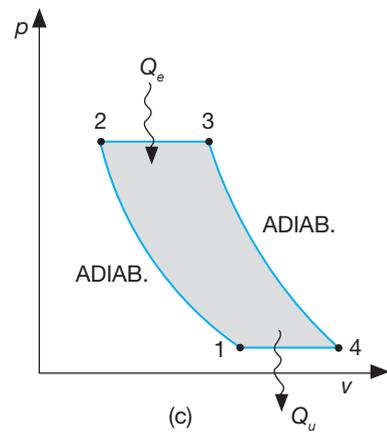
(a)

Ciclo Otto



(b)

Ciclo Diesel



(c)

Ciclo Brayton-Joule

Cicli Otto e Brayton: $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - r^{(1-k)}$

Ciclo Diesel: $\eta = 1 - r^{(1-k)} \cdot \frac{c^k - 1}{k(c-1)}$

Per l'aria l'esponente dell'adiabatica è: $k = 1,4$.