ESERCIZI SVOLTI

Svolgimento dell'esercizio 1

Sessione unica 1975

Parte planimetrica

Calcoliamo in primo luogo la lunghezza dei rettifili:

$\overline{AB} = 100 \cdot (2{,}701 - 2{,}001) \cdot \text{sen}^2 85°12' = 69{,}509$ m

$\overline{BC} = 100 \cdot (2{,}452 - 1{,}516) \cdot \text{sen}^2 86°27' = 93{,}241$ m

$\overline{CD} = 100 \cdot (1{,}906 - 1{,}080) \cdot \text{sen}^2 92°01' = 82{,}498$ m

Consideriamo ora la prima curva il cui raggio è 62,50 m:

$A\hat{B}C = \alpha_1 = 145°50' - 15°30' = 130°20' = 130°{,}3333$

$\omega = 180° - 130°{,}3333 = 49°{,}6666$

$t_1 = 62{,}50 \cdot \text{tg}\ 49°{,}6666/2 = 28{,}923$ m

$S_1 = T_1\overset{\frown}{}T_2 = 62{,}50 \cdot \dfrac{\pi}{180°} \cdot 49°{,}6666 =$

$= 54{,}178$ m (sviluppo 1ª curva)

$\overline{AT_1} = \overline{AB} - t_1 = 69{,}509 - 28{,}923 = 40{,}586$ m

Per la seconda curva si ha:

$B\hat{C}D = 176°42' - 301°21' + 360° = 235°21'$

$\alpha_2 = 360° - 235°21' = 124°39' = 124°{,}65$

$\omega_2 = 180° - 124°{,}65 = 55°{,}35$

$\overline{CT_3} = \overline{CT_4} = t_2 = 26{,}15$ (elemento dato)

$R_2 = 26{,}15 \cdot \text{tg}\ 124°{,}65/2 = 49{,}86$ m

$S_2 = T_3\overset{\frown}{}T_4 = 49{,}86 \cdot \dfrac{\pi}{180°} \cdot 55°{,}35 =$

$= 48{,}166$ m (sviluppo 2ª curva)

$\overline{DT_4} = \overline{CD} - t_2 = 82{,}498 - 26{,}15 = 56{,}348$ m

$\overline{T_2T_3} = \overline{BC} - t_1 - t_2 = 93{,}241 - 28{,}923 - 26{,}15 = 38{,}168$ m

$\overline{L} = \overline{AT_1} + S_1 + \overline{T_2T_3} + S_2 + \overline{T_4D} =$

$= 40{,}586 + 54{,}178 + 38{,}168 + 48{,}166 + 56{,}438 =$

$= 237{,}446$ m

Parte altimetrica

Calcolo dei dislivelli:

$\Delta_{BA} = \overline{AB}\ \text{cotg}\ \varphi + h_B - l_A =$

$= 69{,}509\ \text{cotg}\ 85°12' + 1{,}50 - 2{,}231 = 4{,}985$ m

$Q_A = Q_B + \Delta_{BA} = 320{,}80 + 4{,}985 = 325{,}785$ m

$\Delta_{BC} = \overline{BC}\ \text{cotg}\ \varphi + h_B - l_C =$

$= 93{,}241\ \text{cotg}\ 86°27' + 1{,}51 - 1{,}984 = 5{,}30$ m

$Q_C = Q_B + \Delta_{BC} = 320{,}80 + 5{,}30 = 326{,}10$ m

$\Delta_{CD} = \overline{DC}\ \text{cotg}\ \varphi + h_C - l_D =$

$= 82{,}498\ \text{cotg}\ 92°01' + 1{,}51 - 1{,}493 = -2{,}888$ m

$Q_C = Q_C + \Delta_{CD} = 326{,}10 - 2{,}888 = 323{,}212$ m

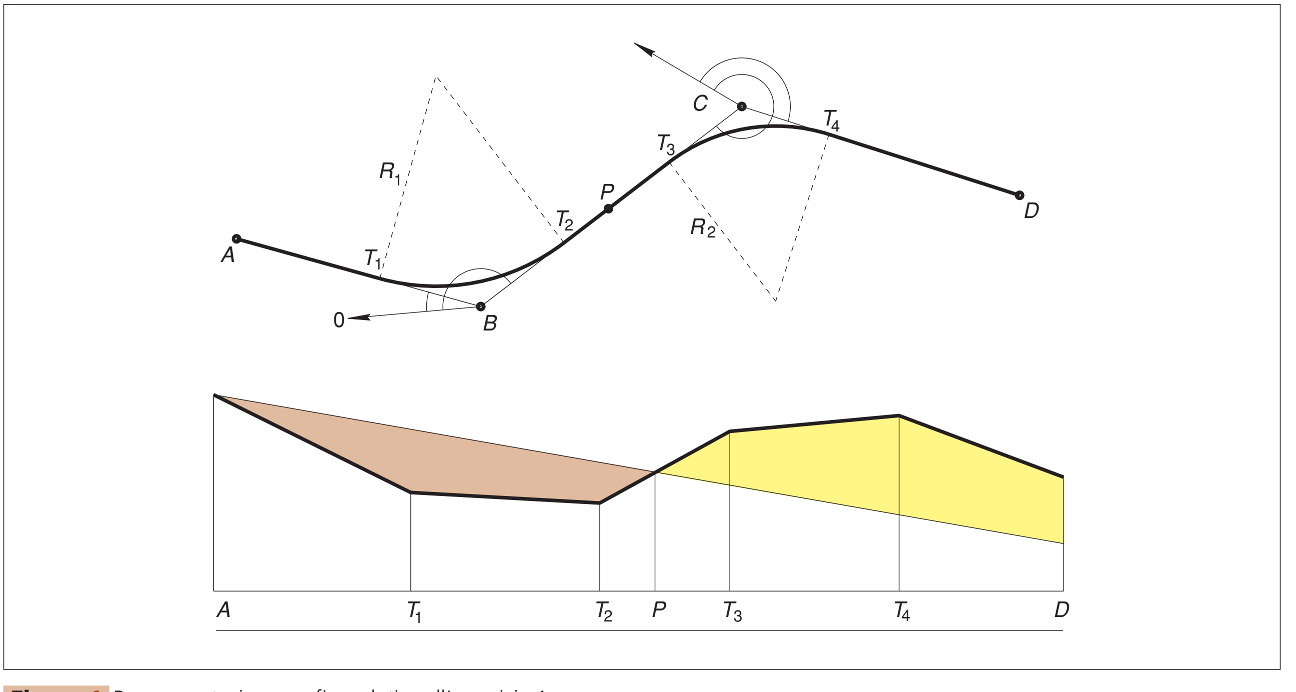


Figura 1 Rappresentazione grafica relativa all'esercizio 1.

Le pendenze dei rettifili sono:

$$p_{AB} = \frac{Q_B - Q_A}{AB} = \frac{320{,}80 - 325{,}785}{69{,}509} = -7{,}17173\%$$

$$p_{BC} = \frac{Q_C - Q_B}{BC} = \frac{326{,}10 - 320{,}80}{93{,}241} = 5{,}68419\%$$

$$p_{CD} = \frac{Q_D - Q_C}{CD} = \frac{323{,}212 - 326{,}10}{82{,}498} = -3{,}50069\%$$

Le quote dei quattro punti di tangenza sono:

$$Q_{T1} = Q_A - p_{AB} \cdot \overline{AT_1} =$$
$$= 325{,}785 - 0{,}0717173 \cdot 40{,}586 = 322{,}874 \text{ m}$$

$$Q_{T2} = Q_B + p_{BC} \cdot t_1 =$$
$$= 320{,}80 + 0{,}0568419 \cdot 28{,}923 = 322{,}444 \text{ m}$$

$$Q_{T3} = Q_{T2} - \overline{T_2T_3} \cdot p_{BC} =$$
$$= 322{,}444 + 0{,}0568419 \cdot 38{,}168 = 324{,}613 \text{ m}$$

$$Q_{T4} = Q_C - p_{CD} \cdot t_2 =$$
$$= 326{,}10 - 0{,}0350069 \cdot 26{,}15 = 325{,}184 \text{ m}$$

Sapendo che la strada scende con pendenza p del 2% da A verso D, e che la quota di progetto in A coincide con quella del terreno, si hanno le seguenti quote di progetto:

$$Q_A^P = 325{,}785 \text{ m}$$
$$Q_{T1}^P = Q_A - p \cdot \overline{AT_1} = 325{,}785 - 0{,}02 \cdot 40{,}586 = 324{,}973 \text{ m}$$
$$Q_{T2}^P = Q_{T1}^P - p \cdot S_1 = 324{,}973 - 0{,}02 \cdot 54{,}178 = 323{,}889 \text{ m}$$
$$Q_{T3}^P = Q_{T2}^P - p \cdot \overline{T_2T_3} = 323{,}889 - 0{,}02 \cdot 38{,}168 = 323{,}126 \text{ m}$$
$$Q_{T4}^P = Q_{T3}^P - p \cdot S_2 = 323{,}126 - 0{,}02 \cdot 48{,}166 = 322{,}163 \text{ m}$$
$$Q_D^P = Q_A - L \cdot 0{,}02 = 325{,}785 - 237{,}446 \cdot 0{,}02 = 321{,}036 \text{ m}$$

Le quote rosse, indicate con q, risultano:

$$q_C = 0$$
$$q_{T1} = 324{,}973 - 322{,}874 = 2{,}099 \text{ m}$$
$$q_{T2} = 323{,}889 - 322{,}444 = 1{,}445 \text{ m}$$
$$q_{T3} = 323{,}126 - 324{,}613 = -1{,}487 \text{ m}$$
$$q_{T4} = 322{,}163 - 325{,}184 = -3{,}021 \text{ m}$$
$$q_D = 321{,}036 - 323{,}212 = -2{,}176 \text{ m}$$

Considerando i segni delle quote rosse, si rileva un unico punto di passaggio P tra i punti T_2 e T_3. Essendo $\overline{T_2T_3} = 38{,}168$ m, si ha:

$$\overline{T_3P} = \frac{1{,}487}{1{,}487 + 1{,}445} \cdot 38{,}168 = 19{,}357 \text{ m}$$

$$\overline{T_2P} = \frac{1{,}445}{1{,}487 + 1{,}445} \cdot 38{,}168 = 18{,}8106 \text{ m}$$

Svolgimento dell'esercizio 3
Sessione unica 1977

Parte planimetrica

Calcoliamo le lunghezze dei lati:

$\overline{DA} = 100 \cdot (1{,}40 - 0{,}626) \cdot \text{sen}^2 87°20' = 77{,}232 \text{ m}$

$\overline{DB} = 100 \cdot (2{,}28 - 1{,}274) \cdot \text{sen}^2 90° = 100{,}60 \text{ m}$

$\overline{DC} = 100 \cdot (1{,}560 - 0{,}702) \cdot \text{sen}^2 95°10' = 85{,}104 \text{ m}$

Consideriamo il triangolo ABD:

$A\hat{D}B = 56°18' - 16°20' = 39°{,}9666$

$\overline{AB} = \sqrt{AD^2 + BD^2 - 2 \cdot AD \cdot BD \cos A\hat{D}B}$

$\overline{AB} = \sqrt{77{,}232^2 + 100{,}60^2 - 2 \cdot 77{,}232 \cdot 100{,}60 \cos 39°{,}966667} =$
$= 64{,}619 \text{ m}$

$\alpha = B\hat{A}D = \text{arcsen}\left(\dfrac{100{,}60}{64{,}619} \cdot \text{sen } 39°{,}9666\right) = 89°{,}8842$

$A\hat{B}D = \text{arcsen}\left(\dfrac{77{,}232}{64{,}619} \cdot \text{sen } 39°{,}9666\right) = 50°{,}149$

Consideriamo il triangolo BCD:

$B\hat{D}C = (DC) - (DB) = 98°54' - 56°18' = 42°{,}6$

$\overline{BC} = \sqrt{BD^2 + CD^2 - 2 \cdot BD \cdot CD \cos B\hat{D}C}$

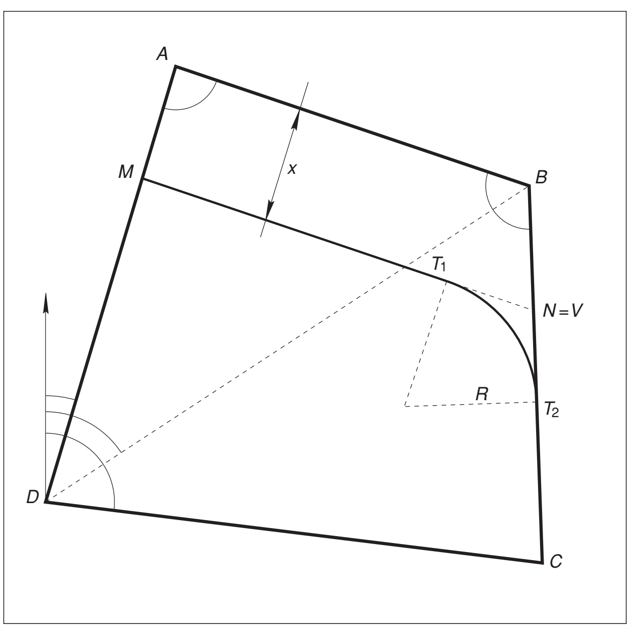


Figura 1 Rappresentazione grafica relativa all'esercizio 3.

$\overline{BC} = \sqrt{100{,}6^2 + 85{,}104^2 - 2 \cdot 100{,}6 \cdot 85{,}104 \cdot \cos 42°{,}6} =$
$= 68{,}985 \text{ m}$

$C\hat{B}D = \text{arcsen}\left(\dfrac{85{,}104}{68{,}985} \cdot \text{sen } 42°{,}60\right) = 56°{,}6197$

$\beta = A\hat{B}C = 50°{,}149 + 56°{,}6197 = 106°{,}7687$

Possiamo ora determinare la posizione della dividente MN parallela ad AB, scrivendo la nota equazione di secondo grado:

$X^2 \cdot (\text{cotg } \alpha + \text{cotg } \beta) - 2 \cdot \overline{AB} \cdot X + 2 \cdot 1300 = 0$

$X^2 \cdot (\text{cotg } 89°{,}8842 + \text{cotg } 106°{,}7687)$
$- 2 \cdot 64{,}619 \cdot X + 2 \cdot 1300 = 0$

$X^2 \cdot 0{,}2993 - 129{,}238 \cdot X + 2600 = 0$

Questa equazione di secondo grado, fornisce due radici: una negativa, ovviamente da scartare, e una positiva, perciò accettabile, pari a 19,26 m. Quindi sarà:

$X = 19{,}26 \text{ m}$

da cui la posizione dei punti M, N, attraverso le distanze degli stessi da A e da B:

$\overline{AM} = \dfrac{X}{\text{sen } \alpha} = \dfrac{19{,}26}{\text{sen } 89°{,}8842} = 19{,}26 \text{ m}$

$\overline{BN} = \dfrac{X}{\text{sen } \beta} = \dfrac{19{,}26}{\text{sen } 106°{,}7687} = 20{,}11 \text{ m}$

Parte altimetrica

Calcolo dei dislivelli e delle quote:

$\Delta_{DA} = \overline{DA} \text{ cotg } \varphi_A + h_D - l_A =$
$= 77{,}232 \text{ cotg } 87°20' + 1{,}56 - 1{,}013 = 4{,}144 \text{ m}$

$Q_A = Q_D + \Delta_{DA} = 120{,}45 + 4{,}144 = 124{,}594 \text{ m}$

$\Delta_{DB} = \overline{DB} \text{ cotg } \varphi_B + h_D - l_B =$
$= 100{,}60 \text{ cotg } 90° + 1{,}56 - 1{,}777 = -0{,}217 \text{ m}$

$Q_B = 120{,}45 - 0{,}217 = 120{,}233 \text{ m}$

$\Delta_{DC} = \overline{DC} \text{ cotg } \varphi_C + h_D - l_C =$
$= 85{,}104 \text{ cotg } 95°10' + 1{,}56 - 1{,}131 = -7{,}266 \text{ m}$

$Q_C = 120{,}45 - 7{,}266 = 113{,}184$ m

$$p_{AD} = \frac{Q_D - Q_A}{\overline{AD}} = \frac{120{,}45 - 124{,}594}{77{,}232} = -0{,}05365$$

$Q_M = Q_A + p_{AD} \cdot \overline{AM} =$

$= 124{,}594 - 0{,}05365 \cdot 19{,}26 = 123{,}56$ m

$$p_{BC} = \frac{Q_C - Q_B}{\overline{BC}} = \frac{113{,}183 - 120{,}233}{68{,}9849} = -0{,}10219$$

$Q_N = Q_B + p_{BC} \cdot \overline{BN} =$

$= 120{,}233 - 0{,}10219 \cdot 20{,}11 = 118{,}178$ m

Sapendo dal problema che $\overline{T_2C} = 30$ m, la tangente della curva sarà:

$t = \overline{NT_1} = \overline{NT_2} = \overline{BC} - \overline{BN} - 30{,}00 =$

$= 68{,}685 - 20{,}11 - 30{,}00 = 18{,}874$ m

$\widehat{V} = A\widehat{B}C = 106°{,}7687$

$\omega = 180° - 106°{,}7687 = 73°{,}2313$

$R = t \cdot \mathrm{tg}\, \widehat{V}/2 = 18{,}874 \cdot \mathrm{tg}\, 106°{,}7687/2 = 25{,}399$ m

$S = 25{,}399 \cdot 73°{,}2313 \cdot \dfrac{\pi}{180°} = 32{,}46$ m (sviluppo)

$\overline{MN} = \overline{AB} - \overline{AM} \cdot \cos\alpha + \overline{BN} \cdot \cos(180° - \beta) =$

$= 64{,}619 - 19{,}26 \cdot \cos 89°{,}8842 + 20{,}11 \cdot \cos 73°{,}2313 =$

$= 70{,}383$ m

$MT_1 = 70{,}383 - 18{,}874 = 51{,}509$ m

La lunghezza MT_1T_2C della strada, sarà allora:

$L = 51{,}509 + 32{,}46 + 30{,}00 = 113{,}969$ m

e la pendenza della strada sarà:

$$p = \frac{Q_C - M_M}{L} = \frac{113{,}184 - 123{,}56}{113{,}969} =$$

$= -0{,}09105 = -9{,}105\%$

Per calcolare l'area compresa tra le due tangenti, si calcola dapprima l'area del quadrilatero T_1NT_2O:

$$A_1 = 2 \cdot \left(\frac{R \cdot t}{2}\right) = R \cdot t = 25{,}399 \cdot 18{,}874 = 479{,}38 \text{ m}^2$$

quindi si calcola l'area del settore circolare T_1T_2O:

$$A_2 = \frac{\widehat{T_1T_2} \cdot R}{2} = \frac{S \cdot R}{2} = \frac{32{,}46 \cdot 25{,}399}{2} = 412{,}26 \text{ m}^2$$

L'area compresa tra le due tangenti sarà:

$A = A_1 - A_2 = 479{,}38 - 412{,}26 = 67{,}12$ m^2

Svolgimento dell'esercizio 4

Sessione unica 1984

Calcolo delle distanze topografiche:

$\overline{21} = 319{,}483 \cdot \text{sen}\ 99^c{,}3324 = 319{,}465$ m

$\overline{23} = 191{,}029 \cdot \text{sen}\ 101^c{,}2094 = 190{,}994$ m

$\overline{43} = 206{,}133 \cdot \text{sen}\ 101^c{,}6052 = 206{,}067$ m

$\overline{45} = 159{,}880 \cdot \text{sen}\ 99^c{,}1218 = 159{,}865$ m

$\overline{A5} = 144{,}218 \cdot \text{sen}\ 99^c{,}0410 = 144{,}202$ m

$\overline{AB} = 140{,}077 \cdot \text{sen}\ 101^c{,}8224 = 140{,}020$ m

Calcolo degli angoli al vertice:

$\alpha_2 = 174^c{,}4460 - 61^c{,}3842 = 113^c{,}0618$

$\alpha_3 = 152^c{,}4453 - 58^c{,}0868 = 94^c{,}3585$

$\alpha_4 = 400^c - 310^c{,}0842 + 94^c{,}6844 = 184^c{,}6002$

$\alpha_5 = 150^c{,}1140 - 92^c{,}3308 = 57^c{,}7832$

$\alpha_A = 198^c{,}3186 - 60^c{,}2828 = 138^c{,}0358$

Calcolo degli azimut:

$(12) = 100^c$

$(23) = 100^c + 113^c{,}0618 - 200^c = 13^c{,}0618$

$(34) = 13^c{,}0618 + 94^c{,}3585 + 200^c = 307^c{,}4203$

$(45) = 307^c{,}4203 + 184^c{,}6002 - 200^c = 292^c{,}0205$

$(5A) = 292^c{,}0205 + 57^c{,}7832 - 200^c = 149^c{,}8037$

$(AB) = 149^c{,}8037 + 138^c{,}0358 - 200^c = 87^c{,}8395$

Calcolo delle coordinate dei vertici

Ascisse:

$X_1 = 0$

$X_2 = +319{,}465$ m

$X_3 = 319{,}465 + 190{,}994 \cdot \text{sen}\ 13^c{,}0618 = +358{,}378$ m

$X_4 = 358{,}378 + 206{,}067 \cdot \text{sen}\ 307^c{,}4203 = +153{,}709$ m

$X_5 = 153{,}709 + 159{,}865 \cdot \text{sen}\ 292^c{,}0205 = -4{,}902$ m

$X_A = -4{,}902 + 144{,}202 \cdot \text{sen}\ 149^c{,}8037 = +97{,}378$ m

$X_B = 97{,}378 + 140{,}020 \cdot \text{sen}\ 87^c{,}8395 = +234{,}851$ m

Ordinate:

$Y_1 = 0$

$Y_2 = 0$

$Y_3 = 190{,}994 \cdot \cos 13^c{,}0618 = +186{,}988$ m

$Y_4 = 186{,}988 + 206{,}067 \cdot \cos 307^c{,}4203 = +210{,}952$ m

$Y_5 = 210{,}952 + 159{,}865 \cdot \cos 292^c{,}0205 = +190{,}967$ m

$Y_A = 190{,}967 + 144{,}202 \cdot \cos 149^c{,}8037 = +89{,}316$ m

$Y_B = 89{,}316 + 140{,}020 \cdot \cos 87^c{,}8395 = +115{,}900$ m

Calcolo dei dislivelli:

$\Delta_{21} = 1{,}61 + 319{,}465 \cdot \text{cotg}\ 99^c{,}3324 - 1{,}80 = +3{,}160$ m

$\Delta_{23} = 1{,}61 + 190{,}994 \cdot \text{cotg}\ 101^c{,}2094 - 1{,}75 = -3{,}769$ m

$\Delta_{43} = 1{,}56 + 206{,}067 \cdot \text{cotg}\ 101^c{,}6052 - 1{,}75 = -5{,}387$ m

$\Delta_{45} = 1{,}56 + 159{,}865 \cdot \text{cotg}\ 99^c{,}1218 - 1{,}70 = +2{,}065$ m

$\Delta_{A5} = 1{,}62 + 144{,}202 \cdot \text{cotg}\ 99^c{,}0410 - 1{,}70 = +2{,}092$ m

$\Delta_{AB} = 1{,}62 + 140{,}020 \cdot \text{cotg}\ 101^c{,}8224 - 1{,}64 = -4{,}029$ m

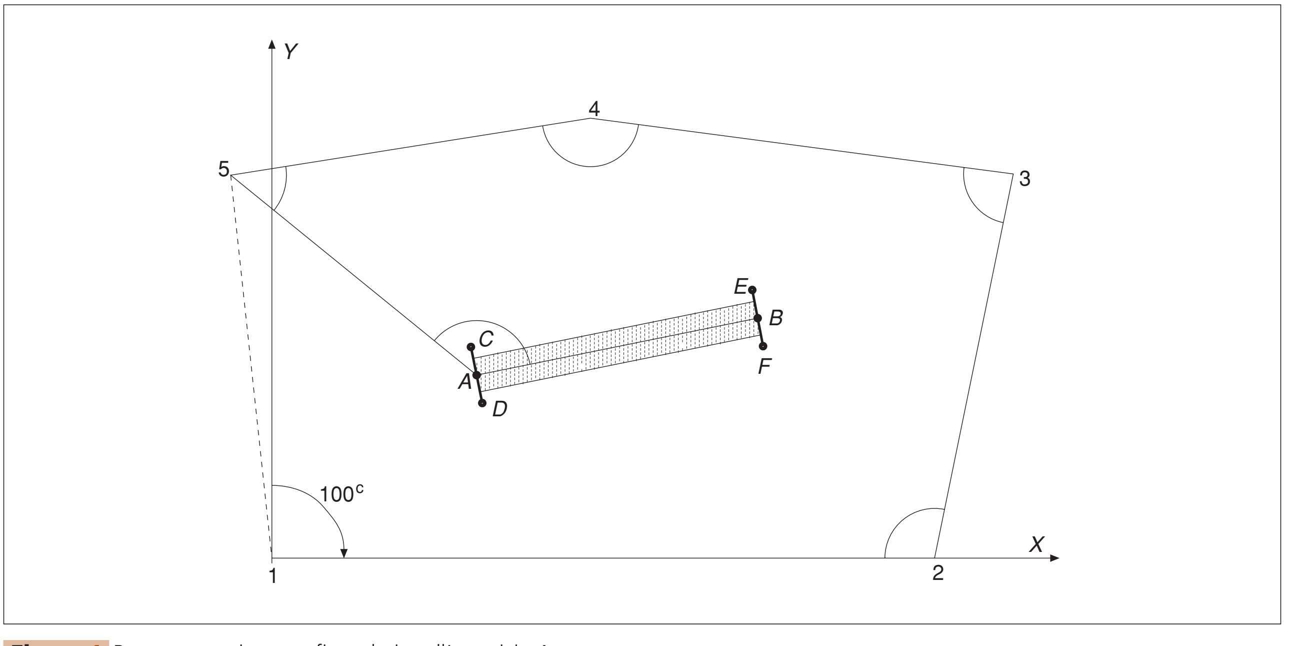


Figura 1 Rappresentazione grafica relativa all'esercizio 4.

Calcolo delle quote dei vertici del terreno:

$Q_1 = 251{,}837$ m

$Q_2 = 251{,}837 - 3{,}160 = 248{,}677$ m

$Q_3 = 248{,}677 - 3{,}769 = 244{,}908$ m

$Q_4 = 244{,}908 + 5{,}387 = 250{,}295$ m

$Q_5 = 250{,}295 + 2{,}065 = 252{,}360$ m

$Q_A = 252{,}360 - 2{,}092 = 250{,}268$ m

$Q_B = 250{,}268 - 4{,}029 = 246{,}239$ m

Calcolo dell'area della concessione (1-2-3-4-5)

Tale area si ottiene applicando la formula di Gauss numerando i vertici in senso orario:

$$S = \frac{1}{2} \cdot \sum_1 {}_i (Y_i + Y_{i+1}) \cdot (X_{i+1} - X_i) = 68\,491{,}186 \text{ m}^2$$

Parte aerofotogrammetrica

Dalla tabella di corrispondenza tra la scala della carta e quella del fotogramma, si deduce che per realizzare una carta in scala 1:1000 la scala più conveniente per i fotogrammi sarà di 1:4000. Anche con riferimento alla **figura 2**, si ha:

$$\frac{0{,}23}{L} = \frac{0{,}152}{H} = \frac{1}{4000}$$

dalla quale si ricava l'altezza di volo:

$$\frac{0{,}152}{H} = \frac{1}{4000} \qquad H = 4000 \cdot 0{,}152 = 608 \text{ m}$$

Dalla stessa relazione si ricava la lunghezza di terreno ricoperta da un fotogramma:

$$\frac{0{,}23}{L} = \frac{0{,}152}{608} \qquad L = \frac{0{,}23 \cdot 608}{0{,}152} = 920 \text{ m}$$

Con un overlap del 70%, si ha che la lunghezza comune a due fotogrammi consecutivi risulta essere:

$$D_s = 0{,}7 \cdot 920 = 644 \text{ m}$$

Calcolo pendenza del canale

Quota di progetto in A:

$H_A = 250{,}268 - 2{,}50 = 247{,}768$ m

Quota di progetto in B:

$H_B = 246{,}239 - 1{,}30 = 244{,}939$ m

$$p_{AB} = \frac{H_B - H_A}{\overline{AB}} = \frac{244{,}939 - 247{,}768}{140{,}020} =$$

$$= -0{,}020204 = -2{,}0204\%$$

Calcolo del volume tra le sezioni del canale in *A* e in *B*

Sezione del canale in A: essendo la lunghezza dei segmenti AC e AD, sulla carta in scala 1:1000, di 1 cm, le

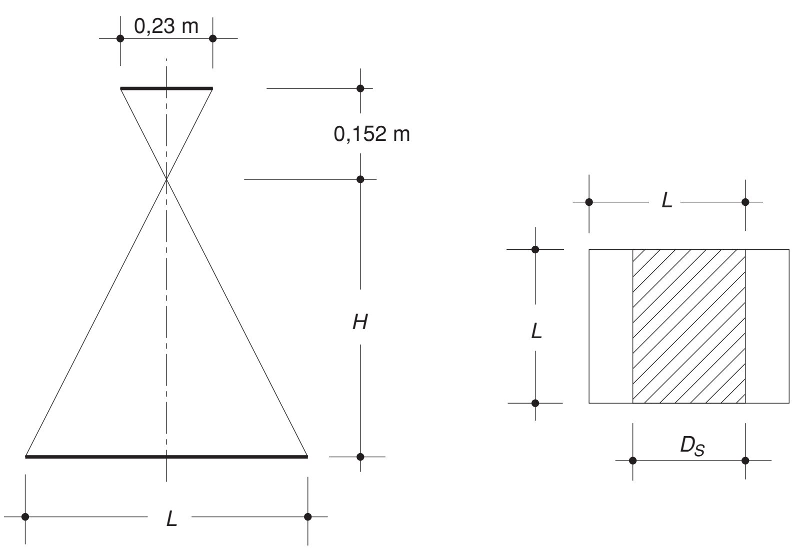


Figura 2 Schema geometrico relativo alla parte aerofotogrammetrica dell'esercizio 4.

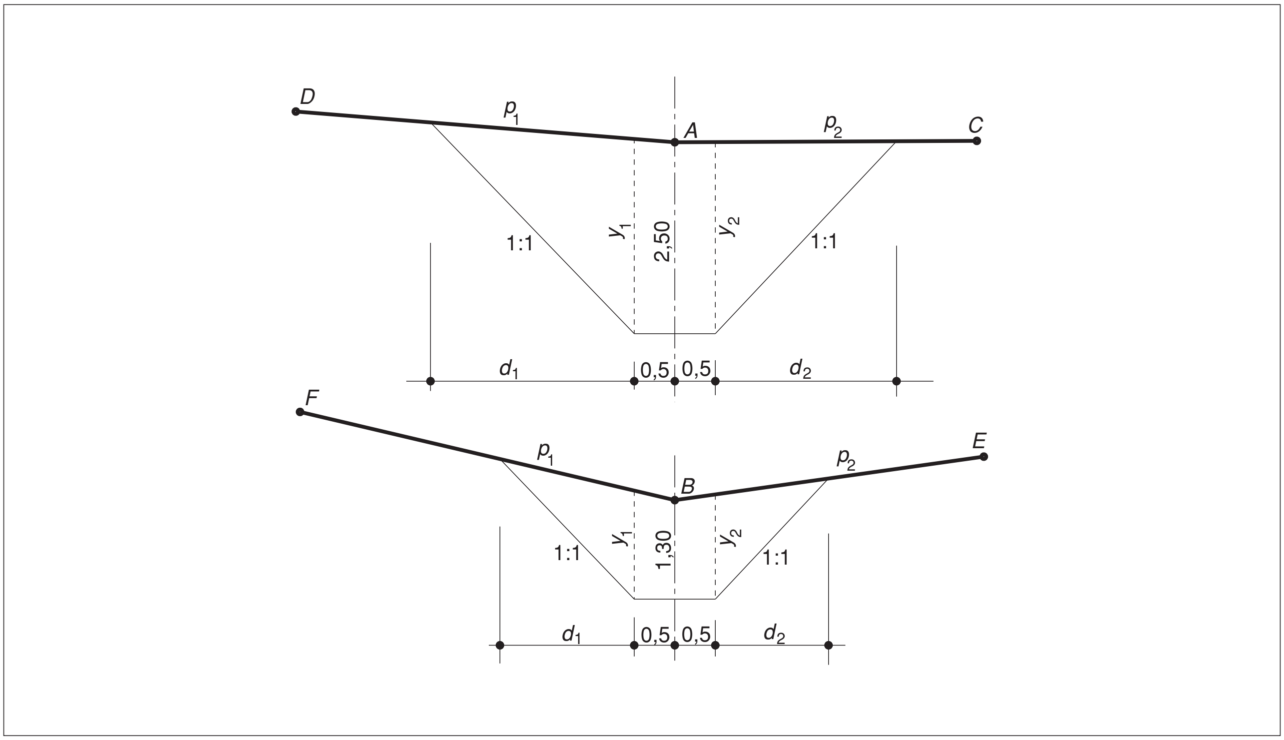


Figura 3 Schema relativo al calcolo del volume tra le sezioni del canale in *A* e *B*.

distanze *AC* e *AD* saranno di 10 m. Con riferimento alla **figura 3** si ha:

$$p_1 = \frac{251 - 250{,}268}{10} = 0{,}0732$$

$$p_2 = \frac{250{,}270 - 250{,}268}{10} \cong 0{,}00$$

$$y_1 = 2{,}50 + 0{,}50 \cdot 0{,}0732 = 2{,}537 \text{ m}$$

$$y_2 = 2{,}50 \text{ m}$$

$$d_1 = \frac{2{,}537}{1 - 0{,}0731} = 2{,}737 \text{ m}$$

$$S_A = \frac{1{,}737 \cdot 2{,}537}{2} + \frac{2{,}537 + 2{,}50}{2} \cdot 0{,}50 +$$

$$+ \frac{2{,}50 + 2{,}50}{2} \cdot 0{,}50 + \frac{2{,}50^2}{2} = 9{,}106 \text{ m}^2$$

Sezione del canale in B:

$$p_1 = \frac{248 - 246{,}239}{10} = 0{,}1761$$

$$p_2 = \frac{247{,}50 - 246{,}239}{10} = 0{,}1261$$

$$y_1 = 1{,}30 + 0{,}50 \cdot 0{,}1761 = 1{,}388 \text{ m}$$

$$y_2 = 1{,}30 + 0{,}50 \cdot 0{,}1261 = 1{,}363 \text{ m}$$

$$d_1 = \frac{1{,}388}{1 - 0{,}1761} = 1{,}685 \text{ m}$$

$$d_2 = \frac{1{,}363}{1 - 0{,}1261} = 1{,}560 \text{ m}$$

$$S_B = \frac{1{,}685 + 1{,}388}{2} + \frac{1{,}388 + 1{,}30}{2} \cdot 0{,}50 +$$

$$+ \frac{1{,}30 + 1{,}363}{2} \cdot 0{,}50 + \frac{1{,}56 + 1{,}363}{2} = 3{,}57 \text{ m}^2$$

Il volume del canale tra *A* e *B* risulterà:

$$V = \frac{9{,}106 + 3{,}57}{2} \cdot 140{,}020 = 887{,}45 \text{ m}^3 \text{ di sterro}$$

Svolgimento dell'esercizio 23

Sessione unica 2001

Come si osserva dalla planimetria allegata al tema assegnato, i punti A e B da collegare con un tratto di strada si trovano su un pendio rappresentato a curve di livello con equidistanza $e = 2$ m. Essi sono posizionati rispettivamente tra le isoipse di quota 84 e 86, e quelle di quota 88 e 90. Essendo i punti A e B equidistanti da queste isoipse, possiamo senz'altro porre $Q_A = 85$ m e $Q_B = 89$ m, per un dislivello complessivo $\Delta_{AB} = 4$ m. I punti A e B sono separati da un piccolo corso d'acqua di cui, tuttavia, non vengono fornite le dimensioni.

Il modesto valore del dislivello tra i punti da collegare, l'andamento regolare delle isoipse (che indicano un terreno privo di asperità) e il valore elevato assegnato alla pendenza massima, rendono **inutile** l'esecuzione preliminare del **tracciolino**, potendo individuare il percorso con valutazioni dirette sulla planimetria.

Si può subito verificare che il *collegamento diretto* tra i punti A e B, potrebbe risolvere il problema rispettando tutti i parametri assegnati, pertanto sarebbe legittimo. In questo caso la strada sarebbe costituita da un unico rettifilo AB con lunghezza complessiva di circa 260 m, minore di qualunque altra soluzione. Tuttavia in questo modo, partendo da A, si dovrebbe prima scendere da quota 85 fino a quota 80 in corrispondenza del corso d'acqua, e successivamente risalire fino alla quota 89 del punto B, sfruttando tutta la pendenza massima assegnata del 5%. Ne conseguirebbe un percorso breve, ma decisamente irregolare dal punto di vista altimetrico.

Molto più equilibrata è la soluzione che assuma come riferimento per la definizione del percorso l'andamento delle due isoipse di quota 86 e 88 che si sviluppano in modo pressoché parallelo. Si vengono allora a determinare **due rettifili**: il primo, alla sinistra del corso d'acqua, che grossomodo segue l'andamento dell'isoipsa di quota 86, e il secondo, alla destra del corso d'acqua, che si collega direttamente al punto B. Si ottiene allora un percorso leggermente più lungo (circa 290 m) di quello ottenuto con la precedente ipotesi, ma sicuramente più equilibrato perché più aderente all'andamento del terreno, dunque più conveniente. Pertanto nel progetto proposto in questo ambito viene adottata come soluzione al problema questa seconda ipotesi.

Naturalmente i due rettifili andranno raccordati con una curva circolare per la quale appare adeguata la scelta di un raggio di 80 m (maggiore del raggio minimo di 60 m). Misurando poi sulla carta, con il rapportatore, l'angolo al vertice tra i rettifili, possono essere determinati tutti gli elementi della curva. Le **figure 1**, **2**, **3**, **4**, **5** illustrano una tra le possibili soluzioni del progetto proposto dal tema assegnato.

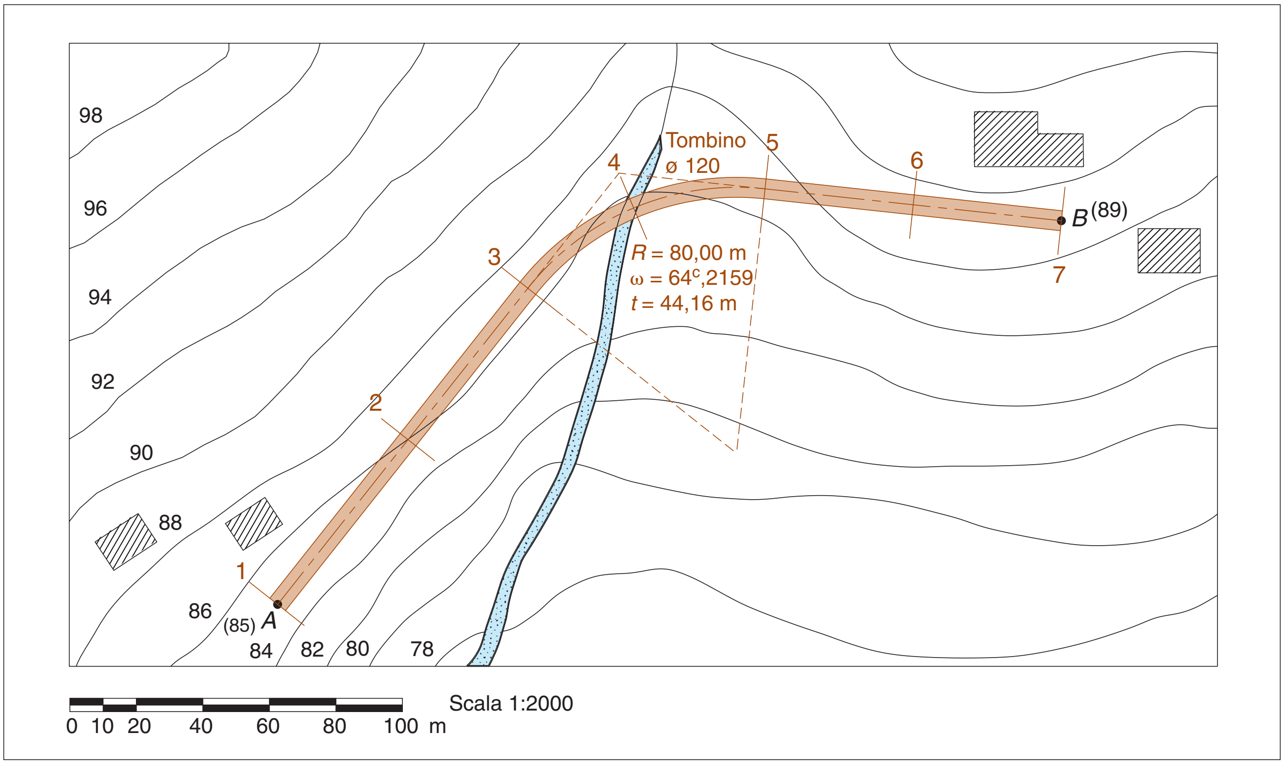


Figura 1 La planimetria. Ipotesi di percorso della nuova strada; i 7 picchetti d'asse stabiliti appaiono sufficienti per rappresentare l'asse stradale.

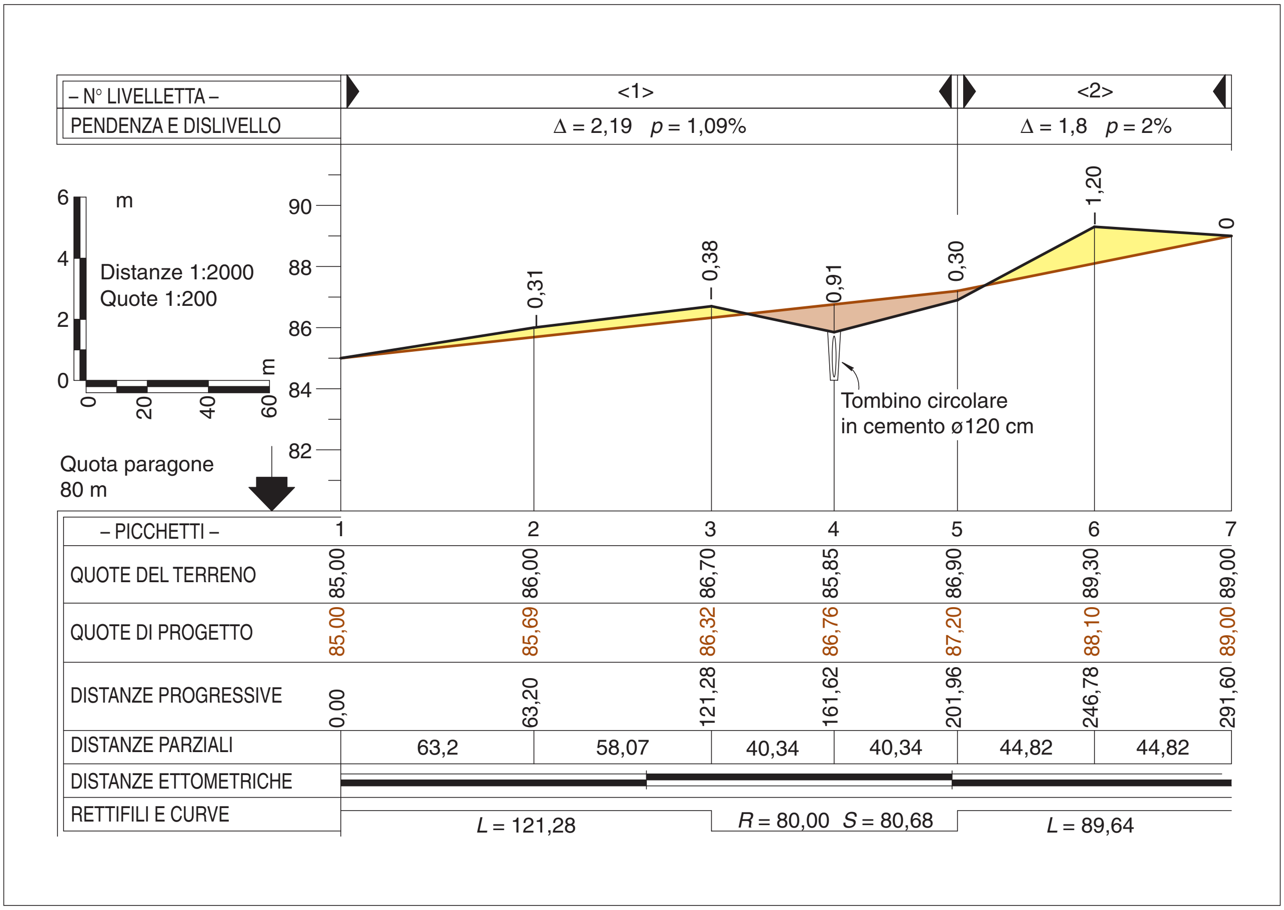


Figura 2 Il profilo longitudinale. Si nota come il tracciato scelto dia luogo a un andamento altimetrico della strada molto regolare e costituito da due livellette con vertice comune sul picchetto 5.

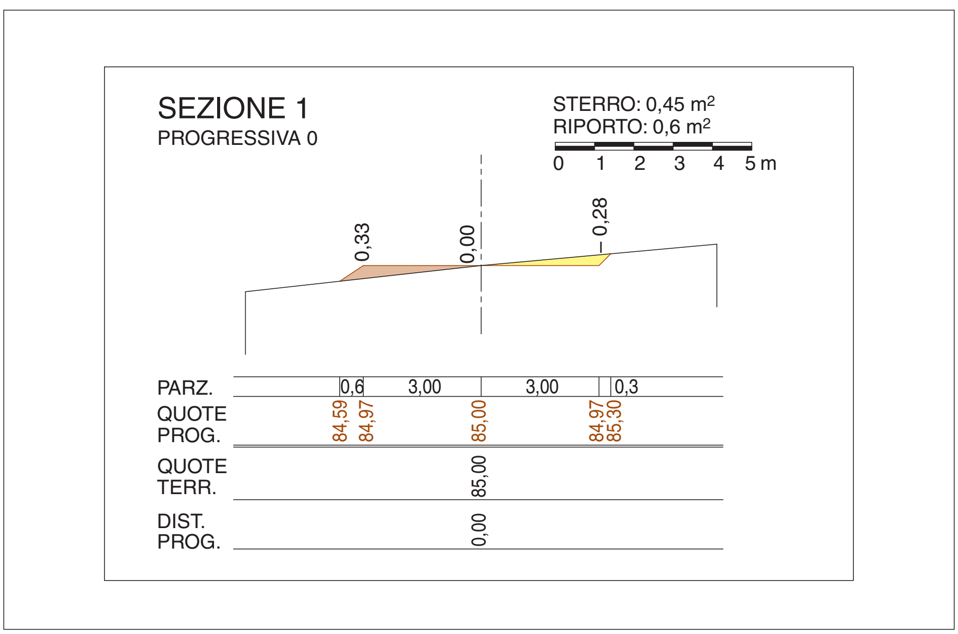
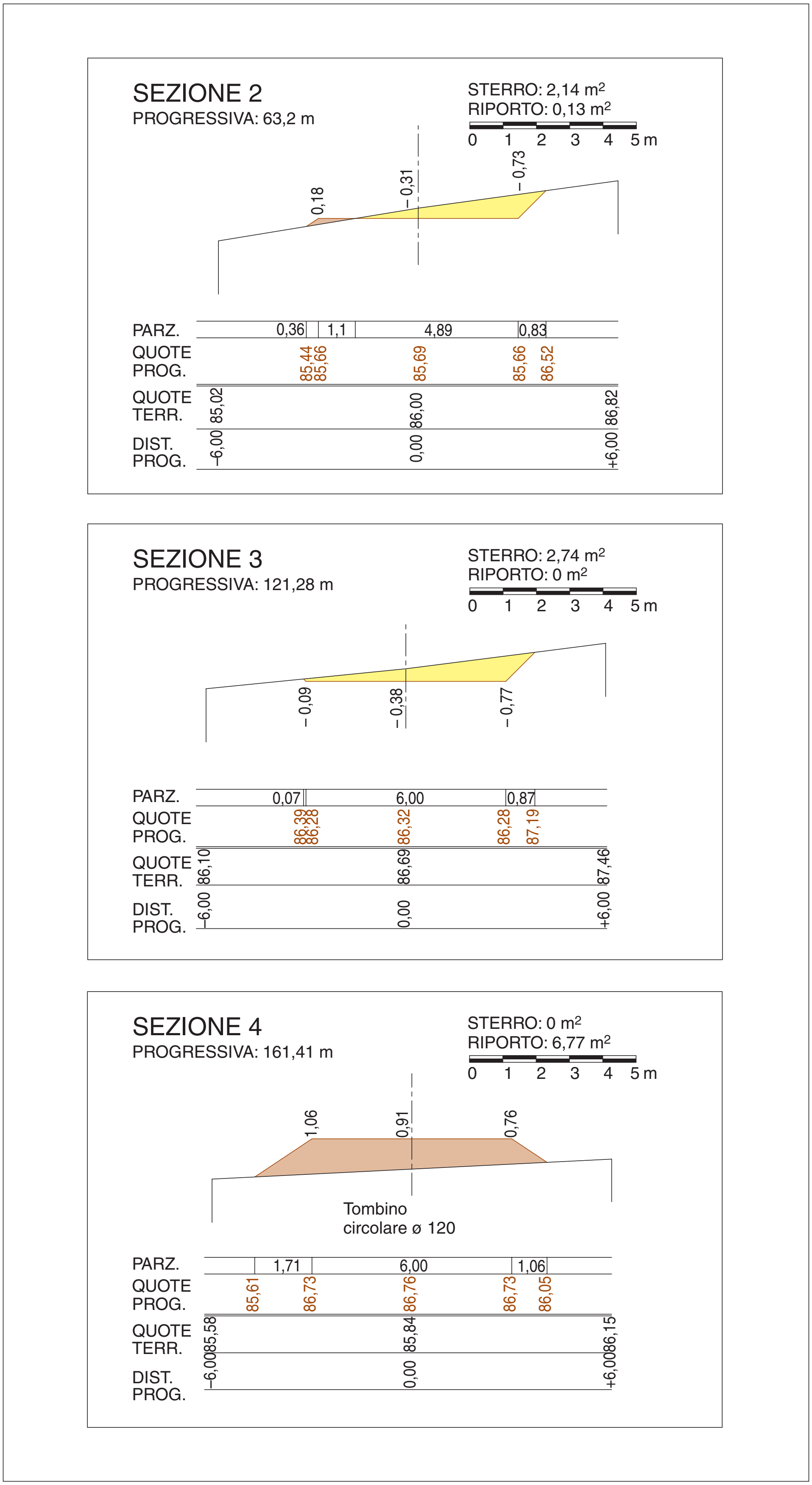


Figura 3a Le sezioni trasversali (sezione 1). Le dimensioni ridotte dei rilevati e delle trincee non richiedono l'impiego di opere di sostegno.

Figura 3b Le sezioni trasversali (sezioni 2, 3, 4). Le dimensioni ridotte dei rilevati e delle trincee non richiedono l'impiego di opere di sostegno.



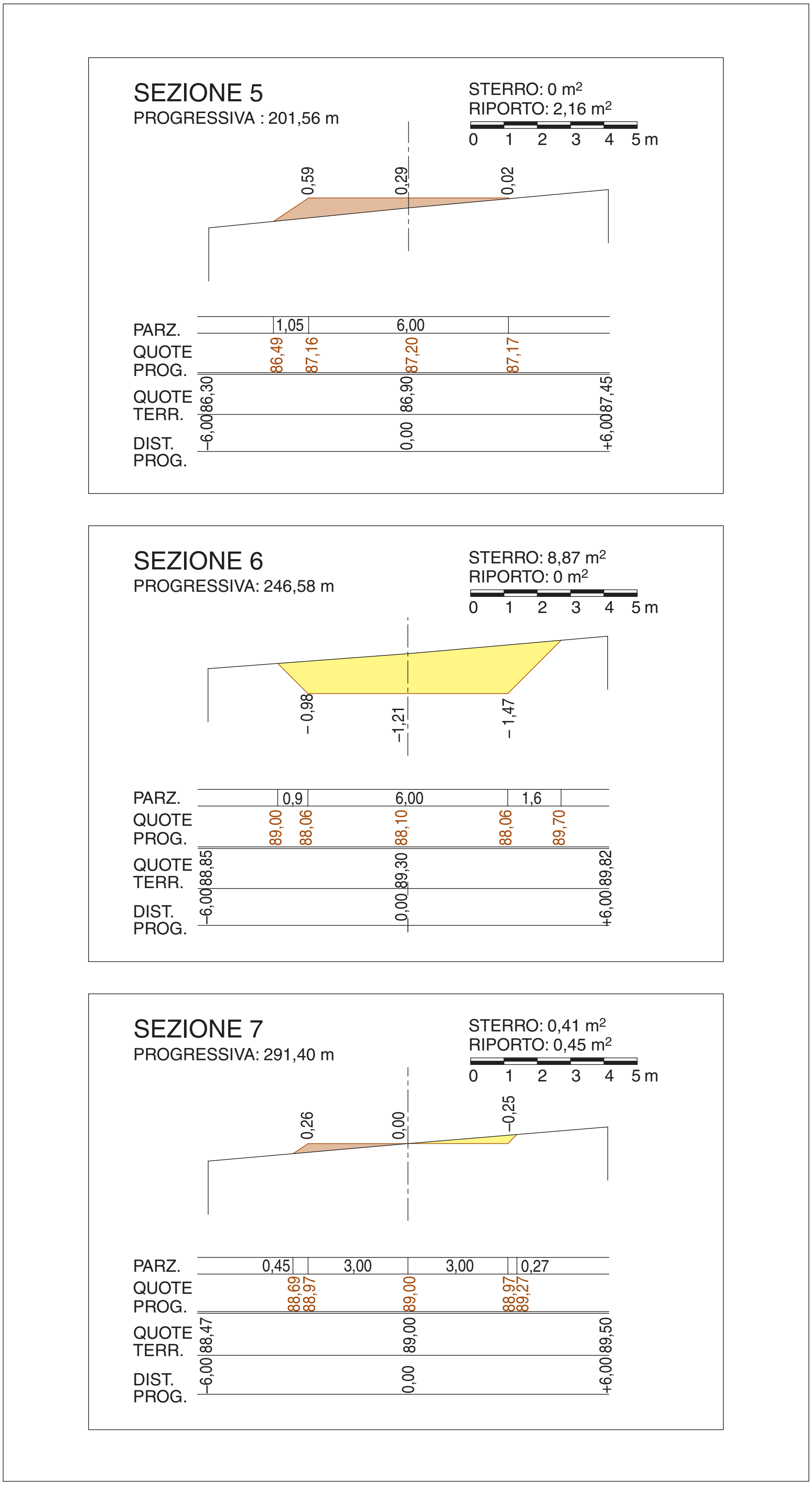
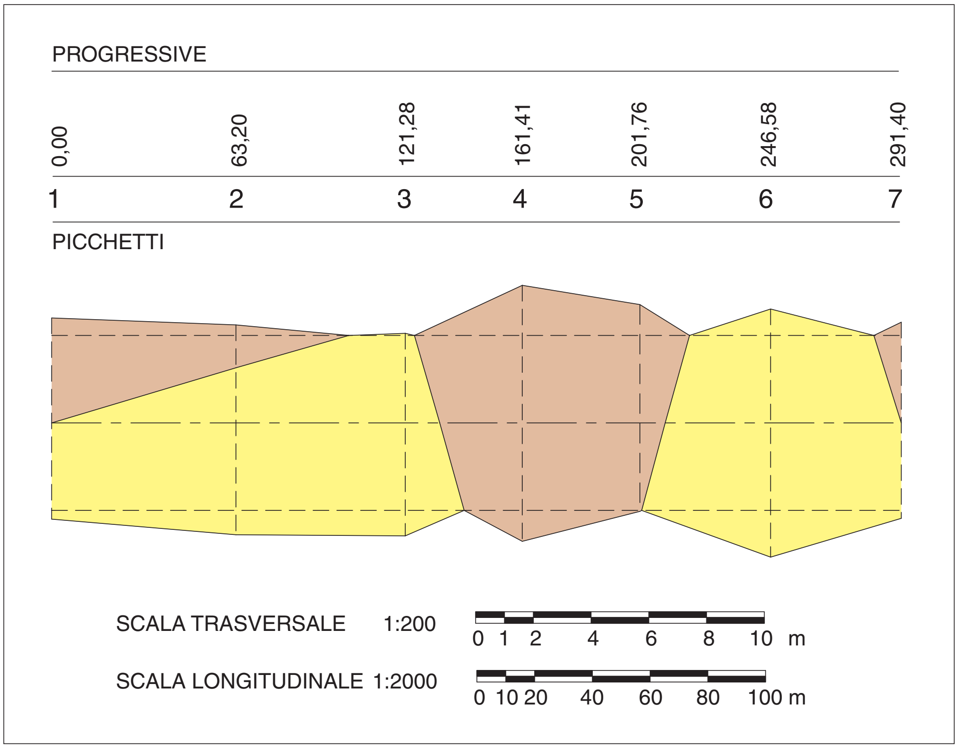


Figura 3c Le sezioni trasversali (sezioni 5, 6, 7). Le dimensioni ridotte dei rilevati e delle trincee non richiedono l'impiego di opere di sostegno.

Figura 4 La zona di occupazione.



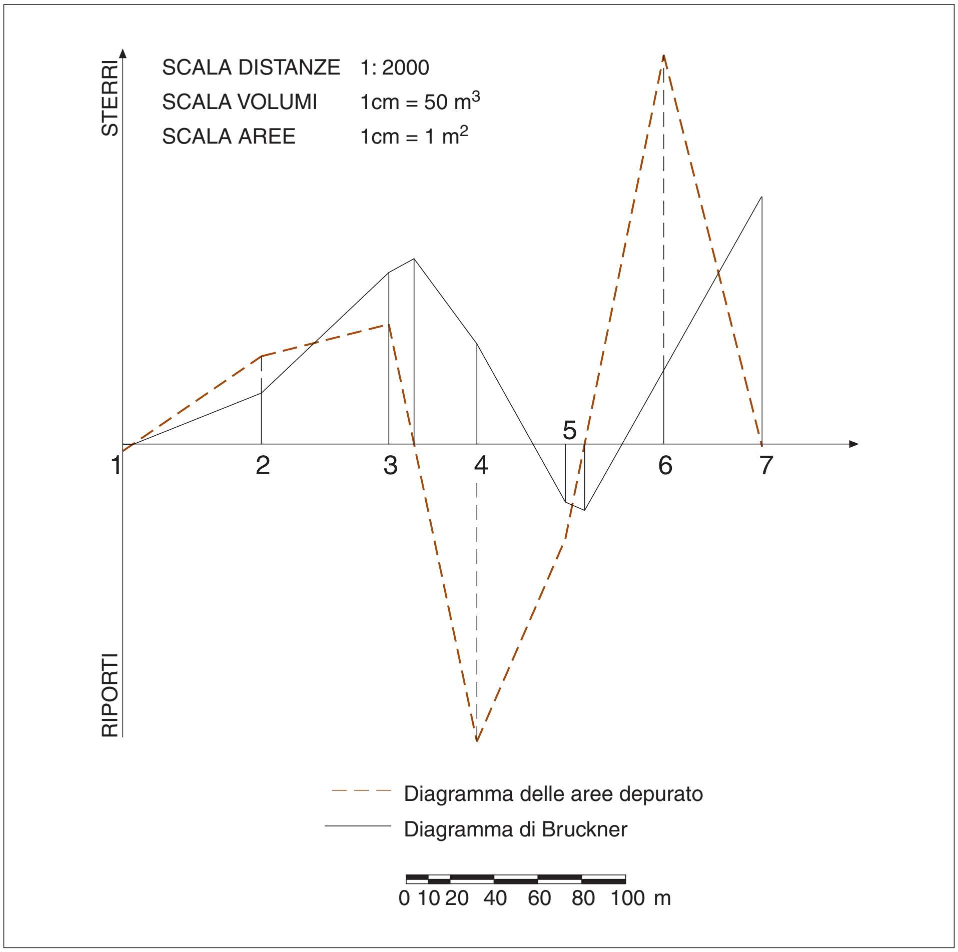


Figura 5 Il diagramma delle aree depurato dai paleggi e il diagramma di Brückner.

Svolgimento dell'esercizio 27

Sessione unica 2007

Calcolo delle coordinate dei vertici *ABCDEFG*

È necessario iniziare risolvendo il triangolo BCD, per poi continuare con il quadrilatero $ABDE$:

$$BD = \sqrt{358{,}396^2 + 456{,}321^2 - 2 \cdot 358{,}396 \cdot 456{,}321 \cdot \cos 85{,}3215} = 511{,}788 \text{ m}$$

$$\beta' = C\hat{B}D = \arccos\left(\frac{511{,}788^2 + 358{,}396^2 - 456{,}321^2}{2 \cdot 511{,}788 \cdot 358{,}396}\right) = 66{,}9222 \text{ gon}$$

Nel quadrilatero $ABDE$ sono noti tre lati e i due angoli adiacenti al lato incognito AE, dunque è necessario proiettare B e D su AE e risolvere il triangoli retti BAB', DED', e successivamente il triangolo $BB''D$ (B'' proiezione di D su BB'). Da esso si ottiene la lunghezza del lato AE:

$$BB' = 527{,}321 \cdot \text{sen } 92{,}3258 = 523{,}494 \text{ m}$$
$$AB' = 527{,}321 \cdot \cos 92{,}3258 = 63{,}413 \text{ m}$$
$$DD' = 495{,}398 \cdot \text{sen } 58{,}3215 = 392{,}97 \text{ m}$$
$$ED' = 495{,}398 \cdot \cos 58{,}3215 = 301{,}652 \text{ m}$$
$$BB'' = 523{,}494 - 392{,}97 = 130{,}524 \text{ m}$$
$$\beta'' = D\hat{B}B'' = \arccos(130{,}524 / 511{,}788) = 83{,}5825 \text{ gon}$$
$$B'D' = DB'' = 511{,}788 \cdot \text{sen } 83{,}5825 = 494{,}864 \text{ m}$$
$$AE = 494{,}864 + 63{,}413 + 301{,}652 = 859{,}929 \text{ m}$$
$$\beta''' = A\hat{B}B' = \text{arcsen}(63{,}413 / 527{,}321) = 7{,}6743 \text{ gon}$$
$$\beta = ABC = 158{,}1791 \text{ gon}$$

Possiamo ora risolvere i triangoli FGE e GEA:

$$GE = \sqrt{597{,}421^2 + 402{,}528^2 - 2 \cdot 597{,}421 \cdot 402{,}528 \cdot \cos 135{,}2215} = 878{,}445 \text{ m}$$

$$\varepsilon'' = C\hat{B}D = \arccos\left(\frac{878{,}445^2 + 402{,}528^2 - 597{,}421^2}{2 \cdot 878{,}445 \cdot 402{,}528}\right) = 39{,}2826 \text{ gon}$$

$$\alpha' = G\hat{A}E = \arccos\left(\frac{859{,}929^2 + 728{,}429^2 - 878{,}445^2}{2 \cdot 859{,}929 \cdot 728{,}429}\right) = 73{,}9514 \text{ gon}$$

$$\varepsilon' = G\hat{E}A = \arccos\left(\frac{859{,}929^2 + 878{,}445^2 - 728{,}429^2}{2 \cdot 859{,}929 \cdot 878{,}445}\right) = 55{,}0361 \text{ gon}$$

$$\lambda' = A\hat{G}E = 71{,}012 \text{ gon}$$

Con semplici operazioni sugli angoli si calcolano gli azimut dei lati:

$$(AB) = 200 - 92{,}3258 = 107{,}6742 \text{ gon}$$
$$(AG) = 200 + 73{,}9514 = 273{,}9514 \text{ gon}$$
$$(BC) = 307{,}6742 - 158{,}1791 = 149{,}4951 \text{ gon}$$
$$(ED) = 58{,}3215 \text{ gon}$$
$$(EF) = 400 - (39{,}2826 + 55{,}0361) = 305{,}6813 \text{ gon}$$

Le coordinate dei vertici si ricavano con le note formule di trasformazione di coordinate polari in coordinate cartesiane (in questo caso particolare sono anche possibili ovvie considerazioni geometriche):

$$X_A = 0 \text{ m}$$
$$Y_A = 859{,}929 \text{ m}$$

$$X_B = 527{,}321 \cdot \text{sen } 107{,}6742 = 523{,}494 \text{ m}$$
$$Y_B = 859{,}929 + 527{,}321 \cdot \cos 107{,}6742 = 796{,}516 \text{ m}$$

$$X_G = 728{,}429 \cdot \text{sen } 273{,}9514 = -668{,}298 \text{ m}$$
$$Y_G = 859{,}929 + 728{,}429 \cdot \cos 273{,}9514 = 570{,}125 \text{ m}$$

$$X_C = 523{,}494 + 358{,}396 \cdot \text{sen } 149{,}4951 = 778{,}92 \text{ m}$$
$$Y_C = 796{,}516 + 358{,}396 \cdot \cos 149{,}4951 = 545{,}109 \text{ m}$$

$$X_D = 459{,}398 \cdot \text{sen } 58{,}3215 = 392{,}97 \text{ m}$$
$$Y_D = 495{,}398 \cdot \cos 58{,}3215 = 301{,}652 \text{ m}$$

$$X_F = 402{,}528 \cdot \text{sen } 305{,}6813 = -400{,}926 \text{ m}$$
$$Y_F = 402{,}528 \cdot \cos 305{,}6813 = 35{,}875 \text{ m}$$

Frazionamento della particella *ABCDEA*

Calcoliamo anzitutto l'area della figura originaria con la formula di Gauss (disponendo già delle coordinate dei vertici, e che alcune di queste sono anche nulle), e quelle delle figure derivate (S_3 viene ricavato per risulta):

$$S = \frac{1}{2}[523{,}494 \cdot (859{,}929 - 545{,}109) + 778{,}92 \cdot (796{,}516 - 301{,}652) + 329{,}97 \cdot (545{,}109 - 0)] = 382238{,}6 \text{ m}^2$$

$$S_1 = \frac{382\,238{,}6}{6} \cdot 1 = 63\,706{,}4 \text{ m}^2$$

$$S_2 = \frac{382\,238{,}6}{6} \cdot 2 = 127412{,}9 \text{ m}^2$$

Dal problema del trapezio si ottiene la posizione e la lunghezza delle due dividenti:

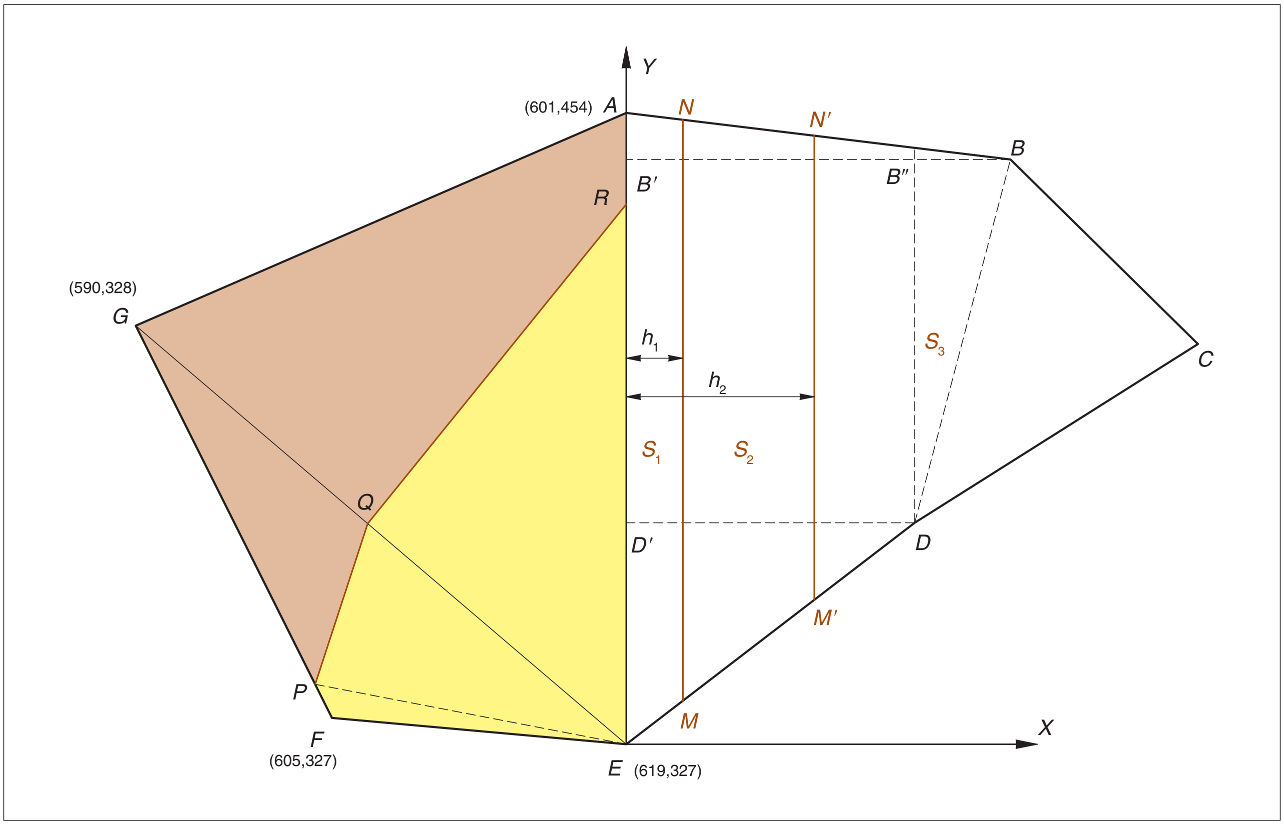


Figura 1 Schema planimetrico del problema.

$$h_1^2\,(\text{cotg } 92{,}3258 + \text{cotg } 58{,}3215) -$$
$$- 2 \cdot 859{,}929\, h_1 + 2 \cdot 63\,706{,}4 = 0$$

da cui:

$$h_1 = 77{,}16 \text{ m}$$

$$EM = \frac{77{,}16}{\text{sen } 58{,}3215} = 97{,}271 \text{ m}$$

$$AN = \frac{77{,}16}{\text{sen } 92{,}3258} = 77{,}725 \text{ m}$$

$$NM = 859{,}929 - 77{,}16\,(\text{cotg } 92{,}3258 + \text{cotg } 58{,}3215) =$$
$$= 791{,}35 \text{ m}$$

$$h_2^2\,(\text{cotg } 92{,}3258 + \text{cotg } 58{,}3215) -$$
$$- 2 \cdot 859{,}929\, h_2 + 2 \cdot 191\,119{,}3 = 0$$

da cui:

$$h_2 = 256{,}16 \text{ m}$$

$$EM' = \frac{256{,}16}{\text{sen } 58{,}3215} = 322{,}93 \text{ m}$$

$$AN' = \frac{256{,}16}{\text{sen } 92{,}3258} = 258{,}03 \text{ m}$$

$$N'M' = 859{,}929 - 256{,}16 \cdot$$
$$\cdot\,(\text{cotg } 92{,}3258 + \text{cotg } 58{,}3215) = 632{,}27 \text{ m}$$

Spianamento della particella *AEFGA*

Il calcolo richiede la scelta di un piano di riferimento a una quota inferiore o uguale a quella minima; nel nostro caso può essere scelta la quota di 590 m (quella minima è di 590,328 m):

$$S_{EFG} = \frac{1}{2}\, 402{,}528 \cdot 878{,}445 \cdot \text{sen } 39{,}2826 =$$
$$= 102\,301{,}66 \text{ m}^2$$

$$S_{AEG} = \frac{1}{2}\, 859{,}929 \cdot 878{,}445 \cdot \text{sen } 55{,}0361 =$$
$$= 287\,344{,}44 \text{ m}^2$$

$$V_{590} = \frac{0{,}328 + 29{,}327 + 15{,}327}{3} \cdot 102\,301{,}66 +$$
$$+ \frac{0{,}328 + 29{,}327 + 11{,}454}{3} \cdot 287\,344{,}44 = 5\,471\,391{,}9 \text{ m}^3$$

$$h = \frac{5\,471\,391{,}9}{102\,301{,}66 + 287\,344{,}44} = 14{,}042 \text{ m}$$

$$Q_{PROG} = 590 + 14{,}042 = 604{,}042 \text{ m}$$

Le quote rosse dei quattro vertici della particella saranno:

$q_A = 604{,}042 - 601{,}454 = +\,2{,}588$ m
$q_E = 604{,}042 - 619{,}327 = -15{,}285$ m
$q_F = 604{,}042 - 605{,}327 = -1{,}285$ m
$q_G = 604{,}042 - 590{,}328 = +13{,}714$ m

I punti di passaggio P, Q, R, rispettivamente sui lati FG, EG ed EA, saranno:

$$FP = \frac{597{,}421}{1{,}285 + 13{,}714} \cdot 1{,}285 = 51{,}183 \text{ m}$$

$$EQ = \frac{878{,}445}{15{,}285 + 13{,}714} \cdot 15{,}285 = 463{,}017 \text{ m}$$

$$ER = \frac{859{,}929}{2{,}588 + 15{,}285} \cdot 15{,}285 = 735{,}412 \text{ m}$$

Per calcolare il volume di sterro è necessario scomporre la falda quadrangolare $EFPQ$ nelle due falde triangolari EFP ed EPQ:

$$PE = \sqrt{51{,}183^2 + 402{,}528^2 - 2 \cdot 51{,}183 \cdot 402{,}528 \cdot \cos 135{,}2215} = 431{,}625 \text{ m}$$

$$\varepsilon''' = P\hat{E}F = \arccos\left(\frac{431{,}625^2 + 402{,}528^2 - 51{,}183^2}{2 \cdot 431{,}625 \cdot 402{,}528}\right) = 6{,}4339 \text{ gon}$$

$$\varepsilon^{IV} = P\hat{E}Q = 32{,}8487 \text{ gon}$$

$$S_{EFP} = \frac{1}{2}\, 402{,}528 \cdot 51{,}183 \cdot \text{sen } 135{,}2215 = 8764{,}52 \text{ m}^2$$

$$S_{EPQ} = \frac{1}{2}\, 431{,}625 \cdot 463{,}017 \cdot \text{sen } 32{,}8487 = 49\,302{,}21 \text{ m}^2$$

$$S_{EQR} = \frac{1}{2}\, 735{,}412 \cdot 463{,}017 \cdot \text{sen } 55{,}0361 = 129\,524{,}93 \text{ m}^2$$

Il volume di sterro (uguale a quello di riporto) sarà:

$$V_S = \frac{1{,}285 + 15{,}285}{3} \cdot 8764{,}52 + \frac{15{,}285}{3} \cdot 49\,302{,}21 + \frac{15{,}285}{3} \cdot 129\,524{,}93 = 959\,534 \text{ m}^3$$

Piano del volo fotogrammetrico

Dalla scala della carta si risale alla scale media dei fotogrammi (1:N), quindi alla quota del volo:

$$N = 200 \cdot \sqrt{500} = 4472 \rightarrow 4500$$

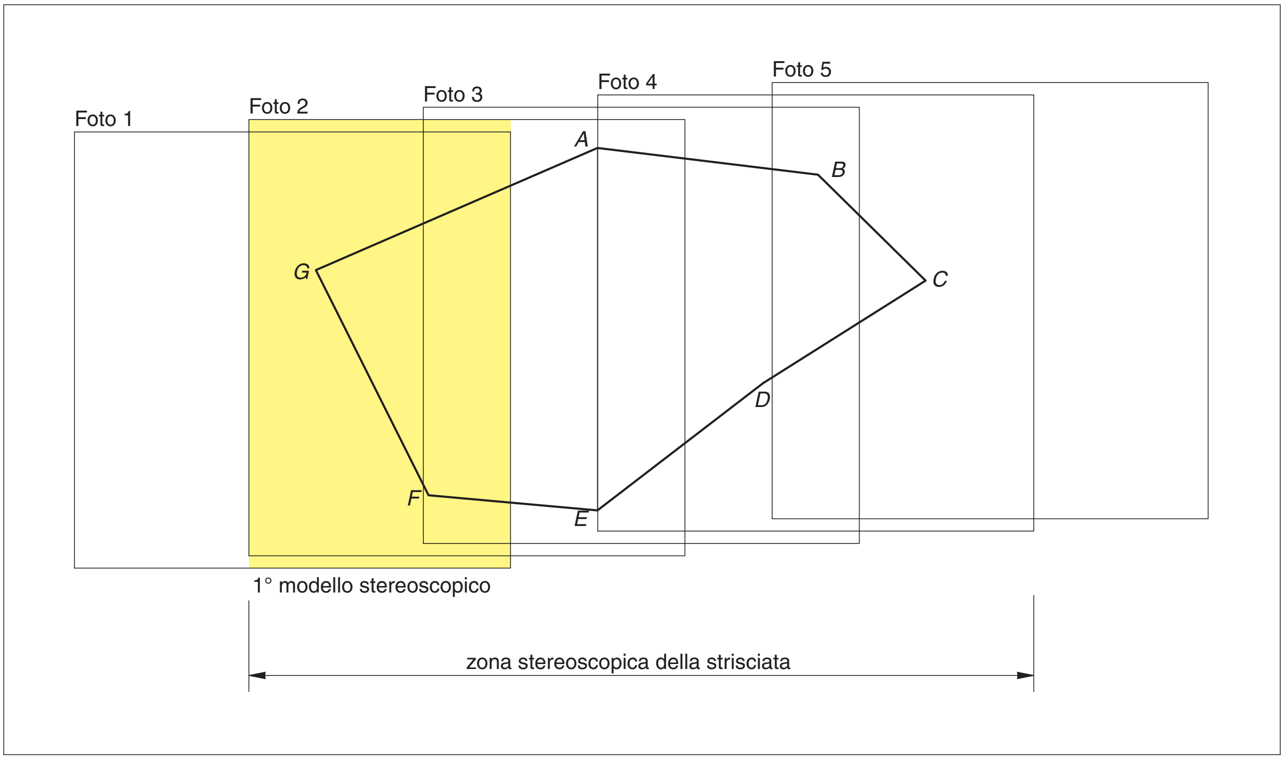


Figura 2 Distribuzione dei fotogrammi sull'area da rilevare.

Dunque la scala media dei fotogrammi sarà 1:4500, da cui deriva subito l'altezza del volo e la sua quota, assumendo come quota media del terreno la media delle quote note del terreno:

$$H = 4500 \cdot 0{,}153 = 688{,}5 \text{ m} \rightarrow 688 \text{ m}$$
$$Q_V = 688 + 604 = 1292 \text{ m}$$

Il trascinamento ammesso (0,03 mm = 0,00003 m) condiziona la velocità del volo:

$$v = 0{,}00003 \cdot \frac{688}{0{,}153 \cdot 0{,}001} \cong 135 \text{ m/s} = 486 \text{ km/h}$$

Ora è possibile determinare gli altri elementi del volo:

$$L = \frac{0{,}230}{0{,}153} \cdot 688 \cong 1034 \text{ m}$$
$$B = 1034 \cdot (1 - 0{,}60) \cong 414 \text{ m}$$
$$t = \frac{0{,}230 \cdot 688}{0{,}153 \cdot 135} \cdot (1 - 0{,}60) \cong 3{,}1 \text{ s}$$

Infine possiamo calcolare il numero di fotogrammi:

- ingombro dell'area lungo le ordinate: ≅ 860 m (dunque è sufficiente una sola strisciata, essendo $860 < L$);
- ingombro dell'area lungo le ascisse: $778{,}920 + 668{,}298 \cong 1447$ m;

$$n_F = n_{TOT} = \text{int}\left[\frac{1447}{414} + 1\right] + 1 = 5$$

Svolgimento dell'esercizio 28
Sessione unica 2012

Calcolo degli elementi planimetrici della particella assegnata (necessari allo svolgimento):

$$(AB) = \text{arctg}\frac{388,60 - 258,75}{75,40 - 208,80} = 150,8584 \text{ gon}$$

$$\overline{AB} = \frac{388,60 - 258,75}{\text{sen } 150,8584} = 186,163 \text{ m}$$

$$(AE) = \text{arctg}\frac{73,10 - 258,75}{148,70 - 208,80} = 280,0687 \text{ gon}$$

$$\overline{AE} = \frac{73,10 - 258,75}{\text{sen } 280,0687} = 195,136 \text{ m}$$

$$(BC) = \text{arctg}\frac{210,20 - 388,60}{-65,45 - 75,40} = 257,4536 \text{ gon}$$

$$\overline{BC} = \frac{210,20 - 388,60}{\text{sen } 257,4536} = 227,30 \text{ m}$$

$$(DE) = \text{arctg}\frac{73,10 - 50,35}{148,70 - 36,25} = 12,7081 \text{ gon}$$

$$\overline{DE} = \frac{73,10 - 258,75}{\text{sen } 12,7081} = 114,728 \text{ m}$$

$\alpha = 280,0687 - 150,8584 = 129,2103$ gon
$\beta = 350,8584 - 257,4536 = 93,4048$ gon
$\varepsilon = 212,7081 - 80,0687 = 132,6394$ gon

$$S = \frac{1}{2}\sum_{A}^{E}{}_i\, Y_i \cdot \left(X_{i+1} - X_{i-1}\right) = 55\,186,7 \text{ m}^2$$

$$\frac{S}{4} = 13\,796,67 \text{ m}^2$$

1. Calcolo degli elementi planimetrici necessari alla definizione della dividente *MN*, quindi della particella trapezia *ABMN* derivata:

$(\text{cotg } 129,2103 + \text{cotg } 93,4048)h^2 - 2 \cdot 186,163 \cdot h +$
$+ 2 \cdot 13\,796,67 = 0$

$-0,38992362\, h^2 - 372,326\, h + 27\,593,34 = 0$

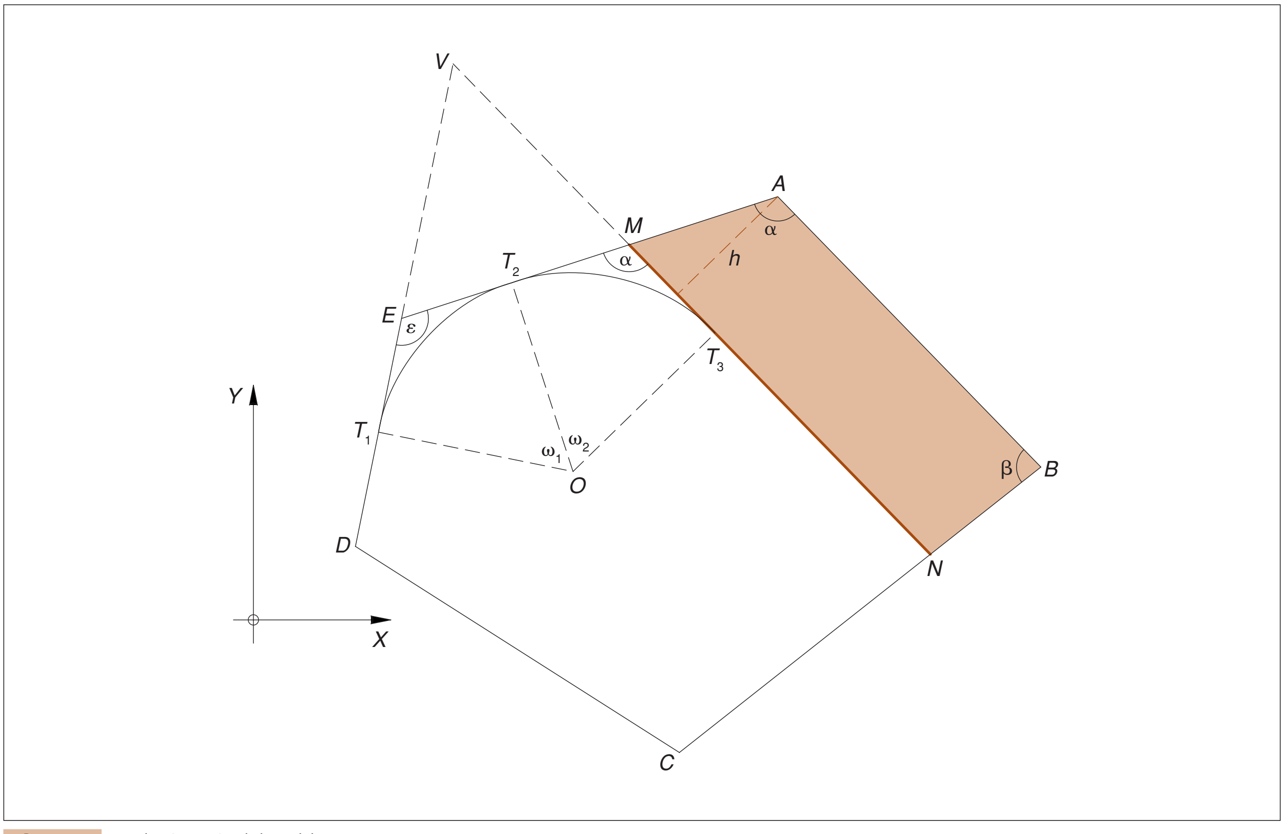


Figura 1 La planimetria del problema.

$$h = \frac{372,326 \pm \sqrt{372,326^2 + 4 \cdot 0,38992362 \cdot 27\,593,67}}{-2 \cdot 0,38992362} = $$
$$= 69,108 \text{ m (nota: la radice negativa va scartata)}$$

$$AM = \frac{69,108}{\text{sen } 129,2103} = 77,08 \text{ m}$$

$$BN = \frac{69,108}{\text{sen } 93,4048} = 69,48 \text{ m}$$

$$MN = \frac{2 \cdot 13\,796,67}{69,108} - 186,163 = 213,116 \text{ m}$$

2. Calcolo delle coordinate e delle quote degli estremi della dividente:

$$X_M = 258,75 + 77,08 \text{ sen } 280,0687 = 185,42 \text{ m}$$

$$Y_M = 208,80 + 77,08 \cos 280,0687 = 185,06 \text{ m}$$

$$X_N = 388,60 + 69,48 \text{ sen } 257,4536 = 334,07 \text{ m}$$

$$Y_N = 75,40 + 69,48 \cos 257,4536 = 32,34 \text{ m}$$

$$p_{AM} = p_{AE} = \frac{-5,09}{195,136} = -0,026084$$

$$p_{BN} = p_{BC} = \frac{-10,27}{227,30} = -0,045156$$

$$Q_M^T = 115,37 - 0,026084 \cdot 77,08 = 113,36 \text{ m}$$

$$Q_N^T = 109,28 - 0,045156 \cdot 69,48 = 106,14 \text{ m}$$

3. Sviluppo della curva tangente ai tre rettifili DE, EM, MN:

$$MVE = (129,2103 + 132,6394) - 200 = 61,8497 \text{ gon}$$

$$ME = 195,136 - 77,08 = 118,06 \text{ m}$$

$$VE = \frac{118,06}{\text{sen } 61,8497} \cdot \text{sen } 129,2103 = 128,18 \text{ m}$$

$$VM = \frac{118,06}{\text{sen } 61,8497} \cdot \text{sen } 132,6394 = 124,59 \text{ m}$$

$$p = \frac{128,18 + 124,59 + 118,06}{2} = 185,415 \text{ m}$$

$$R = 185,415 \cdot \text{tg} \frac{61,8497}{2} = 97,89 \text{ m}$$

$$t = VT_1 = VT_3 = \frac{97,89}{\text{tg} \frac{61,8497}{2}} = 185,41 \text{ m}$$

$$t_1 = ET_1 = ET_2 = 185,41 - 128,18 = 57,23 \text{ m}$$

$$DT_1 = 114,728 - 57,23 = 57,498 \text{ m}$$

$$t_2 = MT_2 = MT_3 = 185,41 - 124,59 = 60,82 \text{ m}$$

$$NT_3 = 213,116 - 60,82 = 152,296 \text{ m}$$

$$\omega_1 = 200 - 132,6394 = 67,3606 \text{ gon}$$

$$\omega_2 = 200 - 129,2103 = 70,7897 \text{ gon}$$

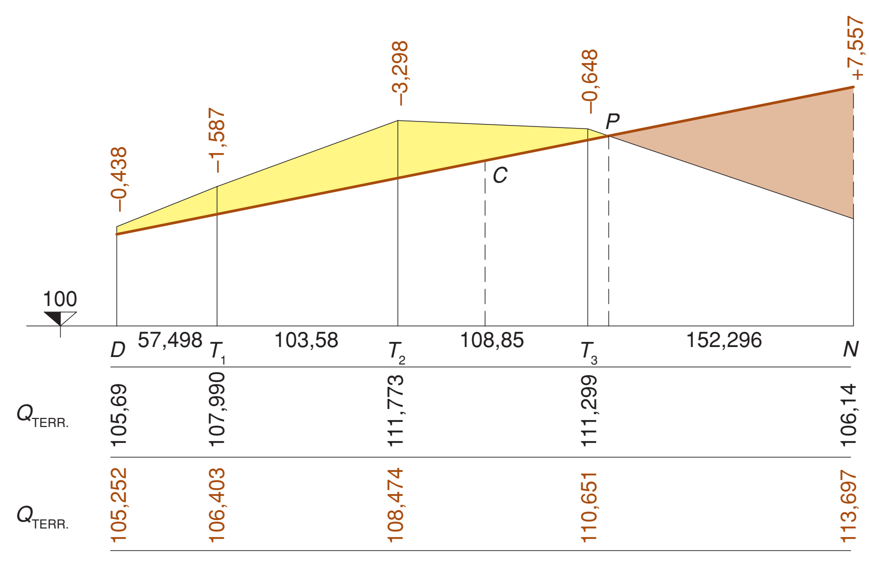


Figura 2 Il profilo longitudinale del problema.

$S_1 = 97{,}89 \cdot \pi \cdot 67{,}3606/200 = 103{,}58$ m

$S_2 = 97{,}89 \cdot \pi \cdot 70{,}7897/200 = 108{,}85$ m

Lunghezza percorso stradale:

$D\ T_1\ T_2\ T_3\ N = 57{,}498 + 103{,}58 + 108{,}85 + 152{,}29 =$
$= 422{,}22$ m

4. Definizione della livelletta di compenso e costruzione del profilo longitudinale nel tratto $D\ T_1\ T_2\ T_3\ N$:

$$p_{ED} = \frac{-4{,}59}{114{,}728} = -0{,}04001$$

$$p_{MN} = \frac{-7{,}22}{213{,}116} = -0{,}03388$$

$Q^T_{T1} = 110{,}28 - 0{,}04001 \cdot 57{,}23 = 107{,}990$ m

$Q^T_{T2} = 110{,}28 - 0{,}026084 \cdot 57{,}23 = 111{,}773$ m

$Q^T_{T3} = 113{,}36 - 0{,}03388 \cdot 60{,}82 = 111{,}299$ m

$S_{\text{nero}} = [(105{,}69 + 107{,}990)/2] \cdot 57{,}498 +$

$+ [(107{,}990 + 111{,}773)/2] \cdot 103{,}58 +$

$+ [(111{,}773 + 111{,}299)/2] \cdot 108{,}85 +$

$+ [(111{,}299 + 106{,}14)/2] \cdot 152{,}296 = 46\,222\ \text{m}^2$

Quota del centro di compenso C:

$$Q_C = \frac{46\,222}{422{,}22} = 109{,}474\ \text{m}$$

$Q^P_D = 109{,}474 - 0{,}02 \cdot 422{,}22/2 = 105{,}252$ m

$Q^P_{T1} = 109{,}474 - 0{,}02 \cdot 153{,}612 = 106{,}403$ m

$Q^P_{T2} = 109{,}474 - 0{,}02 \cdot 50{,}032 = 108{,}474$ m

$Q^P_{T3} = 109{,}474 + 0{,}02 \cdot 58{,}814 = 110{,}651$ m

$Q^P_N = 109{,}474 + 0{,}02 \cdot 422{,}22/2 = 113{,}697$ m

$q_D = 105{,}252 - 105{,}69 = -0{,}438$ m

$q_{T1} = 106{,}403 - 107{,}990 = -1{,}587$ m

$q_{T2} = 108{,}474 - 111{,}773 = -3{,}298$ m

$q_{T3} = 110{,}651 - 111{,}299 = -0{,}648$ m

$q_N = 113{,}697 - 106{,}14 = +7{,}557$ m

Punto di passaggio P tra T_3 e N:

$$T_3P = \frac{0{,}648}{0{,}02 + 0{,}03388} = 12{,}027\ \text{m}$$

$Q^P_P = Q^T_P = 109{,}474 + 0{,}02 \cdot 70{,}841 = 110{,}891$ m