UNITÀ A1

Valori di seno e coseno di 30°, 45° e 60°

Angolo di 30° ($33^c,\overline{3}$)

Con riferimento al cerchio goniometrico tracciato nella ▶FIGURA 1*a*, consideriamo l'angolo $A\widehat{O}B = 30°$ e il triangolo rettangolo OCB che definisce le funzioni seno e coseno. Prolungando il segmento BC fino a incontrare ulteriormente il cerchio in B', viene allora determinato l'angolo $B'\widehat{O}A$ che ha la stessa ampiezza di 30° e perciò $B'\widehat{O}B = 60°$. Essendo $\overline{BO} = \overline{B'O} = 1$ il triangolo BOB' è **equilatero**, per cui anche $\overline{BB'} = 1$. In un triangolo equilatero un'altezza divide la base in due parti uguali per cui si ha:

$$\operatorname{sen} 30° = \overline{BC} = \frac{\overline{BB'}}{2} \qquad \text{essendo } \overline{BB'} = 1, \text{ segue:} \qquad \operatorname{sen} 30° = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Applicando poi il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo BOC, risulta:

$$\overline{OC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{quindi} \qquad \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866025$$

Angolo di 60° ($66^c,\overline{6}$)

Consideriamo l'angolo al centro di 60° nel triangolo rettangolo OBC (▶FIGURA 1*b*). Unendo B con A, il triangolo OAB così ottenuto è **isoscele** $(\overline{OA} = \overline{OB} = 1)$, inoltre ha l'angolo di vertice O di 60°, e perciò è anche **equilatero**. BC è l'altezza relativa al lato OA, dunque $\overline{OC} = \overline{OA}/2 = 1/2$. Ma il segmento $\overline{OC}$ rappresenta il coseno di 60°, per cui si ha:

$$\cos 60° = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Applicando ora il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo BOC, risulta:

$$\overline{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \text{perciò} \qquad \operatorname{sen} 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866025$$

Angolo di 45° (50^c)

Consideriamo l'angolo al centro di 45° nel triangolo rettangolo OBC (▶FIGURA 1*c*). Prolungando il segmento BC fino a incontrare il cerchio in B', si determina il nuovo angolo $B'\widehat{O}C$ che ha la stessa ampiezza di 45°. L'angolo $B\widehat{O}B'$ è perciò di 90°. Il triangolo $B'OB$, allora, è **isoscele** $(\overline{B'O} = \overline{BO} = 1)$ e ha un angolo retto in O, perciò lo si può considerare come la **metà di un quadrato** di lato $\overline{OB} = 1$ e diagonale BB'. Essendo $\overline{BB'} = \sqrt{2}$ (in quanto diagonale di un quadrato di lato 1) e $\overline{BC} = \overline{BB'}/2$ perché $B'OB$ è isoscele, risulta:

$$\operatorname{sen} 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Poiché si ha che $\overline{OC} = \overline{BC}$, in quanto anche OBC è **isoscele**, avendo entrambi gli angoli acuti di 45°, possiamo affermare che:

$$\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

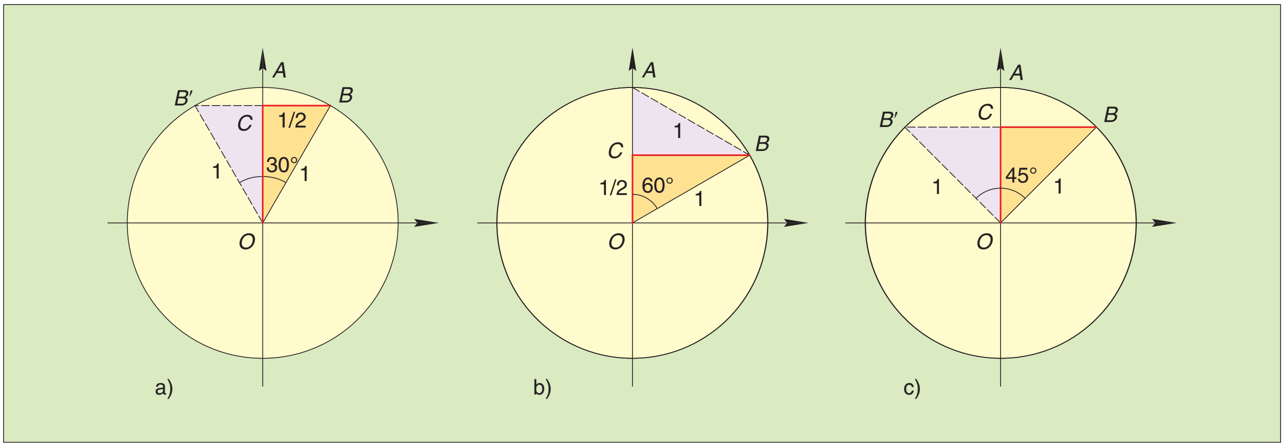

FIGURA 1 Le funzioni seno e coseno per angoli di 30°, 60° e 45°.