

## B1

Genesi  
e definizioni

## TEORIA

- 1 Cenni storici
- 2 Il rilievo topografico
- 3 Le grandezze misurate nel rilievo

## RIASSUMENDO

## AUTOVALUTAZIONE



La *Tabula Peutingeriana* è una copia, risalente al XIII sec., di un'antica carta romana che mostrava le vie militari dell'Impero. Ha una forma molto allungata (680 × 33 cm) e mostra lo sviluppo di circa 200 000 km di strade in una rappresentazione simbolica simile a quella che oggi si impiega per descrivere le reti di metropolitana. La parte riprodotta si riferisce all'Italia a sud di Roma; in basso, il Mare Mediterraneo e le coste africane; in alto, il Mare Adriatico e le coste illiriche.

## 1. Cenni storici

Il termine **topografia** deriva dal greco e significa letteralmente «descrizione del luogo mediante disegno». In effetti essa studia le *tecniche operative*, i *metodi* e gli *strumenti* idonei a consentire la *rappresentazione grafica* di una porzione di superficie terrestre con *estensione limitata*, al punto da poter prescindere, in genere, dalla curvatura terrestre.

Qualora l'estensione della porzione di territorio da «descrivere» venga dilatata, e comunque sia tale da dover tenere conto della curvatura della Terra, si entra nell'ambito di studi e di attività pratiche proprie di quella scienza che è chiamata **geodesia**.

Il complesso delle misure e dei procedimenti che occorre effettuare sul terreno al fine di produrre la sua rappresentazione grafica, prende il nome di **rilievo topografico**; la redazione dei disegni, e lo sviluppo dei calcoli connessi, viene indicata con il nome di **restituzione del rilievo**.

Il termine *topografia* è stato introdotto in modo sistematico solo in tempi relativamente recenti, a partire dal XVIII sec., allorché essa venne riconosciuta come particolare e autonomo campo di studio e di analisi del territorio, anche se la sua origine risale alla più remota antichità.

Possiamo infatti affermare che essa sia nata, di fatto, con l'evoluzione sociale delle antiche popolazioni, come conseguenza della necessità di risolvere alcuni problemi pratici della vita quotidiana, come la misura dei campi, la ripartizione dei terreni, il ripristino dei confini tra le proprietà, l'irrigazione delle zone coltivate, l'innalzamento di monumenti o la costruzione di templi. Si andò così delineando una professione che dava risposta ai problemi citati, e che si basava sull'**arte del misurare**: essa costituiva la forma embrionale della moderna topografia.

I reperti archeologici, i bassorilievi e le scene dipinte sulle pareti delle tombe testimoniano concordemente che, tra le antiche popolazioni, quella che eccelse per somma di conoscenze e abilità tese a dare una risposta ai quesiti enunciati fu quella **egizia**.

### ■ L'antico Egitto

La civiltà egiziana non codificò nulla, non ci ha lasciato trattati omogenei, non conosceva il rigore delle leggi geometriche e matematiche; possedeva un sistema di numerazione semplice, ma inadeguato a sviluppare calcoli complessi. Non di meno questa civiltà è stata in grado di realizzare monumenti concepiti e progettati con l'intenzione precisa di farli durare per l'eternità; essi sono giunti fino a noi dopo 5000 anni e testimoniano lo splendore di una civiltà straordinaria e per certi versi unica.

In effetti le vaste conoscenze che gli Egizi dovevano avere, per poter concepire monumenti che ancora oggi ci riempiono di stupore, scaturivano dalla sistematica osservazione dei fenomeni naturali e dall'**esperienza pratica**, cioè erano cognizioni di carattere **empirico**.

Tra le nozioni sicuramente necessarie per costruire piramidi, erigere obelischi, edificare templi e censire il territorio agricolo reso fertile dal Nilo, dovevano essere indubbiamente di primaria importanza quelle connesse alla realizzazione delle **misure sul terreno** e allo sviluppo di *calcoli su figure geometriche*.

Per le operazioni di misura e di costruzione, gli Egizi erano in grado di usare correttamente strumenti quali il **filo a piombo** (► FIGURA 1) (quindi possedevano il concetto di verticale), la **squadra**, l'**archipendolo** (► FIGURA 2), oltre a **corde** e **aste in legno** per eseguire misure lineari (l'unità di misura era il  *cubito* , corrispondente alla distanza tra il gomito e la punta del pollice, e equivalente a circa 52 cm). Essi misuravano tutto, dalle dimensioni dei templi alle superfici dei campi coltivati, dall'altezza degli obelischi all'inclinazione dei paramenti delle piramidi.

#### FAQ

##### ► Qual è la finalità della topografia?

È quella di rappresentare graficamente una porzione limitata della superficie terrestre.

#### FAQ

##### ► Che differenza c'è tra topografia e geodesia?

La geodesia consente di disegnare zone della Terra talmente estese che non si può trascurare la curvatura terrestre.

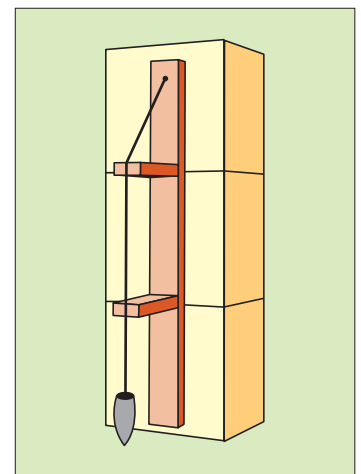


FIGURA 1 Filo a piombo.

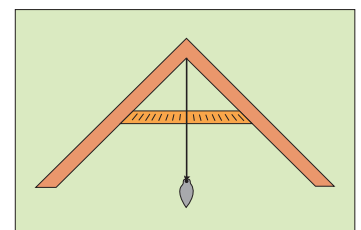
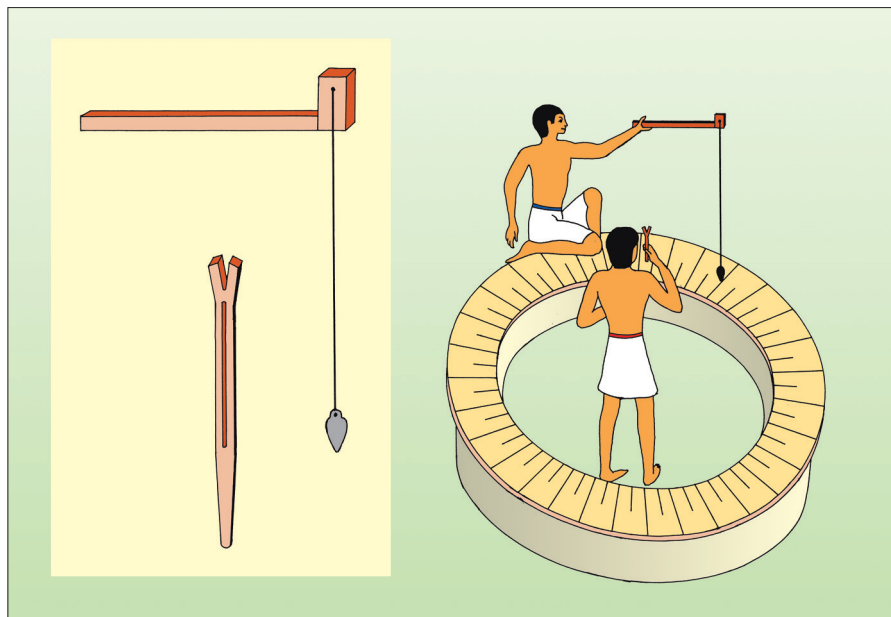


FIGURA 2 Archipendolo.

**FIGURA 3** Il merkhet veniva utilizzato per orientarsi rispetto al nord.



Inoltre agli Egizi era perfettamente noto il concetto importantissimo di **tra-guardo**, che veniva realizzato con uno strumento rudimentale chiamato **merkhet**, costituito da due elementi: un regolo, alla cui estremità era sospeso un filo a piombo, e uno stelo in legno, in cima al quale era presente una fenditura a forma di coda di rondine (►FIGURA 3). Il *merkhet* veniva utilizzato per la collimazione della stella polare, che all'epoca permetteva loro di orientarsi rispetto al nord.

Sono innumerevoli i *papiri* e i *bassorilievi* che illustrano le modalità con le quali venivano eseguite le *misure* e gli strumenti impiegati allo scopo; ciò testimonia l'importanza che veniva attribuita a tali operazioni, effettuate sotto la direzione di alti dignitari con l'impiego di corde o aste in legno opportunamente tarate.

La pratica e l'ingegno permise poi loro di sviluppare i calcoli necessari alla realizzazione delle grandi opere che andavano via via progettando. Nel secolo scorso venne alla luce, e quindi tradotto, un papiro chiamato di **Rhind-Bremner** (la ►FIGURA 4 ne riporta un particolare), databile attorno al 1800 a.C. (Regno Medio), che di fatto può essere considerato il primo trattato di *geometria pratica*. Esso conteneva una serie di problemi connessi al *dimensionamento delle piramidi*, e, tra l'altro, istruzioni per il calcolo dell'area dei triangoli, suggerendo di ricavare la stessa dal prodotto di un lato per la metà dell'altro. Come è noto, tale regola vale solo se applicata ai cateti dei triangoli rettangoli, utile sì in tante situazioni ma non generalizzabile, e quindi lontana dal rigore scientifico necessario per una legge geometrica. Tuttavia testimonia l'intraprendenza dei tecnici egizi, che per ogni problema cercavano le risposte nell'*esperienza pratica*.

Parlando di questa civiltà non si può omettere un riferimento alle **piramidi**, cioè a quei manufatti in pietra tagliata collocati all'interno del complesso funerario reale. Gli Egizi ci hanno lasciato, con le piramidi, il segno della loro incredibile capacità tecnica e organizzativa, nonché della loro abilità nell'esecuzione delle *misure*. Per concepire una piramide a quattro facce lisce furono necessari 400 anni di storia; durante le prime due dinastie (3150-2700 a.C.) le sepolture reali sotterranee erano coperte da sovrastrutture a banco di pietra dette *mastabe*, mentre il passaggio alla forma piramidale si ebbe a Saqqara con la tomba a gradoni (►FIGURA 5) del faraone **Zoser** (2680 a.C., III dinastia), concepita dal sacerdote-architetto **Imhotep**, mentre l'evoluzione venne compiuta con le piramidi dei faraoni della IV dinastia (2700-2200 a.C.).

Le più famose tra queste sono senz'altro quelle erette sull'altopiano di **Giza** dai faraoni **Cheope** (2601-2578 a.C.), **Chefren** e **Micerino**; la più grande è quella di Cheope (►FIGURA 6) (lato originario 231,80 m, area di base oltre 5 ha, altezza



**FIGURA 4** Il papiro di Rhind-Bremner (1800 a.C. circa) può essere considerato il primo trattato di geometria pratica.



**FIGURA 5** Piramide a gradoni del faraone Zoser (2680 a.C.) a Saqqara.



**FIGURA 6** La piramide di Cheope, a Giza: è la più grande tra quelle dell'antico Egitto.

originaria 146,60 m, altezza attuale senza paramento liscio 138 m), la cui base è appoggiata su un terreno roccioso perfettamente livellato (con gli attuali strumenti si è potuto rilevare un dislivello tra i vertici opposti di appena 9 mm), e i cui vertici sono perfettamente *orientati* secondo i punti cardinali, a testimonianza dell'abilità con cui i tecnici egiziani compivano queste operazioni.

Questa piramide è stata oggetto di studi e di analisi per il perfetto proporzionamento delle sue *dimensioni* e della sua *forma*; per esempio si è rilevato che il rapporto tra il perimetro di base e il doppio dell'altezza risulta essere 3,1623 e cioè il valore approssimato di quello che venne chiamato  $\pi$  (3,14159...), già ben noto agli Egizi e tra l'altro citato anche nel papiro di Rhind-Bremner con il valore di 3,16.

I successori di Cheope ridussero gradualmente le dimensioni delle loro piramidi (**Chefren**: lato = 210,50 m, altezza = 136,50 m; **Micerino**: lato = 108 m, altezza = 66 m) fino al faraone **Unas**, ultimo faraone della V dinastia, che a Saqqara fece costruire la piramide più piccola (altezza = 43 m).

Ma le piramidi non sono le uniche costruzioni monumentali che ci sono giunte e che testimoniano la tecnica organizzativa degli antichi Egizi: basta ricordare i grandi templi dedicati al dio Amon a **Luxor** e a **Karnak**, i templi di **Abu Simbel** fatti erigere da **Ramses II**, il tempio della regina **Hatshepsut** eretto a Deir-el-Bahri. Come poi non ricordare in questo contesto le meravigliose tombe dei faraoni della XVIII e XIX dinastia (Nuovo Regno) scavate nelle rocce della **Valle dei Re** a ovest di Tebe, i cui metodi per lo scavo e l'orientamento delle gallerie risultano incredibilmente attuali.

L'ultimo periodo della civiltà egizia, l'Età Tarda, fu seguito dall'età greca della XXXI dinastia, detta **tolemaica**. Da allora ebbe inizio un nuovo processo storico, indotto dalle conquiste di Alessandro, denominato **ellenismo**.

## ■ La civiltà greca

Erano quelli gli anni della migrazione della cultura greca in Egitto, ma i Greci che vi si recavano avevano, in fatto di scienza, assai più da imparare che da insegnare. Tra questi, verso il 600 a.C., vi fu **Talete** di Mileto. Quando Talete si recò in Egitto, la penetrazione della cultura greca era iniziata da poco, benché in Egitto esistessero già colonie greche, e i suoi soggiorni furono fondamentali per i suoi studi di **geometria**.

Come poc'anzi ricordato, le conoscenze egizie in questo campo erano rudimentali. Gli Egizi erano in grado di risolvere i problemi caso per caso senza partire da principi generali, cioè non avevano ordinato le loro conoscenze in un *sistema*, in un *testo scritto*. Non esistevano quindi matematici nel senso che in seguito si assegnò a questa parola.

Talete imparò in Egitto a misurare l'altezza delle piramidi, a determinare la distanza delle navi in mare, a calcolare le superfici dei terreni: queste cognizioni le ap-

### FAQ

► **Agli antichi Egizi era noto il concetto di traguardo?**

Sì, in quanto lo realizzavano con un rudimentale strumento chiamato merkhēt costituito da un filo a piombo e da uno stelo di legno sul quale era ricavata una fenditura.

**FIGURA 7** Il mondo secondo Claudio Tolomeo nella rappresentazione data nel XVII sec. da Mercatore, nome italianizzato del cartografo fiammingo Gerhard Kremer.



prese dai sacerdoti, i depositari della scienza egiziana. Ma a differenza dei suoi maestri che si tramandavano queste conoscenze come segreti professionali, Talete volle trovare per esse un ordine e una sistemazione logica: volle insomma cercare di dare vita a un insieme ordinato e logicamente coerente di proposizioni che contenessero in successione le verità geometriche conosciute frammentariamente dagli Egizi.

Possiamo dunque dire che Talete fornì un apporto nuovo alle conoscenze egizie. Egli trasformò la geometria da **scienza nozionistica** a un **sistema logico**. In seguito, sulle sue orme, altri geometri e matematici greci costruirono un sistema geometrico-matematico che rimase la massima espressione della scienza dell'antichità, e che venne superato solo nel Rinascimento.

Qualche secolo più tardi il genio greco, mettendo a frutto le conoscenze degli Egizi sulle eclissi di Sole e di Luna da loro studiate, avrebbe elaborato, molti secoli prima dell'avvento delle teorie copernicane, la concezione **eliocentrica** dell'Universo, secondo la quale la Terra possiede una forma sferica e ruota attorno al Sole.

In effetti nel 276 a.C. ad Alessandria comparve una tra le menti più fertili dell'antichità: **Eratostene**, direttore della famosa biblioteca di Alessandria, la cui genialità, in epoche più recenti, è stata accostata a quella di Leonardo da Vinci. Eratostene osò affrontare la misura delle dimensioni della Terra arrivando a un valore così preciso da competere con l'accuratezza delle misure che sarebbero state eseguite nel XVIII sec.; tale lavoro è noto come *esperienza di Eratostene* e verrà illustrata nell'unità B2.

La scuola greco-alessandrina ha dato al mondo anche altri illustri scienziati: matematici, astronomi, geografi, storici. Tra questi va ricordato **Erone** (I sec. a.C.), che in un trattato nominato *Diottra* fornisce una descrizione precisa e puntuale di uno strumento a **traguardi** che può essere considerato il primo **teodolite** della storia. Ci sono stati trasmessi anche i suoi studi di geometria raccolti in un celebre trattato detto *Metrica*, opera che illustra le regole per il calcolo delle superfici dei terreni e dei volumi dei solidi, che contiene i metodi per tracciare gallerie e pozzi verticali, e in cui è presente la celebre ed elegante dimostrazione geometrica del teorema, ancora oggi detto di Erone, per il calcolo dell'area dei triangoli in funzione dei suoi tre lati.

Della stessa scuola alessandrina, ma nel II sec. d.C., sono **Euclide** e **Claudio Tolomeo**, uno dei più grandi **cartografi** dell'antichità. Famosa è la sua opera *Guida alla cartografia della Terra*, nella quale si teorizzavano le procedure per costruire la rappresentazione grafica della Terra esplicitando le regole per la **proiezione** della

#### FAQ

► **Gli antichi greci erano in grado di misurare le dimensioni della Terra?**

Sì, il primo fu Eratostene di Alessandria, che nel III secolo a.C. eseguì la misura e ne descrisse con precisione le operazioni.

sua superficie sferica sul piano di rappresentazione (► FIGURA 7). È proprio sulle sue carte che Cristoforo Colombo lavorò per preparare il suo viaggio nelle Indie.

## ■ L'antica Roma

Anche se le civiltà egiziana e greca raggiunsero una superiorità sconosciuta a qualsiasi altra civiltà del mondo antico e Alessandria d'Egitto rappresentò il faro del sapere che illuminò tutte le terre che accolsero la civiltà greca, Roma fu l'unica città del mondo antico veramente cosmopolita, e perciò in grado di *catalizzare* e *sintetizzare* tutto il sapere del tempo.

Con la conquista della Grecia e del mondo ellenistico, le scienze geometriche e matematiche dei popoli conquistati entrarono di fatto nel bagaglio culturale dei conquistatori, trovando immediata applicazione e sviluppo nei campi pratici della vita *civile* e *militare*. Roma non possedeva alcun teorico di discipline geometrico-matematiche, ma la progressiva espansione della potenza romana fece qui convergere tutte le conoscenze dei popoli soggiogati.

Un formidabile strumento di penetrazione della civiltà romana fu rappresentato dalle **strade**, che venivano man mano sviluppandosi per ragioni *militari*, ma anche *commerciali*; esse erano costruite tenendo conto di norme precise che prevedevano, tra l'altro, una larghezza minima di 3,40 m sui rettifili e di 4,60 m nelle curve, con l'evidente preoccupazione di permettere in ogni punto il passaggio di due carri (► FIGURA 8).

Ma la strada è senza dubbio anche un elemento topografico, e nella connessa applicazione tecnica i Romani furono insuperabili. La gigantesca rete stradale realizzata in Italia e nelle province fu determinante per lo sviluppo dei commerci e l'affermarsi della cultura romana. Tuttavia essa venne concepita essenzialmente per ragioni ed esigenze **militari**, rispetto alle quali furono sempre subordinati la scelta dei tracciati e i criteri costruttivi. In effetti i percorsi erano ad andamento prevalentemente rettilineo e collegavano direttamente i grandi centri abitati; le pendenze potevano essere altissime, raggiungendo anche il 20%.

Il tracciato topografico della strada era fissato dai geometri di Roma, chiamati col termine generale di **gromatici**; per il tracciamento della strada, disponevano di strumenti che loro stessi avevano perfezionato ma che erano di provenienza

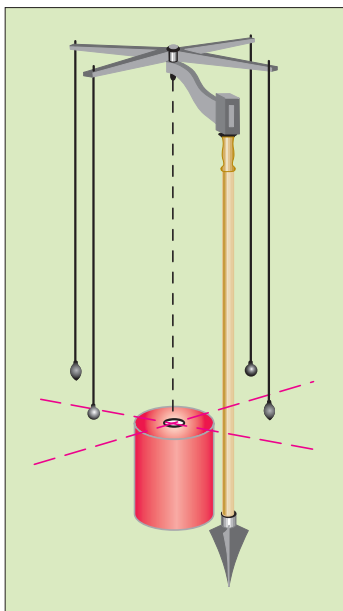
### FAQ

► È possibile definire «rilevante» l'estensione della rete di strade dell'Impero romano?

Certo, l'estensione era tale da imporre la redazione di pergamene sulle quali erano tracciati i percorsi di tutte le strade dell'Impero, come in un moderno stradario. La *Tavola Peutingeriana* è una ricostruzione del XIII secolo di queste pergamene.



**FIGURA 8** La Via Appia è forse la più celebre delle antiche strade romane. Voluta dal censore Appio Claudio nel 312 a.C., questa strada collegava Roma con Capua, Taranto e Brindisi. In alcuni tratti la sua pavimentazione in blocchi di pietra lavica è rimasta pressoché intatta.



**FIGURA 9** La groma veniva usata dai Romani per la centuriazione dei territori.

greco-egiziana. Tra questi la *diottra*, derivata dallo strumento a traguardi descritto da Erone di Alessandria.

Ma il più antico, il più usato e il più celebre era la **groma** (► FIGURA 9) anch'essa di origine egiziana, con la quale si tracciavano gli **allineamenti ortogonali**. Essa consisteva in due aste metalliche incrociate ad angolo retto; a ogni estremità di queste aste venivano appesi quattro fili a piombo, in modo che l'operatore potesse determinare esattamente l'allineamento, seguendo la direzione di due fili a piombo. Questo strumento divenne ben presto, e tuttora rimane, il simbolo della professione di geometra. La groma era ingombrante e di dimensioni ragguardevoli: le aste ortogonali erano lunghe circa 100 cm, mentre il bastone che le sorreggeva e che veniva conficcato nel terreno era alto più di 220 cm, per un peso complessivo di circa 15 kg.

Ma l'impiego più noto della groma era nell'ambito della **centuriazione** del territorio. I gromatici romani prendevano di fatto in consegna l'*ager publicus* costituito dai territori via via conquistati, e perciò appartenenti allo Stato romano come preda bellica, per dividerlo, censirlo e assegnarlo quindi in godimento sia agli ex nemici sia ai Romani, per lo più veterani di guerra, i quali versavano allo Stato un corrispettivo in danaro o in derrate.

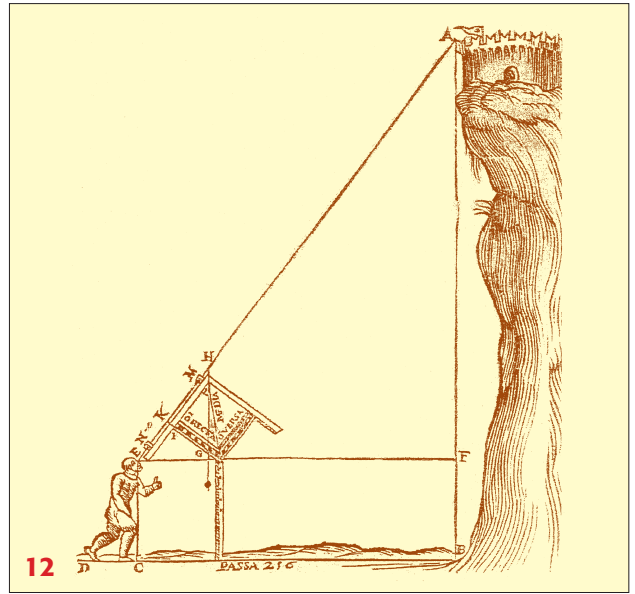
La centuriazione veniva attuata dividendo il territorio con un reticolato formato da **due sistemi di strade parallele e ortogonali** tra loro (► FIGURA 10). Le strade erano distanti tra loro 20 *actus* (circa 710 m) e delimitavano un quadrato, la *centuriatio*, che aveva una superficie di 200 *iugeri* (uno *iugero* corrispondeva a circa 2500 m<sup>2</sup>); tale quadrato veniva ulteriormente diviso con allineamenti (*limites*) paralleli al sistema di strade ortogonali, e quindi assegnato a cento famiglie, anche se di fatto tale numero poteva variare in relazione alla fertilità del terreno o per ragioni politiche.

I tecnici gromatici, per delimitare e suddividere in tal modo il terreno, tracciavano sul terreno stesso degli allineamenti che si intersecavano ad angolo retto. Per tracciare queste rette ortogonali si iniziava con lo stabilire sul terreno due direzioni di riferimento perpendicolari, denominate rispettivamente **decumanus** e **cardo**.

Teoricamente il *decumanus* doveva essere orientato da est a ovest, utilizzando per l'orientamento il percorso del Sole; in tal modo rimaneva definito anche il *cardo*, ovviamente orientato nella direzione sud-nord. Tuttavia capitava spesso che, a seconda delle condizioni del territorio, il *decumanus* fosse orientato secondo il lato più lungo del terreno, nel senso della depressione del terreno per favorire il drenaggio delle acque, mentre altre volte ci si serviva, come *decumanus*, di una grande strada esistente. Questo è quanto avvenne nella centuriazione dell'Emilia, che ebbe per *decumanus* la direzione della via Emilia.



**FIGURA 10** Foto aerea attuale in cui sono ancora riconoscibili i sistemi di strade ortogonali della centuriazione, che definivano porzioni quadrate di territorio di circa 710 m di lato.



La divisione del terreno in *centurie*, cioè in lotti a forma quadrata, non si presenta come un fatto meramente arbitrario di assegnazione, ma una straordinaria opera di **pianificazione territoriale** attuata da una popolazione la cui abilità organizzativa fu tale da lasciare segni evidenti a distanza di due millenni.

In larghe zone dell'Emilia, ma anche in Spagna e in Francia, sono ancora ben visibili e inequivocabili le tracce della centuriazione, riconoscibile in molte strade, viottoli e fossati che hanno conservato l'antica struttura territoriale. La ► FIGURA 11 mostra una mappa attuale della città di Carpi, nella pianura a nord di Modena, sulla quale sono state evidenziate le tracce del tessuto centuriato.

**FIGURA 11** Mappa attuale del territorio circostante la città di Carpi, in Emilia: in rosso sono evidenziate le tracce della centuriazione romana.

**FIGURA 12** Illustrazione contenuta nel trattato di Niccolò Tartaglia.

## ■ Dal Medioevo al Rinascimento

Con la caduta dell'Impero Romano le scienze furono di fatto messe in disparte, come molte conquiste ed esperienze della tecnica. Si realizzò un arretramento della civiltà occidentale sotto la spinta delle conquiste delle popolazioni barbariche.

Tale situazione si prolungherà per circa un millennio: è questo il periodo storico denominato Medioevo, durante il quale il progresso tecnologico fu lentissimo, se paragonato ai periodi storici precedenti e a quelli che seguiranno. Tuttavia, in particolare nella seconda metà di tale periodo, un ampliamento delle conoscenze tecniche si verificò comunque e, anche se limitato, permise poi il meraviglioso rifiorire delle scienze che caratterizzò il periodo rinascimentale e che ebbe rilevanti riflessi anche per la nostra disciplina.

L'*arte del misurare*, decaduta con la fine dell'Impero Romano, cominciò a risorgere nel Cinquecento, periodo nel quale ebbero un formidabile sviluppo sia lo studio dei metodi teorici di rilievo, sia la messa a punto di nuovi strumenti per effettuare le misure. A tale proposito si può ricordare il celebre **odometro** di Leonardo da Vinci (da uno studio di Vitruvio), strumento usato ancora oggi per misurare distanze per mezzo della conta del numero di giri compiuti da una ruota di circonferenza nota.

È di questo periodo l'enunciazione teorica del principio della **triangolazione**, che costituirà un significativo progresso tecnico nell'ambito del rilevamento, dovuto prima a **Gemma Frisius** (1508-1555), poi all'olandese **Willebrord Snell** (detto *Snellius*, 1581-1625), che lo impiegò nella misura di un arco di meridiano.

Nel 1505, nella città di Brescia, nacque **Niccolò Tartaglia** (così soprannominato per una grave forma di balbuzie) che, pur da autodidatta, scrisse geniali trattati di matematica pura e applicata. In particolare una delle sue opere, denominata *General trattato di Numeri e Misure* (in ► FIGURA 12 uno schema contenuto nell'opera),

### FAQ

#### ► Che cosa era la groma?

Era uno strumento utilizzato dagli antichi Romani per tracciare allineamenti ortogonali; era costituito da due aste incrociate ad angolo retto con alle estremità appesi quattro fili a piombo.

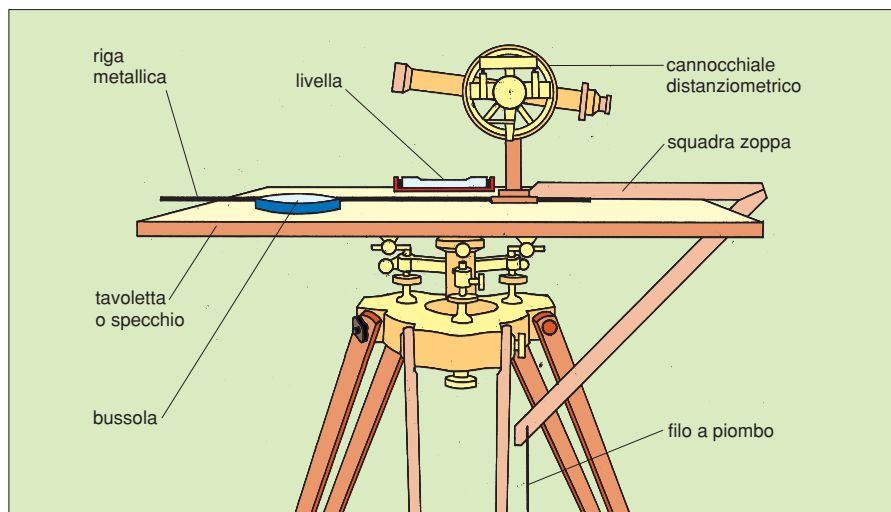
### FAQ

#### ► Come veniva effettuata la centuriazione del territorio dagli antichi Romani?

Veniva attuata dividendo i territori conquistati in lotti di forma quadrata delimitati da strade parallele e ortogonali fra loro.



**FIGURA 13** La tavoletta pretoriana è uno strumento topografico che è stato usato dalla fine del XVI sec. alla metà del secolo scorso.



è stato un vero e proprio trattato di topografia, nel quale si teorizzano i principi del rilievo di dettaglio e si espongono metodi pratici per eseguire le misure.

Nel 1590 il tedesco **Joannes Praetorius** concepì uno strumento che più tardi ebbe notevole fortuna, tanto da essere adottato, fino a non molti anni fa, nei *rilievi di dettaglio*, per realizzare la cartografia dei territori di quasi tutti gli stati: si trattava della **tavoletta pretoriana**. Essa era costituita da una tavoletta piana in legno fornita di un foglio da disegno sul quale si tracciavano direttamente, durante le operazioni di campagna, le linee che venivano traggurate. Per questo era fornita di un regolo per traggurare, con traguardi ad alette e scale graduate per la trascrizione grafica delle distanze. Il foglio di carta era tenuto fermo da una cornice e veniva orientato con una bussola; in ►FIGURA 13 è riprodotto lo schema di una tavoletta pretoriana.

A questo punto, prima di proseguire con la trattazione, occorre soffermarsi su una scoperta importantissima per tutta la scienza, ma in modo particolare per la topografia: ci riferiamo al **cannocchiale di Galileo** (1564-1642) che, perfezionato successivamente da **Keplero** e corredato del **reticolo**, completerà e moltiplicherà le utilizzazioni degli strumenti topografici; il cannocchiale diverrà, ed è tuttora, il dispositivo di traguardo e di **collimazione** presente in tutti gli strumenti topografici.

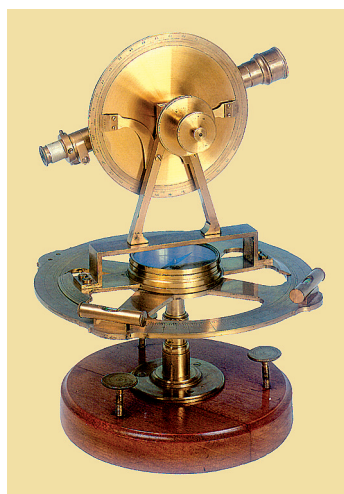
Inoltre, nel 1675, l'italiano **Geminiano Montanari** realizzò il primo prototipo di **cannocchiale distanziometrico**, col quale si effettuava la misura indiretta delle distanze e che verrà utilizzato in seguito in tante applicazioni.

Da allora lo sviluppo degli strumenti per la misura degli angoli, i **teodoliti**, e delle **distanze**, i **distanziometri**, è stato inarrestabile. Topografi come il francese **Etienne Lenoire** (1744-1832) con il suo **cerchio a ripetizione** per la misura multipla degli angoli azimutali, o come **Ramsden** (1745), **Troughton** (1791) e **Reichenbach** (1816) con la costruzione dei loro **teodoliti**, diedero un impulso decisivo alla nascita di una nuova e peculiare scienza che si occuperà del rilievo del territorio: la **topografia moderna** (in ►FIGURA 14 un teodolite di questo periodo).

## ■ Nascita della topografia e della cartografia moderne

**Cesare Cassini** (1714-1784), terzo di una dinastia di astronomi francesi di origini italiane (il nonno era il più famoso Domenico Cassini), impostò e iniziò la rappresentazione grafica dell'intero territorio francese: la **carta di Francia**. Essa era composta da 182 fogli e venne poi completata dal figlio Giacomo (1747-1845), che la pubblicò nel primo decennio del XIX sec.; nacque in tal modo la moderna **cartografia**.

Da allora le mappe topografiche sono risultate sempre meglio definite, sempre più ricche di particolari del territorio, sempre più fedeli nel rappresentare il



**FIGURA 14** Teodolite del 1820 provvisto di collimatore a cannocchiale e bussola.

terreno, e idonee per essere utilizzate non solo per scopi militari e di studio, ma anche per scopi civili, quale supporto irrinunciabile alle opere di ingegneria.

L'ulteriore corso evolutivo delle discipline del rilevamento fu in parte dovuto alla elaborazione di nuove dottrine connesse alla *forma* e alle *dimensioni* della Terra, che seguirono le scoperte di **Newton** sulla gravitazione, e in parte al perfezionamento dei cannocchiali e più in generale degli strumenti di misura.

È nel periodo a cavallo tra il XVIII e il XIX sec. che i **metodi di rilievo** cominciano a essere organizzati con rigore, e gli strumenti migliorati in un continuo perfezionarsi che culmina, verso la metà dell'Ottocento, con tutto il complesso di *apparati* e di *metodi* (che fu allora chiamato *celerimensura* o *tacheometria*) consegnati alla tecnica topografica da un geniale studioso e abile costruttore di strumenti: **Ignazio Porro** (1801-1875), uno dei padri dei moderni goniometri.

Una sostanziale modifica ai concetti *costruttivi* e *strutturali* presenti negli strumenti topografici concepiti da Porro, e un vero superamento della sua opera, avvenne solo nei primi decenni del Novecento, per opera soprattutto di costruttori svizzeri e tedeschi, tra i quali occorre senz'altro ricordare **Wild**, i cui brevetti nell'ambito della tecnologia costruttiva degli strumenti topografici hanno contraddistinto tutta la prima metà del secolo scorso.

D'altra parte è questo il periodo nel quale i procedimenti celerimetrici, connessi al rilievo di *grandi estensioni di territorio*, vengono via via superati dai procedimenti **fotogrammetrici**.

Metodi e strumenti della **fotogrammetria terrestre** e **aerea** hanno attualmente raggiunto la piena maturità e sviluppo. Essi sono assolutamente insostituibili nei rilievi dei territori di intere regioni: anche in questo ambito la tecnica italiana ha dato un significativo contributo con l'opera di **Nistri** e di **Santoni**, oltre che dei servizi dell'**Istituto Geografico Militare Italiano** e del **Catasto**.

Il resto è attualità: a partire dagli anni Settanta del secolo scorso l'evoluzione della tecnologia **elettronica** e **informatica**, con la relativa miniaturizzazione dei componenti, ha iniziato a influenzare, da una parte le concezioni connesse alla costruzione degli strumenti topografici e, di conseguenza, le metodologie di rilievo, e dall'altra ha fornito con i personal computer nuovi e straordinari strumenti di calcolo automatico.

Tale influenza si è via via affermata e consolidata negli anni Ottanta, quando si è avverato il sogno di tutti i topografi del passato: avere a disposizione uno strumento compatto, preciso, leggero, rapido da usare e col quale poter eseguire a un tempo sia misure *angolari* che di *distanze*, oltre che eseguire *calcoli*; queste proprietà sono oggi sintetizzate nel *teodolite elettronico integrato*, detto anche **total station** (► FIGURA 15).

Infine ricordiamo il grande sviluppo che sta avendo il **GPS** (*Global Positioning System*), cioè un sistema integrato che impiega una costellazione di **satelliti artificiali** allo scopo di effettuare rilievi topografici e geodetici. Questo sistema, nato con scopi militari per l'assistenza alla navigazione, ha poi ampliato le sue applicazioni e, permettendo la determinazione della posizione dei punti sulla superficie terrestre con una precisione fino all'ordine del millimetro, ha finito per richiamare l'interesse degli addetti ai rilievi topografici, nel cui ambito è entrato con prepotenza in questi ultimi anni (► FIGURA 16).

## 2. Il rilievo topografico

### ■ Le operazioni del rilievo

La finalità essenziale della topografia è quella di determinare la **posizione spaziale** di un insieme di punti, appartenenti alla superficie fisica della Terra, e di darne poi una rappresentazione grafica a scala ridotta, su un piano orizzontale materializzato dal foglio di carta del disegno.



**FIGURA 15** Total station Leica TPS 400. Si tratta di un teodolite elettronico in grado di misurare sia angoli che distanze.



**FIGURA 16** Antenna e ricevitore per rilievi topografici satellitari GPS (*Global Positioning System*).

**FAQ**

► **Da che cosa è determinata la scelta dei punti caratteristici per rappresentare un territorio?**

Dalle caratteristiche morfologiche della zona e dalla scala della rappresentazione grafica.

L'insieme delle operazioni da attivare per raggiungere questi obiettivi prende il nome di **rilievo topografico**; esso comprende:

- operazioni di campagna;
  - operazioni di calcolo;
  - operazioni di disegno.
- Le **operazioni di campagna** hanno lo scopo di acquisire le **misure** delle grandezze (distanze, angoli, dislivelli), necessarie alle successive fasi del rilievo. Queste misure, realizzate con appropriati strumenti e idonee procedure operative, sono estese a un numero finito di **punti caratteristici**, a mezzo dei quali si rappresenterà il territorio da rilevare. Questo insieme di punti viene scelto di volta in volta dal rilevatore, tenendo conto delle *caratteristiche morfologiche* del terreno e della *scala di rappresentazione*.
  - Le **operazioni di calcolo**, più o meno complesse, vengono effettuate sulle misure acquisite durante le operazioni di campagna e hanno lo scopo di determinare la posizione, a mezzo delle coordinate spaziali  $X, Y, Z$ , dell'insieme di punti scelto per rappresentare il terreno.
  - Le **operazioni di disegno** hanno lo scopo di fornire la rappresentazione grafica in *scala ridotta* del territorio oggetto del rilievo, utilizzando le *coordinate* dell'insieme di punti considerato.

Il disegno rappresenta la parte finale del rilievo topografico; tuttavia la **scala di rappresentazione** deve essere il primo elemento da definire nel rilievo, in quanto essa condiziona tutte le fasi successive, dalla scelta dei punti caratteristici, agli strumenti da impiegare, alle procedure da attuare. Essa dovrà essere scelta con molta attenzione, perché può condizionare in modo positivo o negativo tutta l'economia del rilievo. Attualmente si producono carte topografiche a *piccola scala* (1:100 000; 1:25 000), a *media scala* (1:10 000; 1:5000) e a *grande scala* (1:2000; 1:1000; 1:500).

**■ Le fasi del rilievo**

In generale nell'esecuzione di un rilievo topografico si possono riconoscere le seguenti due **fasi operative**, funzionalmente distinte, che possono essere effettuate in tempi successivi o anche in tempi coincidenti:

- la **planimetria**;
  - l'**altimetria**.
- La **planimetria** definisce la posizione delle **proiezioni** dell'insieme di punti appartenenti alla superficie fisica della Terra, sul piano di rappresentazione, identificato dal foglio da disegno. In campagna vengono essenzialmente misurate *distanze topografiche* e *angoli orizzontali* (grandezze che verranno meglio definite nel paragrafo successivo). La posizione delle proiezioni dei punti viene per lo più riferita a un **sistema di riferimento** cartesiano ortogonale  $X, Y$  definito sul piano orizzontale. Tale sistema di riferimento può poi essere orientato astronomicamente, oppure può essere scelto arbitrariamente dall'operatore.
  - L'**altimetria** definisce invece la **quota** dell'insieme di punti adottato; essa rappresenta la distanza, misurata sulla verticale, compresa tra ciascun punto e la sua corrispondente proiezione su una superficie di riferimento detta **geoide** (v. unità B2).

Questa classificazione, è bene sottolinearlo, è riferita a due **fasi operative** funzionalmente distinte, ma connesse a un'**unica procedura** che è il **rilievo topografico**,

**FAQ**

► **Quali sono le fasi operative di un rilievo topografico?**

Sono le operazioni di campagna (misure), le operazioni di calcolo e le operazioni di disegno.

**FAQ**

► **Che cosa si misura nelle operazioni di campagna?**

Si misurano distanze, angoli e dislivelli relativi ai punti caratteristici della zona da rilevare.

il quale, perciò, va sempre considerato come un evento unitario. La planimetria e l'altimetria, che peraltro possono anche essere realizzate contemporaneamente, sono cioè due fasi necessarie per ottenere la rappresentazione **completa** del terreno da rilevare. In effetti alcune procedure di rilievo topografico, come la *celerimensura*, la *fotogrammetria* e il *rilevamento satellitare*, prevedono la **contemporanea** determinazione degli aspetti *planimetrici* e *altimetrici* dei punti, riferendoli a un unico sistema di riferimento spaziale  $X, Y, Z$  opportunamente definito.

### 3. Le grandezze misurate nel rilievo

Durante le operazioni di campagna è necessario acquisire le misure di alcune grandezze, che diverranno molto familiari al tecnico topografo, cioè **distanze, angoli e dislivelli**.

Tuttavia, il **significato geometrico** che comunemente viene assegnato a queste grandezze, non sempre coincide con quello che a loro compete in ambito topografico. Riteniamo quindi opportuno, fin da ora, definire tali grandezze, anche se in modo semplificato; esse verranno poi definite con maggior precisione in seguito nei rispettivi contesti.

#### ■ Distanza topografica

Si definisce **distanza topografica** tra due punti sulla superficie terrestre la lunghezza del segmento che ha per estremi le **proiezioni** dei due punti su una superficie di riferimento adottata nelle operazioni topografiche.

Spesso nelle operazioni topografiche, nell'ambito di limitate estensioni, la superficie di riferimento adottata, come vedremo in seguito, è un **piano orizzontale**, per cui la distanza topografica è definita dalla misura della lunghezza di un **segmento rettilineo** su tale piano.

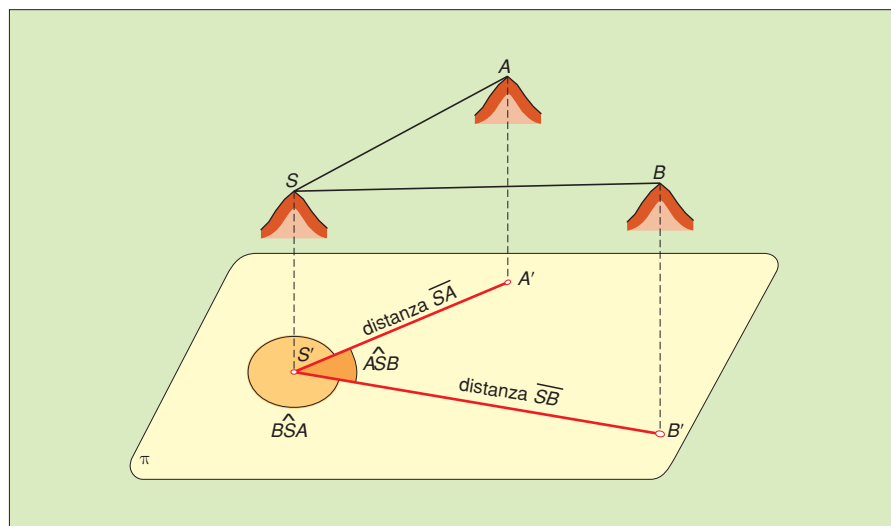
Con riferimento alla ►FIGURA 17, sia  $\pi$  il piano orizzontale adottato: considerando i punti  $S$  e  $A$  nello spazio, la loro distanza topografica  $SA$  risulterà la misura della lunghezza del segmento  $S'A'$ , in cui  $S'$  e  $A'$  costituiscono le **proiezioni** di  $S$  e  $A$  sul piano di riferimento. In modo del tutto analogo si procede per definire la distanza topografica tra una qualsiasi coppia di punti.

Da questa definizione appare evidente che, se i punti vengono a trovarsi a diverse altezze, il significato comune di **distanza reale** (intesa come lunghezza del

#### FAQ

##### ► La distanza topografica coincide con la distanza reale?

No, la distanza reale coincide con il collegamento diretto tra i punti; quella topografica è costituita dal segmento che unisce le proiezioni dei due punti sul piano (o su altre superfici di riferimento).



**FIGURA 17** Rappresentazione grafica della distanza topografica tra due punti e di angolo orizzontale.

**FAQ**

► **Da cosa è delimitato un angolo azimutale?**

Dalle proiezioni di due semirette sul piano orizzontale.

**FAQ**

► **Da cosa è delimitato un angolo zenitale?**

Da una semiretta e dalla verticale passante per uno dei suoi estremi.

**FAQ**

► **In quale caso un angolo di inclinazione di una semiretta è considerato negativo?**

Quando la semiretta si trova al di sotto dell'orizzontale e l'angolo viene detto angolo di depressione.

segmento che li unisce, per esempio  $SA$ ) non può in alcun modo essere confuso con il significato di **distanza topografica** (per esempio  $S'A'$ ).

**Angoli orizzontali**

Siano  $S, A$  e  $B$  tre punti non allineati nello spazio. Se si proiettano questi tre punti su di un piano orizzontale di riferimento, si ottengono le proiezioni  $S', A'$  e  $B'$  (► FIGURA 17).

Si definisce **angolo orizzontale** (o **azimutale**)  $\widehat{ASB}$  l'angolo  $\widehat{A'S'B'}$  definito dalle semirette  $S'A'$  e  $S'B'$ , proiezioni sul piano orizzontale delle semirette  $SA$  e  $SB$ .

Si immagina che questo angolo sia generato dalla rotazione, in *senso orario*, della semiretta  $S'A'$  che va a sovrapporsi alla semiretta  $S'B'$ . È allora chiaro che l'angolo  $\widehat{BSA}$  è immaginato come l'angolo di cui deve ruotare, sempre in *senso orario*, la semiretta  $S'B'$  per andare a sovrapporsi alla semiretta  $S'A'$  (v. unità A1).

**Angoli verticali**

Nelle operazioni topografiche accade di dover misurare angoli le cui semirette giacciono su un piano verticale; essi si distinguono in:

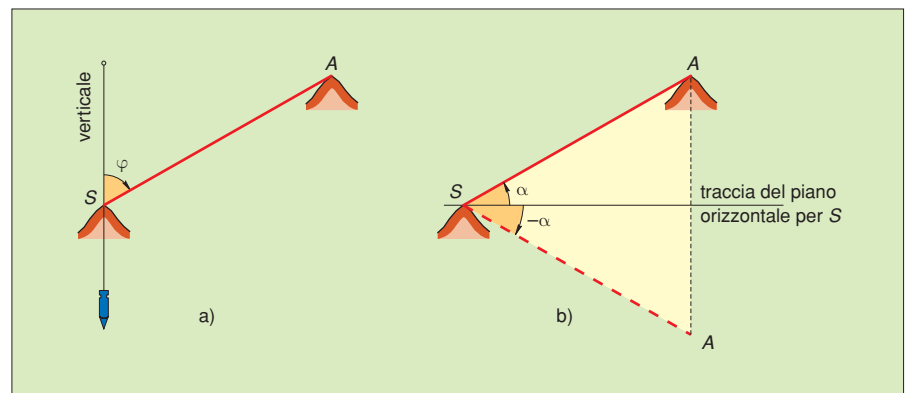
- **angoli zenitali;**
- **angoli di inclinazione.**

Siano dati due punti  $S$  e  $A$  nello spazio (► FIGURA 18a). Si definisce **angolo zenitale** di  $A$  rispetto a  $S$  l'angolo che la congiungente  $SA$  forma con la **verticale** passante per  $S$ .

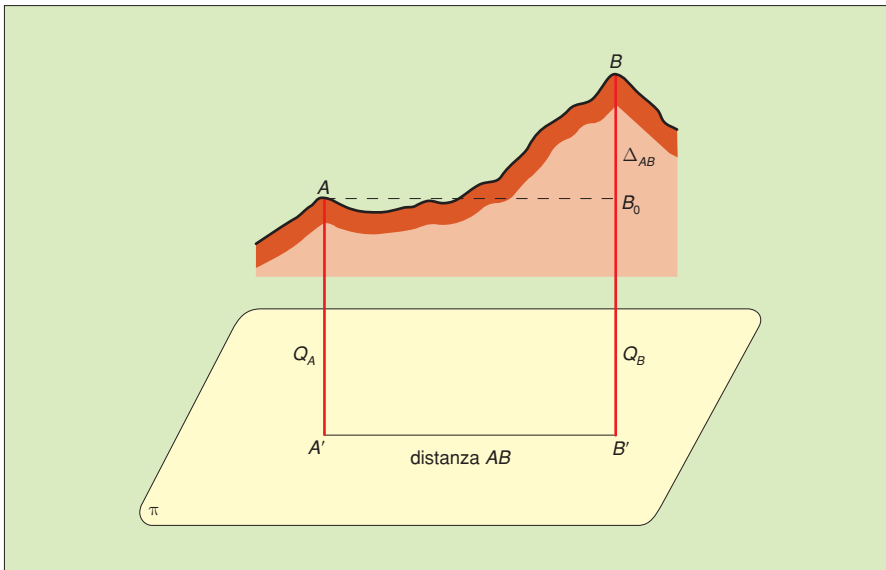
Tale angolo è definito sul *piano verticale* individuato dalla verticale passante per  $S$  e dal punto  $A$ ; esso viene comunemente indicato con la lettera dell'alfabeto greco  $\varphi$ . Attualmente gli strumenti topografici misurano quasi esclusivamente questo angolo verticale.

Allo stesso modo (► FIGURA 18b) si definisce **angolo di inclinazione** del punto  $A$  rispetto a  $S$  l'angolo che la congiungente  $SA$  forma con il piano orizzontale passante per  $S$ .

In questo caso vengono considerati *positivi* gli angoli di inclinazione corrispondenti a visuali al di sopra dell'orizzontale passante per  $S$ ; essi sono anche detti **angoli di**



**FIGURA 18** Rappresentazione grafica della misura di un angolo zenitale (a) e di un angolo di inclinazione (b).



**FIGURA 19** Rappresentazione grafica della quota di un punto e del dislivello tra due punti. Si tratta di un ambito semplificato, accettabile solo per piccole estensioni di territorio.

**elevazione.** Vengono considerati *negativi* quelli corrispondenti a visuali al di sotto dello stesso piano orizzontale; essi sono anche chiamati **angoli di depressione**.

Di solito gli angoli di inclinazione vengono indicati con la lettera dell'alfabeto greco  $\alpha$ , ma gli strumenti moderni, ormai, non misurano più tali angoli. Osserviamo, infine, che per le definizioni stesse di angoli zenitali e di inclinazione, essi risultano **complementari** ( $\varphi + \alpha = 100^\circ$ ).

## ■ Quote e dislivelli

Si definisce **quota** (ortometrica) del punto  $A$  sulla superficie terrestre la distanza, misurata lungo la **verticale**, tra il punto  $A$  e la sua proiezione  $A'$  sulla superficie di riferimento denominata **geoide** (ne parleremo nella prossima unità B3).

Va subito segnalato, tuttavia, che la superficie adottata come riferimento per le operazioni altimetriche è molto complessa. Per ora possiamo immaginare che essa coincida con un piano orizzontale solamente se consideriamo **piccole estensioni** di territorio (► FIGURA 19). In questo caso semplificato le quote dei punti  $A$  e  $B$  sono rappresentate dalle misure delle lunghezze dei segmenti  $AA'$  e  $BB'$ , che sono **paralleli** e **verticali**.

Si definisce **dislivello** tra i punti  $A$  e  $B$  (procedendo da  $A$  verso  $B$ ) la differenza tra la quota del punto  $B$  e quella del punto  $A$ , cioè:  $\Delta_{AB} = Q_B - Q_A$ .

Nella situazione semplificata prima descritta, il dislivello tra i punti  $A$  e  $B$  viene rappresentato dal segmento verticale  $BB_0$ , che costituisce la distanza tra due superfici parallele a quella di riferimento, passanti rispettivamente per  $A$  e per  $B$ .

### FAQ

► **La relazione lega l'angolo zenitale e quello di elevazione di una stessa semiretta?**

I due angoli sono complementari.

### FAQ

► **In quale caso le quote di più punti sono rappresentate tutte da segmenti paralleli e verticali?**

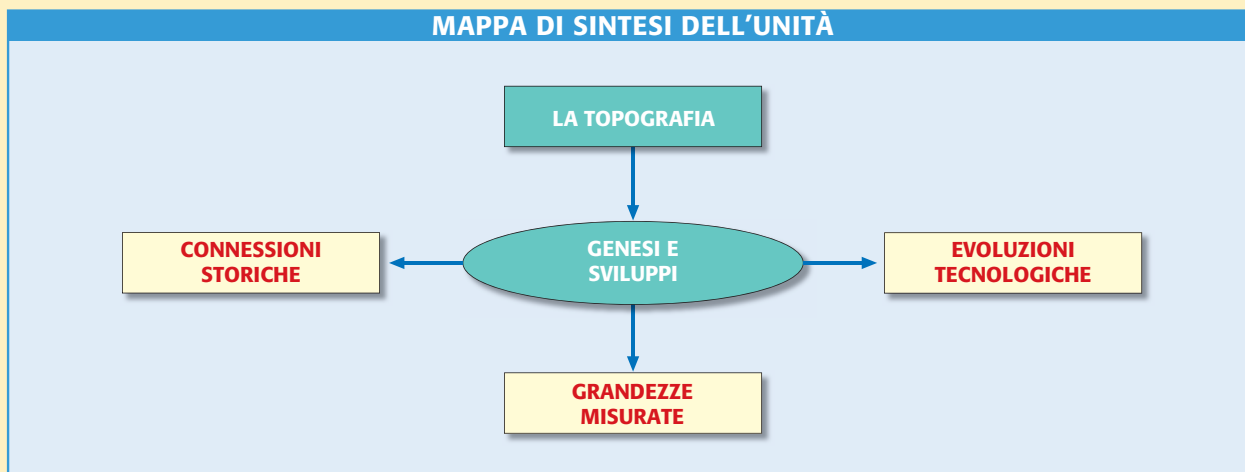
Quando l'estensione del terreno è limitata, tanto da pensare la superficie di riferimento come un piano orizzontale.

### FAQ

► **Il dislivello tra due punti è negativo quando ...**

... Il secondo punto ha una quota inferiore del primo.

# Riassumendo



**Topografia:** è l'insieme delle *tecniche operative*, dei *metodi* e degli *strumenti* che consentono di descrivere graficamente *zone limitate* di superficie terrestre per le quali si può non tener conto della curvatura terrestre.

**Geodesia:** è l'insieme delle *tecniche operative*, dei *metodi* e degli *strumenti* che consentono di descrivere graficamente il pianeta Terra, oppure *zone tanto estese* di superficie terrestre da non poter più trascurare la curvatura terrestre.

**Rilievo topografico:** è l'insieme delle *misure* da eseguire sul territorio e dei *procedimenti operativi* per poterne effettuare la *rappresentazione grafica*.

**Merkhet:** strumento utilizzato dagli antichi Egizi per *travagliare* la stella polare. Era costituito da un regolo con un *filo a piombo* sospeso a un'estremità e da uno stelo in legno con in cima una *fenditura* a forma di coda di rondine.

**Rhind-Bremner:** è così chiamato un *papiro* egizio del 1800 a.C. caratterizzato dalla risoluzione di problemi relativi al *dimensionamento* delle piramidi e al calcolo dell'*area dei triangoli*.

**Eratostene** (III sec. a.C.): scienziato e letterato greco che nel trattato *Sulla misura della Terra* sostenne la sfericità della Terra e ne calcolò la lunghezza della *circonferenza*, arrivando a un valore vicino a quello delle misure effettuate fino al XIX sec.

**Diottra:** celebre trattato di Erone di Alessandria (I sec. a.C.) che contiene la descrizione della *diottra*, strumento impiegato in topografia, fino al XIX sec., per realizzare *visuali lineari*.

**Metrica:** celebre trattato di Erone di Alessandria dove compare la dimostrazione del *teorema* che consente di calcolare l'*area* di un *triangolo* qualsiasi conoscendone i tre lati.

**Claudio Tolomeo** (II sec. d.C.): astronomo greco di scuola alessandrina che formulò le regole per disegnare *carte terrestri piane* a mezzo di diversi sistemi di *proiezione*.

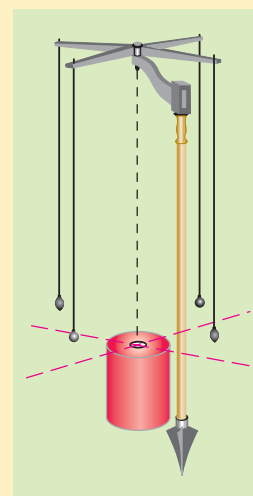
**Groma:** strumento utilizzato dagli antichi Romani per tracciare *allineamenti ortogonali*; era costituito da due *aste incrociate* ad angolo retto con quattro *fili a piombo* appesi alle estremità delle aste.

**Centuriazione:** *divisione del territorio* effettuata dagli antichi Romani in lotti di forma *quadrata*, ciascuno delimitato da *strade* parallele e ortogonali fra loro, reciprocamente distanti circa 710 m.

**Tavoletta pretoriana:** strumento utilizzato per il *rilievo di dettaglio* dal 1590 fino a dopo la metà del secolo scorso. Era costituita da una *tavoletta di legno* con sopra un apposito foglio da disegno sul quale si tracciavano direttamente le linee che venivano *travagliate* attraverso un *regolo* con *travagli* ad alette o con *cannocchiale*; il foglio veniva orientato mediante una *bussola*.

**Cesare Cassini** (XVIII sec.): astronomo francese che impostò la *carta di Francia* con la rappresentazione grafica di tutto il territorio francese, dando così inizio alla *moderna cartografia*.

**Ignazio Porro** (XIX sec.): topografo piemontese ideatore del *cannocchiale a lunghezza costante*, che modificò le tecniche operative topografiche dando origine ai *moderni goniometri*.



**Punti caratteristici:** insieme dei punti scelto per rappresentare un territorio considerandone le *caratteristiche morfologiche* e la *relativa scala di rappresentazione*.

**Operazioni di campagna:** costituiscono la parte iniziale del *rilievo topografico*; hanno lo scopo di ottenere le misure delle *distanze*, degli *angoli* e dei *dislivelli* dei *punti caratteristici*.

**Operazioni di calcolo:** costituiscono la parte intermedia del *rilievo topografico*; hanno lo scopo di determinare le *coordinate X, Y, Z* dei *punti caratteristici* elaborando le misure ottenute nelle *operazioni di campagna*.

**Operazioni di disegno:** parte finale del *rilievo topografico*; hanno lo scopo di generare la *rappresentazione grafica* di una porzione di territorio mediante le *coordinate dei punti caratteristici* ottenute nelle *operazioni di calcolo*.

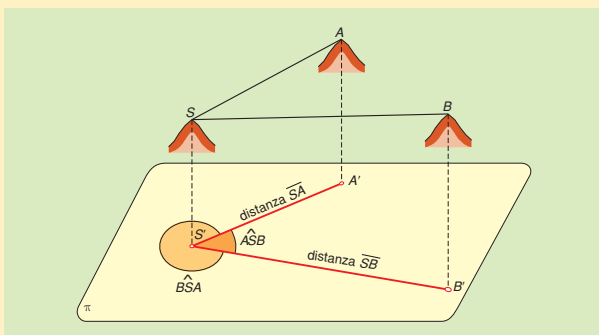
**Planimetria:** parte della *rappresentazione grafica* che definisce la *posizione* delle *proiezioni* dei *punti caratteristici* sul piano orizzontale di riferimento mediante le *coordinate X e Y*.

**Altimetria:** parte della *rappresentazione grafica* che definisce le *distanze verticali* tra i *punti caratteristici* e le loro corrispondenti *proiezioni* sul piano orizzontale di riferimento mediante la *coordinate Z*.

**Distanza reale:** è la lunghezza del segmento che unisce tra loro due *punti caratteristici* della superficie terrestre.

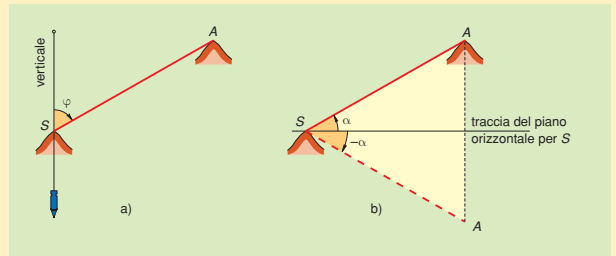
**Distanza topografica:** è la lunghezza del segmento  $S'A'$  che unisce tra loro le *proiezioni* di due *punti caratteristici* sulla superficie di riferimento.

- Se la superficie di riferimento è una *sfera* la distanza è un *arco di cerchio*, se è un *piano orizzontale* la distanza è un segmento.



**Angolo orizzontale (o azimutale):** è l'angolo formato da due semirette dopo che sono state proiettate su un *piano orizzontale*.

- L'angolo formato dalle semirette originarie prende il nome di *angolo di posizione*, che in topografia non ha alcun interesse.

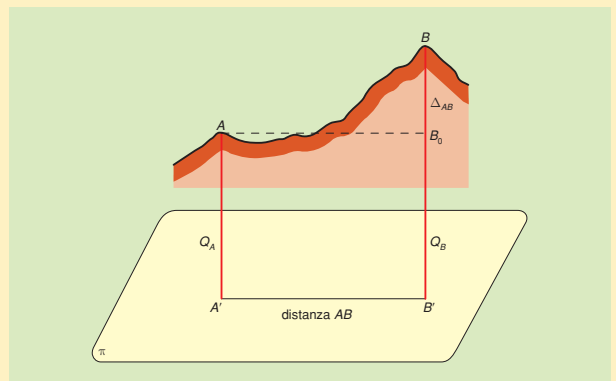


**Angolo zenitale:** è l'angolo  $\varphi$  che una semiretta forma con la *verticale* passante per uno dei suoi estremi.

- L'angolo si trova sul *piano verticale* definito dalla verticale e da un qualsiasi punto della semiretta.

**Angolo di inclinazione:** è l'angolo  $\alpha$  che una semiretta forma con l'*orizzontale* passante per uno dei suoi estremi e posta sullo stesso *piano verticale* della semiretta.

- L'angolo si trova sul *piano verticale* definito dalla semiretta.
- Se la semiretta è *al di sopra* dell'orizzontale l'angolo è considerato *positivo* e viene detto *angolo di elevazione*; se è *al di sotto* è considerato *negativo* e viene detto *angolo di depressione*.
- Per una stessa semiretta l'angolo zenitale e l'angolo di elevazione risultano *complementari*.
- Per una stessa semiretta l'angolo zenitale e l'angolo di depressione hanno per *differenza*  $90^\circ$ .



**Quota  $Q_A$  di un punto:** è la distanza tra il punto  $A$  sulla superficie terrestre e la sua *proiezione* sul *geoide*.

- Per piccole estensioni possiamo immaginare di sostituire il *geoide* con un *piano orizzontale*; in tal caso le quote di tutti i punti della zona rappresentata sono segmenti *paralleli* e *verticali*.

**Dislivello  $\Delta_{AB}$  tra due punti  $A$  e  $B$**  (procedendo da  $A$  verso  $B$ ): è la differenza tra la quota del punto  $B$  e la quota del punto  $A$ ; cioè si ha:

$$\Delta_{AB} = Q_B - Q_A.$$



# Autovalutazione

## A. Verifica delle conoscenze

### QUESITI VERO/FALSO

- |   | V                        | F                        |
|---|--------------------------|--------------------------|
| <b>1</b> Il termine topografia significa letteralmente «rilievo del terreno»  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>2</b> La geodesia non considera la curvatura terrestre   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>3</b> Il merkhet consentiva agli antichi Egizi di orientarsi a nord  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>4</b> Il papiro di Rhind-Bremner può essere considerato il primo trattato di geometria pratica                                 | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>5</b> Talete codificò le conoscenze geometriche degli antichi Egizi  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>6</b> Erone scrisse un trattato che contiene la descrizione della diottra  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>7</b> Euclide scrisse il trattato <i>Metrica</i> , in cui sono esposte regole per calcolare l'area delle superfici dei terreni | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>8</b> La groma era utilizzata dagli antichi Romani per collimare la stella polare  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>9</b> I lotti delle centuriazioni misuravano circa 100 ettari  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>10</b> La tavoletta pretoriana era uno strumento impiegato nei rilievi di dettaglio  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>11</b> L'astronomo francese Cesare Cassini è noto per aver calcolato la circonferenza terrestre                                | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| <b>12</b> Il topografo piemontese Ignazio Porro può essere considerato il padre dei moderni goniometri                            | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

### QUESITI A RISPOSTA SINGOLA

- 13** In base a quali parametri vengono scelti i punti caratteristici per rappresentare un territorio?
- 14** In che cosa consistono le operazioni di campagna nel rilievo topografico?
- 15** In che cosa consistono le operazioni di calcolo nel rilievo topografico?

- 16** Quale è la differenza tra rappresentazione planimetrica e rappresentazione altimetrica?
- 17** Enunciare le definizioni di distanza topografica e di distanza reale
- 18** Che caratteristica hanno due semirette che formano un angolo azimutale?
- 19** Enunciare la definizione di angolo zenitale
- 20** Come vengono definiti gli angoli di inclinazione a seconda che si trovano sopra o sotto l'orizzontale?

### QUESITI A RISPOSTA MULTIPLA

- 21** La finalità della topografia è quella di
- a rilevare una zona di terreno
  - b descrivere graficamente una zona di terreno
  - c descrivere graficamente una zona limitata di terreno
  - d descrivere graficamente una zona estesa di terreno
- 22** Il merkhet era uno strumento utilizzato dagli antichi Egizi per
- a misurare la circonferenza terrestre
  - b misurare le distanze
  - c calcolare l'area dei triangoli
  - d tracciare la stella polare
- 23** Il trattato *Sulla misura della Terra* è stato scritto da
- a Eratostene
  - b Erone
  - c Euclide
  - d Tolomeo
- 24** La groma era uno strumento utilizzato dagli antichi Romani per
- a misurare le distanze
  - b tracciare allineamenti ortogonali
  - c misurare gli angoli
  - d nessuno dei precedenti
- 25** La centuriazione effettuata dagli antichi Romani consisteva nel
- a tracciare strade ortogonali
  - b misurare una zona di terreno
  - c disegnare una zona di terreno
  - d dividere una zona di terreno in lotti quadrati

- 26** La tavoletta pretoriana era uno strumento utilizzato fino a qualche decennio fa per
- rilevare zone di terreno
  - misurare angoli
  - misurare distanze
  - misurare zone di terreno
- 27** Il topografo piemontese Ignazio Porro è celebre per aver
- rappresentato graficamente il territorio francese
  - ideato il cannocchiale a lunghezza costante
  - ideato la diottra
  - nessuna delle precedenti
- 28** L'angolo formato da due semirette su un piano orizzontale prende il nome di
- angolo azimutale
  - angolo di inclinazione
  - angolo di elevazione
  - angolo zenitale
- 29** L'angolo zenitale e l'angolo di elevazione relativi a una stessa semiretta hanno
- per somma  $180^\circ$
  - per somma  $90^\circ$
  - per differenza  $90^\circ$
  - per differenza  $180^\circ$
- 30** Il dislivello  $\Delta_{AB}$  tra due punti di quote  $Q_A$  e  $Q_B$  è dato da
- $(Q_B - Q_A)/2$
  - $(Q_B + Q_A)/2$
  - $Q_A - Q_B$
  - $Q_B - Q_A$
- 31** Risolvere l'esercizio precedente con l'angolo zenitale  $\varphi = 98^\circ,5580$ . [58,63 m]
- 32** La distanza tra due punti  $A$  e  $B'$  su un piano orizzontale passante per  $A$  è di 75,82 m. Calcolare la distanza reale tra i corrispondenti punti  $A$  e  $B$  della superficie terrestre sapendo che la stessa forma l'angolo zenitale  $\varphi = 86^\circ 30' 40''$  con la verticale passante per il punto  $A$ . [75,96 m]
- 33** Risolvere l'esercizio precedente con l'angolo zenitale  $\varphi = 96^\circ,1520$ . [75,96 m]
- 34** L'angolo zenitale che la semiretta  $AB$  forma con la verticale passante per  $A$  misura  $\varphi = 88^\circ 15' 30''$ . Determinare l'angolo di elevazione  $\alpha$  che la semiretta forma con l'orizzontale passante per  $A$ . [ $1^\circ 44' 30''$ ]
- 35** Risolvere l'esercizio precedente con l'angolo zenitale  $\varphi = 97^\circ,5090$ . [ $2^\circ,4910$ ]
- 36** L'angolo zenitale che la semiretta  $AB$  forma con la verticale passante per  $A$  misura  $\varphi = 102^\circ 23' 40''$ . Determinare l'angolo di elevazione  $\alpha$  che la semiretta forma con l'orizzontale passante per  $A$ . [ $-12^\circ 23' 40''$ ]
- 37** Risolvere l'esercizio precedente con l'angolo zenitale  $\varphi = 113^\circ,3580$ . [ $13^\circ,3580$ ]
- 38** Le quote di due punti misurano  $Q_A = 125,78$  m e  $Q_B = 128,54$  m. Calcolare il dislivello  $\Delta_{AB}$ . [2,76 m]
- 39** Il dislivello tra due punti è  $\Delta_{AB} = -1,58$  m e la quota del punto  $B$  misura  $Q_B = 121,38$ . Calcolare la quota del punto  $A$ . [122,96 m]

## B. Verifica delle competenze

### ● Esercizi e problemi

- 31** La distanza reale tra due punti  $A$  e  $B$  della superficie terrestre ha la lunghezza di 58,65 m e forma l'angolo zenitale  $\varphi = 87^\circ 42' 30''$  con la verticale passante per il punto  $A$ . Calcolare la distanza tra il punto  $A$  e la proiezione  $B'$  del punto  $B$  su un piano orizzontale passante per  $A$ . [58,60 m]

#### Risultati dei quesiti vero/falso

1F, 2F, 3V, 4V, 5V, 6V, 7F, 8F, 9F, 10V, 11F, 12V.

#### Risultati dei quesiti a risposta multipla

21c, 22d, 23a, 24b, 25d, 26a, 27b, 28a, 29b, 30d.