Picchettamento dei raccordi verticali

UNITÀ **R1**

I **raccordi verticali** hanno sempre il *raggio di curvatura* (raggio del **cerchio osculatore**) che assume valori elevati (spesso alcuni *chilometri*) e quindi il loro tracciamento deve essere sempre necessariamente riferito a un *sistema cartesiano ortogonale locale* con l'asse delle ordinate verticale (▶FIGURA 1).

> Il **picchettamento delle curve verticali** consiste nella materializzazione sul terreno di un congruo numero di punti appartenenti alla **parabola** che raccorda due **livellette** consecutive in corrispondenza di bruschi cambiamenti di pendenza.

Per tracciare i raccordi verticali si devono determinare le coordinate di un numero di picchetti sufficienti per descrivere la traiettoria da seguire. Le coordinate dei picchetti (nella ▶FIGURA 1 sono P_1, P_2, P_3, P_4, P_5) vengono riferite a un sistema di assi cartesiani con l'**origine** nel punto di tangenza T_1 ($X_{T1} = Y_{T1} = 0$), l'asse delle *ascisse orizzontale* e quello delle *ordinate verticale*. Note le pendenze p_1 e p_2 delle **livellette** e il raggio R_V del **cerchio osculatore** (v. paragrafo 5 dell'unità Q3), si può calcolare lo **sviluppo del raccordo** parabolico che, come detto, si approssima alla lunghezza della sua **proiezione orizzontale** L:

$$L = R_V \cdot |\Delta p|$$

in cui $\Delta p = p_2 - p_1$. Le pendenze vanno considerate **positive** per livellette in **salita**, **negative** se le livellette sono in **discesa**. In caso di **dossi** , come in ▶FIGURA 1, p_1 è positivo mentre p_2 è negativo. In caso di **sacche** p_1 è negativo mentre p_2 è positivo.

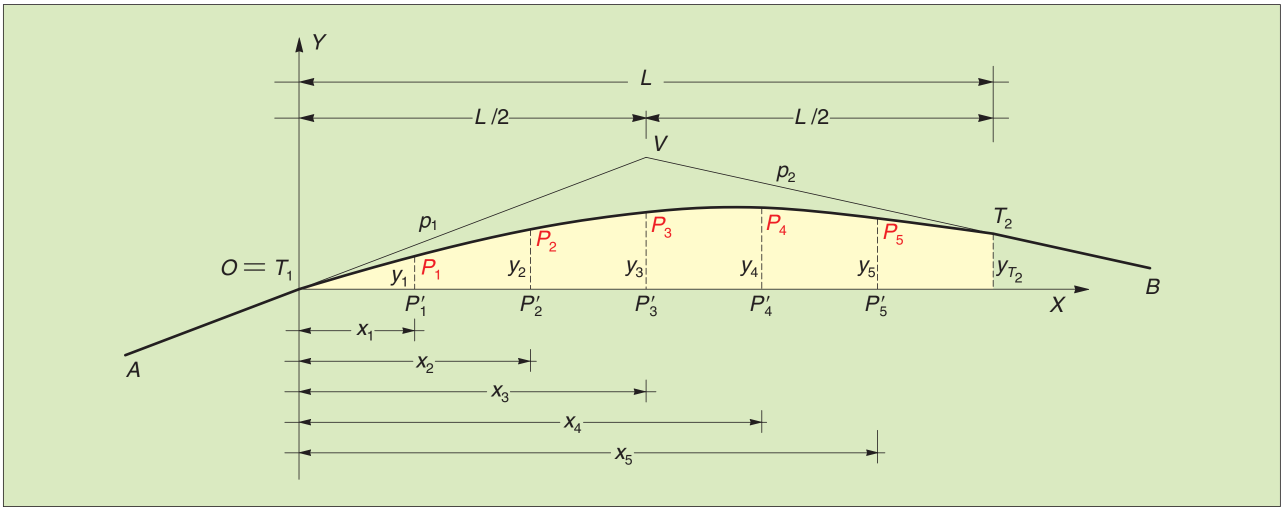
Il valore di L ottenuto si riporta *orizzontalmente* per metà a destra e per metà a sinistra del *punto intersezione V* delle due livellette: si ottengono quindi le *posizioni* dei punti di tangenza T_1 e T_2. Per calcolare le *quote* dei due punti di tangenza si utilizza la *quota* Q_V del punto d'incontro delle due livellette e la *pendenza* di ciascuna di esse. In presenza di **dossi** avremo:

$$Q_{T1} = Q_V - |p_1| \cdot \frac{L}{2} \qquad Q_{T2} = Q_V - |p_2| \cdot \frac{L}{2}$$

Mentre nel caso di **sacche** sarà:

$$Q_{T1} = Q_V + |p_1| \cdot \frac{L}{2} \qquad Q_{T2} = Q_V + |p_2| \cdot \frac{L}{2}$$

FIGURA 1 Picchettamento di un raccordo verticale parabolico. Le ordinate vengono calcolate con l'equazione della parabola utilizzando le ascisse fissate arbitrariamente.



Nota la *distanza progressiva* di V si può calcolare quella di T_1 togliendo la quantità $L/2$ e quella di T_2 aggiungendo la quantità $L/2$.

In pratica, per picchettare il raccordo si *assegnano* a X valori, *variabili* per *intervalli costanti*, compresi tra 0 e l'ascissa $X_{T2} = L$ del punto di tangenza T_2. Nel caso in ▶FIGURA 1 si ha: $X_{P1} = L/6$, $X_{P2} = 2 \cdot L/6$, $X_{P3} = 3 \cdot L/6$, $X_{P4} = 4 \cdot L/6$, $X_{P5} = 5 \cdot L/6$. Quindi, assegnando a ogni picchetto la *relativa ascissa*, si applica la (10) dell'unità Q3 per ricavare i corrispondenti valori delle *ordinate* Y dei punti P_1, P_2, P_3, P_4, P_5. Le ordinate trovate rappresentano anche i *dislivelli parziali* dei diversi picchetti rispetto al punto di tangenza T_1. Per avere le *quote assolute* dei punti P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 si deve aggiungere a ciascun dislivello parziale la quota del punto T_1 calcolata in precedenza.

APPLICAZIONE

Problema *Si deve picchettare un raccordo verticale parabolico* (▶FIGURA 1) *fra due livellette di pendenze $p_1 = +3{,}2\%$ e $p_2 = -1{,}2\%$ che si incontrano nel vertice V di cui sono noti la distanza progressiva $D_V = 751{,}10$ m e la quota $Q_V = 160{,}40$ m. Calcolare gli elementi necessari al picchettamento dell'arco di parabola avente il raggio del cerchio osculatore $R_V = 800$ m.*

Soluzione

Si calcola la lunghezza orizzontale L del raccordo:

$$L = R_V \cdot |\Delta p| = 800 \cdot |p_2 - p_1| = 800 \cdot |-0{,}012 - 0{,}032| =$$
$$= 800 \cdot |-0{,}044| = 35{,}2 \text{ m}$$

Assumendo per L il valore arrotondato a 36,00 m, si ha $L/2 = 18{,}00$ m. Le quote e le distanze progressive dei punti di tangenza sono:

$$Q_{T1} = Q_V - |p_1| \cdot (L/2) = 160{,}40 - 0{,}032 \cdot 18 = 159{,}824 \text{ m}$$
$$Q_{T2} = Q_V - |p_2| \cdot (L/2) = 160{,}40 - 0{,}012 \cdot 18 = 160{,}184 \text{ m}$$
$$D_{T1} = D_V - L/2 = 751{,}10 - 18{,}00 = 733{,}10 \text{ m}$$
$$D_{T2} = D_V + L/2 = 751{,}10 + 18{,}00 = 769{,}10 \text{ m}$$

Indicando con X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 le ascisse dei punti P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, che ne rappresentano anche le distanze progressive riferite all'origine T_1, si ha:

$$X_1 = L/6 = 6{,}00 \text{ m}$$
$$X_2 = 2 \cdot L/6 = 12{,}00 \text{ m}$$
$$X_3 = 3 \cdot L/6 = 18{,}00 \text{ m}$$
$$X_4 = 4 \cdot L/6 = 24{,}00 \text{ m}$$
$$X_5 = 5 \cdot L/6 = 30{,}00 \text{ m}$$

Per ottenere le distanze progressive definitive dei cinque picchetti intermedi, cioè le progressive rispetto al picchetto iniziale dell'intero profilo longitudinale, basterà aggiungere ai precedenti valori la distanza progressiva D_{T1}:

$$D_1 = X_1 + D_{T1} = 6{,}00 + 733{,}10 = 739{,}10 \text{ m}$$
$$D_2 = X_2 + D_{T1} = 12{,}00 + 733{,}10 = 745{,}10 \text{ m}$$
$$D_3 = X_3 + D_{T1} = 18{,}00 + 733{,}10 = 751{,}10 \text{ m}$$
$$D_4 = X_4 + D_{T1} = 24{,}00 + 733{,}10 = 757{,}10 \text{ m}$$
$$D_5 = X_5 + D_{T1} = 30{,}00 + 733{,}10 = 763{,}10 \text{ m}$$

I valori delle ordinate Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, dei punti P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, che ne rappresentano anche i dislivelli parziali riferiti all'origine T_1, si ottengono dall'equazione della parabola, la (10) dell'unità Q3, in corrispondenza dei valori X_1, X_2, X_3, X_4, X_5:

$$Y_1 = \frac{p_2 - p_1}{2 \cdot L} X_1^2 + p_1 \cdot X_1 = \frac{-0{,}012 - 0{,}032}{2 \cdot 36} 6^2 + 0{,}032 \cdot 6 = +0{,}170 \text{ m}$$

$$Y_2 = \frac{p_2 - p_1}{2 \cdot L} X_2^2 + p_1 \cdot X_2 = \frac{-0{,}012 - 0{,}032}{2 \cdot 36} 12^2 + 0{,}032 \cdot 12 = +0{,}296 \text{ m}$$

$$Y_3 = \frac{p_2 - p_1}{2 \cdot L} X_3^2 + p_1 \cdot X_3 = \frac{-0{,}012 - 0{,}032}{2 \cdot 36} 18^2 + 0{,}032 \cdot 18 = +0{,}378 \text{ m}$$

$$Y_4 = \frac{p_2 - p_1}{2 \cdot L} X_4^2 + p_1 \cdot X_4 = \frac{-0{,}012 - 0{,}032}{2 \cdot 36} 24^2 + 0{,}032 \cdot 24 = +0{,}416 \text{ m}$$

$$Y_5 = \frac{p_2 - p_1}{2 \cdot L} X_5^2 + p_1 \cdot X_5 = \frac{-0{,}012 - 0{,}032}{2 \cdot 36} 30^2 + 0{,}032 \cdot 30 = +0{,}410 \text{ m}$$

L'ordinata Y_{T2} del punto di tangenza T_2, cioè il dislivello Δ_{T1T2}, sarà:

$$Y_{T2} = \frac{p_2 - p_1}{2 \cdot L} X_{T2}^2 + p_1 \cdot X_{T2} = \frac{-0{,}012 - 0{,}032}{2 \cdot 36} 36^2 + 0{,}032 \cdot 36 = +0{,}360 \text{ m}$$

Per controllo numerico calcoliamo Q_{T2} con l'ordinata precedente:

$$Q_{T2} = Q_{T1} + Y_{T2} = 159{,}824 + 0{,}360 = 160{,}184 \text{ m}$$

Le quote dei picchetti intermedi P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 vengono calcolate come somma tra la quota Q_{T1} del punto di tangenza T_1 e l'ordinata di ciascun punto:

$$Q_1 = Q_{T1} + Y_1 = 159{,}824 + 0{,}170 = 159{,}994 \text{ m}$$

$$Q_2 = Q_{T1} + Y_2 = 159{,}824 + 0{,}296 = 160{,}120 \text{ m}$$

$$Q_3 = Q_{T1} + Y_3 = 159{,}824 + 0{,}378 = 160{,}202 \text{ m}$$

$$Q_4 = Q_{T1} + Y_4 = 159{,}824 + 0{,}416 = 160{,}240 \text{ m}$$

$$Q_5 = Q_{T1} + Y_5 = 159{,}824 + 0{,}410 = 160{,}234 \text{ m}$$