

Lo storico Ugo Tucci (1917) si è dedicato in particolare a studi di carattere economico-commerciale relativi al periodo medievale e alla prima età moderna, con grande attenzione agli aspetti tecnici (navi, carte e portolani per l'orientamento in mare, scritture mercantili). In questo brano ci introduce al rapporto tra i nuovi strumenti della matematica del Basso Medioevo e lo sviluppo dell'arte della mercatura, concentrandosi sui «libri d'abbaco medievali [che] contribuirono non poco all'affermazione di quella mentalità che viene vista tradizionalmente come propria del capitalismo».

Matematica e mercatura medievale: Leonardo Fibonacci e i libri d'abbaco

U. Tucci, *Le tecniche di contabilità*

in *Storia dell'economia mondiale*,

a cura di V. Castronovo, Laterza 1996, pp. 511-516.

Le condizioni per uno sviluppo delle tecniche di contabilità, anzi per la loro rinascita dopo la lunga pausa segnata dalla sclerosi in epoca feudale, si determinarono nel quadro dell'affermarsi in Italia delle autonomie cittadine, con la rigogliosa fioritura della vita urbana, la mobilità della popolazione, l'espansione degli scambi commerciali e l'imporsi dell'economia monetaria. Se cerchiamo una data significativa, possiamo tranquillamente coglierla al principio del Duecento, in quella della composizione del *Liber abaci* del pisano Leonardo Fibonacci (1202). [...]

Al trattato del Fibonacci si attribuisce comunemente il merito della diffusione in Occidente del sistema arabo di numerazione, fin allora conosciuto solo in qualche ambiente ristretto. Con le cifre arabe, che in realtà sono di origine indiana (dall'India, con l'intermediazione araba, ci giungono anche le carte da gioco), entrava nell'uso la notazione decimale posizionale, nella quale il valore di una cifra dipende dalla sua posizione all'interno del numero, da destra verso sinistra, unità, decine e via di seguito. Di fatto anche nel sistema tradizionale dei numeri romani la posizione conta, perché un numero minore posto prima di un numero maggiore va sottratto, posto dopo va addizionato (per es. XL e LX); ma col nuovo sistema, cambiando la posizione in ordine crescente il valore della stessa cifra diventa dieci volte più grande.

Il sistema «indiano» – come tiene a definirlo Leonardo – è molto più semplice dell'altro, perché qualunque numero, esordisce il *Liber abaci*, si scrive con queste nove figure e col segno zero. La sua utilità pratica si rivelava particolarmente nei conteggi, perché permetteva l'incolonnamento delle cifre e quindi maggiore rapidità e facilità d'esecuzione.

In precedenza – sotto il regime dei poco idonei numeri romani – le moltiplicazioni e le divisioni venivano presumibilmente eseguite con l'ausilio di tavole di conti fatti.

Il nuovo simbolismo decimale viene a collocarsi alla base di tutta la scienza del calcolo. Se per secoli se ne vieterà formalmente l'impiego in certe scritturazioni sarà per le possibilità d'alterazione che offre, un tre che diventa otto, uno zero che si trasforma in sei o in nove [...].

La diffusione dell'aritmetica decimale che utilizzava le cifre arabo-indiane s'accompagnò con quella della carta e dell'inchiostro, soprattutto nell'ambiente mercantile, che

per chi gestiva gli affari adottò la buona regola di avere sempre le dita sporche d'inchiostro. Ma i vecchi sistemi non scomparvero del tutto: il calcolo mentale e digitale, con le dita che servivano a memorizzare i risultati parziali; e l'abbaco, che consisteva in una tavoletta divisa in colonne verticali o in caselle, con la quale si eseguivano le operazioni con l'aiuto dei gettoni, che verso il XIII secolo avevano sostituito i sassi (*calcoli*) ereditati dalla forma greco-romana. Lo stesso *Liber abaci* dà una descrizione del calcolo digitale, qualificato invenzione sapientissima, di cui si raccomanda l'esercizio: quando con la pratica la conoscenza è diventata un'abitudine, scrive Leonardo, la memoria e l'intelletto s'incontrano in modo tale con le mani e con le cifre che si combinano come in un unico impulso.

Ancora nella *Summa* di Luca Pacioli (1494) troviamo un'illustrazione a piena pagina che presenta 36 posizioni delle mani, 18 della sinistra per le unità e le decine, altrettante della destra per le centinaia e le migliaia. Esse permettono di fare i conti fino a diecimila. Ma a metà del Cinquecento, a Venezia, Giovan Maria Memmo farà una distinzione netta tra il calcolo digitale e l'abbaco, il primo ormai adoperato dalle «ignoranti donnicciole», il secondo da artigiani, mercanti e cittadini sia negli affari privati sia in quelli pubblici. Era lo strumento più pratico per calcoli relativi a monete, pesi, misure i cui sistemi non erano ordinati secondo quello decimale.

L'abbaco sopravvive a lungo in Francia, in Germania, in Inghilterra, fino all'epoca moderna, e [...] a lungo s'è conservata la *tabula dealbata* nominata dal Fibonacci, la tavoletta ricoperta di polvere sulla quale si potevano scrivere le operazioni in cifre arabe e cancellarle con facilità, più tardi sostituita dalla lavagna. Era anch'essa una tecnica indiana e araba, trasmessa in Europa con l'intermediazione della Spagna. Come l'abbaco – del quale soprattutto in Italia andò occupando lo spazio, per la possibilità che offriva di trarre un maggior profitto dalla nuova numerazione – si poteva usare più volte, però senza che ne restasse memoria, per cui, non potendosi controllare lo sviluppo dei calcoli, nella ricerca di un errore bisognava cominciare sempre da capo. [...]

Del *Liber abaci* gli storici della matematica hanno studiato i pregi e i limiti sotto il profilo teorico, in relazione alle conoscenze dell'epoca in cui fu composto. Scritto in latino – ciò che gli valse la diffusione attraverso i canali colti – non appare certo destinato al mercante ma l'esemplificazione alla quale ricorre con larghezza attinge volentieri al mondo del commercio che, a parte l'esperienza diretta che ne aveva l'autore, era senza dubbio il più ricco di casi pratici che potessero prestarsi alla dimostrazione dei procedimenti matematici. Così, i cinque capitoli centrali (VIII-XII) dei quindici in cui s'articola l'opera si applicano a situazioni della vita commerciale, dalla compravendita ai baratti, alle società, alla lega delle monete, a problemi vari, come quello assai complesso dell'ammortamento di un prestito.

Certi passi danno l'impressione che, al di là del discorso aritmetico, l'autore voglia fornire dei modelli, per esempio nel gruppo di problemi in cui si succedono calcoli a *canna* pisana, siciliana, di Provenza, di Genova, del Garbo. Altri gruppi di problemi sono impostati sulle diverse monete o sulle diverse merci, con la sostanziale applicazione di un identico procedimento risolutivo. L'abbondanza di informazioni su pesi, misure, monete, merci, usi commerciali ha suggerito l'opportunità di raccogliere e di ordinarle e coordinarle in modo da costituire una «pratica della mercatura» del tipo di quella notissima del Pegolotti e anteriore ad essa, che è della metà del Trecento. In uno dei capitoli iniziali s'insegna a mettere in colonna, per addizionarli, valori espressi in lire, soldi, denari, con l'avvertenza che si procede nello stesso modo con bisanti, tari, genovini o altra moneta, oppure con le varie unità di peso.

Per la gran parte, questi problemi vengono risolti col metodo delle proporzioni, secondo la massima che in tutte le negoziazioni si trovano sempre quattro numeri pro-

porzionali, tre noti dai quali si ricava quello ignoto. Ma la semplicità del metodo non trova rispondenza nella sua applicazione perché certi procedimenti sono complicati, soprattutto quando intervengono le frazioni [...].

Nonostante lo straordinario progresso che segnava sul sapere matematico del tempo, e forse per questo, il libro del Fibonacci, con le sue ricerche sulla teoria dei numeri, con le progressioni aritmetiche e geometriche, con l'algebra, ebbe una fortuna editoriale modesta, pochi i manoscritti e la pubblicazione a stampa risale solo al 1857. Il suo pubblico fu incomparabilmente meno vasto di quello dell'algorismo dell'inglese Sacrobosco, un testo mediocre ma di facile accesso anche per la sua destinazione ad un uso pratico, qualità che invece faceva difetto al *Liber abaci*, che non si potrebbe davvero includere tra i ferri del mestiere del mercante o dell'artigiano. All'istruzione di costoro nella pratica dei numeri contribuì il ricco filone dei libri d'abbaco, che sul modello di quello del Fibonacci ma con finalità di ordine pratico molto più circoscritte, ebbe sviluppo lungo tutto il Medioevo. Abbaco era infatti divenuto il nome corrente dell'arte di fare i conti, dell'aritmetica, specialmente di quella applicata alla mercatura.

L'apprendimento dell'arte di fare i conti era nel Medioevo uno degli elementi di base della formazione scolastica. L'aritmetica – che era una delle sette arti liberali e come tale aveva una posizione di rilievo nel sistema del sapere – veniva insegnata non solo quale strumento tecnico per una specifica utilizzazione ma, almeno in certa misura, con intenti formativi. Negli anni in cui scriveva Giovanni Villani, verso la metà del Trecento, a Firenze – una città di 90.000 abitanti o poco più – l'abbaco, cioè l'aritmetica commerciale, e l'algorismo, quella generale, si insegnavano in sei scuole frequentate da 1000-1200 alunni. È possibile che la cifra sia stata gonfiata dal cronista, che ne parla nel capitolo sulla grandezza e magnificenza del comune di Firenze; probabilmente include anche ragazzi provenienti dai centri vicini, ma quali riserve si vogliono avanzare, dobbiamo accettare che una vasta fascia della popolazione, soprattutto maschile, beneficesse di una formale istruzione aritmetica e contabile. Nei libri toscani di memorie familiari l'affidamento dei figli a un maestro d'abbaco è un evento meritevole di registrazione, perché rappresentava il primo passo dell'avviamento alla professione più largamente praticata, spesso in alternativa con la scelta del latino per i futuri uomini di lettere, medici, avvocati. Ma anche in centri meno evoluti di Firenze l'aritmetica costituiva una parte importante dell'istruzione primaria e molte volte occupava l'intero programma di quella secondaria, soprattutto dove indirizzava alla mercatura.

L'insegnamento veniva impartito in scuole pubbliche e in «botteghe d'abbaco» private, queste ultime numerose a Firenze, a Lucca, a Venezia. [...]

Nell'insegnamento scolastico la dimostrazione orale aveva la parte più importante, come in tutte le forme medievali di trasmissione del sapere, ma tra i sussidi di base di questa formazione troviamo i già menzionati libri d'abbaco, dei quali si è conservato un buon numero di manoscritti e di edizioni a stampa. Sono manuali di struttura sostanzialmente uniforme, senza impegno d'originalità o di ricerca, i cui autori sono in genere dei maestri di scuola di modesta preparazione. Trattano un'aritmetica pratica, con qualche concessione a semplici regole mnemoniche e affidandosi soprattutto ad esempi e problemi, la cui materia – come nel libro del Fibonacci, che è il loro capostipite – è espressa volentieri in termini di vita mercantile anche quando non ve ne sia necessità. Era il quadro col quale il giovane doveva prendere familiarità, e chi già esercitasse la professione, dopo aver concluso il periodo d'apprendistato, poteva trarne anch'egli profitto per le tavole di conti fatti e per le tabelle alle quali poteva attingere per il calcolo di interessi e di profitti, ripartizione di utili di società commerciali, conversione di monete e di leghe di monete e per altre evenienze della sua attività.

Queste tavole nel Cinquecento, con lo sviluppo dell'editoria, prendono a formare rac-

colte specializzate, che le presentano sistematicamente al servizio delle operazioni commerciali e monetarie, calcolo di dazi e di interessi, soprattutto per evitare gli incommodi – e i rischi – della moltiplicazione. Nei libri d'abbaco il lettore trovava non solo dei modelli di contabilità commerciale ma anche di condotta negli affari, e incidentalmente va notato che quelli offerti da tali testi non s'esaurivano nell'insegnamento delle quattro operazioni. Applicate, come erano, a situazioni tipiche reali, non si trattava semplicemente di un'introduzione alle tecniche dei conteggi. Ispirati alla mentalità mercantile – tendente per naturale costituzione al guadagno e alla razionalità dei mezzi per conseguirlo – e fornendo col discorso matematico una logica supplementare, con il loro corredo esemplificativo così fortemente caratterizzato, i libri d'abbaco medievali contribuirono non poco all'affermazione di quella mentalità che viene vista tradizionalmente come propria del capitalismo.