CAPITOLO QUINTO

La matematica nel vento

Nell'autunno del 2001 il presidente dell'EPFL, il Politecnico Federale di Losanna, dove insegnavo, mi chiese di intervenire a una riunione. Tra i partecipanti, uno era piuttosto inatteso: Russell Coutts, il leggendario skipper che aveva appena condotto il team *Black Magic* di New Zealand a trionfare nella XXX edizione dell'*America's Cup*, la più prestigiosa competizione velica del mondo. In quell'incontro fummo informati che Ernesto Bertarelli, giovane imprenditore di successo e grande appassionato di vela, aveva deciso di creare un team svizzero per competere nella XXXI edizione dell'America's Cup, capitanato dallo stesso Coutts. Il team si sarebbe chiamato *Alinghi* (dal nome della barchetta che Bertarelli aveva avuto in regalo dal papà da ragazzo). All'EPFL si chiedeva di fare da consulente scientifico del progetto.

Ricordo che il presidente, dopo aver scherzato sulle ilarità che la storia avrebbe potuto provocare sui media (un team di un Paese notoriamente montagnoso e senza mare che compete nell'America's Cup!), mi informò che l'EPFL si sarebbe occupato di due questioni: i materiali costruttivi (affidati a un altro collega) e il design fluidodinamico. Di questo avrei dovuto occuparmi io con il mio team del gruppo CMCS (Modellistica Matematica e Calcolo Scientifico).

Superfluo dire che non sapevo niente di vela. In preparazione per il secondo incontro, con Russell Coutts e Grant Simmer (il famoso skipper di *Australia II*, la prima imbarcazione non a stelle e strisce a vincere l'America's Cup dopo 135 anni di incontrastato dominio statunitense), mi dovetti scaricare dal web le 50 parole chiave del dizionario della vela.

Non potevo sapere che da quel momento, e per nove anni, Alinghi sarebbe diventata una fedele compagna di viaggio. Fu un'avventura piuttosto adrenalinica che ci portò alla vittoria della Vuitton Cup e poi della XXXI America's Cup ad Auckland nel marzo 2003 (battendo proprio Black Magic), della XXXII America's Cup a Valencia nel luglio 2007 (battendo il team Oracle), e alla finale persa ancora contro il team Oracle, sempre a Valencia, nel febbraio 2010.

Ma vi starete senz'altro chiedendo: che cosa c'entra la matematica con la Coppa America? Ne parleremo tra poco; prima, però, ripercorriamo un po' di storia.

Un trofeo sportivo con una storia gloriosa

Olimpiadi a parte, la Coppa America di vela rappresenta la competizione sportiva più antica al mondo. La prima edizione si svolse il 22 agosto 1851 attorno all'isola di Wight, in Inghilterra: il Royal Yacht Squadron inglese, con ben 14 imbarcazioni, sfidò il New York Yacht Club, che partecipava con una sola imbarcazione, uno *scooner* battezzato *America*. Gli statunitensi vinsero con 8 minuti di distacco sulla seconda barca, la britannica Aurora, e si aggiudicarono la coppa messa in palio per celebrare la prima esposizione universale di Londra.

La sconfitta fu percepita come un duro colpo all'invincibile potenza marina del Regno Unito, e i britannici pretesero la rivincita, che da regolamento si sarebbe tenuta in acque scelte dal New York Yacht Club. Vinsero ancora gli statunitensi, e fu la prima di una serie incredibile di trionfi: rimasero imbattuti per 25 sfide nell'arco di 132 anni – la più lunga serie vincente nella storia di tutti gli sport.

L'anno di svolta fu il 1983, quando si presentarono ben sei sfidanti (detti *sindacati*). Per stabilire chi si sarebbe battuto per la coppa con gli statunitensi, si tennero una serie di regate eliminatorie, dando vita alla cosiddetta *Louis Vuitton Cup*. All'edizione del 1983 partecipò per la prima volta anche una barca italiana, *Azzurra*, che si classificò terza e soprattutto ebbe il grande merito di far conoscere a molti italiani l'esistenza di questa competizione: se conoscete una ragazza di nome Azzurra nata verso

la metà degli anni Ottanta, ora sapete il perché del suo nome. La coppa fu vinta agilmente dagli australiani del Royal Perth Yacht Club, con lo yacht Australia II (dotato di innovazioni tecniche tenute segrete fino all'ultimo). E non solo: Australia II vinse l'America's Cup, mettendo fine all'imbattibilità statunitense, durata 132 anni.

La ricerca e la tecnologia fecero il loro ingresso in modo decisivo in quella storica edizione. Le alette di Australia II, per esempio, si ispiravano ad avanzati concetti aerodinamici, già esplorati in ambito aeronautico; la barca neozelandese seconda arrivata fu il primo 12 metri con uno scafo in fibra di vetro invece che in alluminio.

Nel 1988 un sindacato neozelandese presentò a sorpresa una barca di ben 36 metri (un ritorno alle misure delle antiche barche impegnate nella coppa). Lo sfidante, il San Diego Yacht Club, trovò un escamotage tra le pieghe del regolamento e costruì la *Stars and Stripes*, un piccolo catamarano di 18 metri, agile e velocissimo, che surclassò i campioni in carica.

Dal 1988 al 2007 si modificò il regolamento per consentire la partecipazione di sole barche di 12 metri. Nel 1992, *America*^{3} (*America-cubed*) sconfisse lo sfidante italiano *Il Moro di Venezia*. Nel 1995 vinse il sindacato Team New Zealand, con Russell Coutts al timone di Black Magic. Nel 1999-2000, nelle acque di Auckland, ci fu ancora una vittoria di Team New Zealand, che sconfisse lo sfidante italiano Prada Challenge e la sua barca *Luna Rossa*. La barca italiana, condotta dallo skipper napoletano Francesco de Angelis, aveva in precedenza conquistato la Louis Vuitton Cup battendo nella finale la barca statunitense *America One*, condotta da Paul Cayard, ex timoniere del Moro di Venezia.

L'outsider rosso-crociato e la matematica delle vele

È a questo punto che la storia dell'America's Cup si incrocia con la mia storia scientifica. Nel dicembre 2001 costituisco un team di tre persone all'EPFL, che fino alla fatidica data del 2 marzo 2003 sarà in contatto continuo con il design team di Grant Simmer e i marinai di Russell Coutts. Le teleconferenze con il team Alinghi, di stanza ad Auckland (12 ore di fuso orario di differenza), si tengono ogni settimana alle prime ore del mattino per noi, che sono le ultime della sera per loro.

Come si affronta, da scienziati, un tema distante dalla propria storia personale? La prima cosa è ovviamente capire il problema, per decidere se si è in grado di affrontarlo. «Capire» qui significa sviscerarne le componenti fisiche e ingegneristiche utili alla costruzione del modello. All'inizio il lavoro è soprattutto teorico, ma poi occorre tradurre le conoscenze ottenute nel linguaggio dei committenti, che comprende anche aspetti economici e di tempistiche: rispetto alla ricerca *curiosity driven*, qui c'è in più il vincolo delle risorse finite.

Il caso Alinghi si presentava come davvero complicato: un oggetto enorme (24 tonnellate di peso, quasi 800 metri quadrati di vele in regime di pop-

pa, un albero di 25 metri), dalla forma complessa, soggetto a forze e stress incredibili. Sono coinvolti due fluidi diversi e turbolenti: aria e acqua. Le condizioni di moto sono diversissime: a seconda della forza e della direzione del vento, si possono creare effetti di portanza come sulle ali degli aerei o effetti di frenata come nei paracadute; e così via.

I vincoli extra scientifici sono, se possibile, ancora più severi. Sono in gioco grandi quantità di denaro e il confine tra vittoria e sconfitta è sottilissimo. Le regate di Coppa America sono ferocemente competitive: anche dopo una gara di alcune ore, le due imbarcazioni possono tagliare il traguardo a pochi centimetri di distanza. A differenza di quel che accade in applicazioni industriali come il progetto di velivoli, dove sono necessari ampi margini di sicurezza, qui è essenziale ottenere performance estreme, sul filo del rasoio. I progettisti devono riuscire a spingere al massimo le caratteristiche di agilità della loro creatura senza oltrepassare i limiti di resistenza strutturale.

Una barca della classe Coppa America di tipo monoscafo (come quelle che hanno gareggiato fino alla XXXII edizione) è costituita da varie componenti: in acqua, lo scafo, la chiglia e il bulbo, e altre appendici quali le alette (o *winglets*) e il timone; fuori dall'acqua, l'albero e le vele – la randa, il genoa, lo *spinnaker* e il *gennaker* (si vedano le figure 13 e 14). Un tempo si vedevano forme assai diversificate di scafi, bulbi e chiglie, ma negli anni 2000 (fino al 2007, ultima edizione delle competizioni con monoscafo) si è arrivati a una standardizzazione

Figura 13. Team Alinghi. Coppa America 2003, Auckland, Nuova Zelanda. Foto: ChameleonsEye/Shutterstock

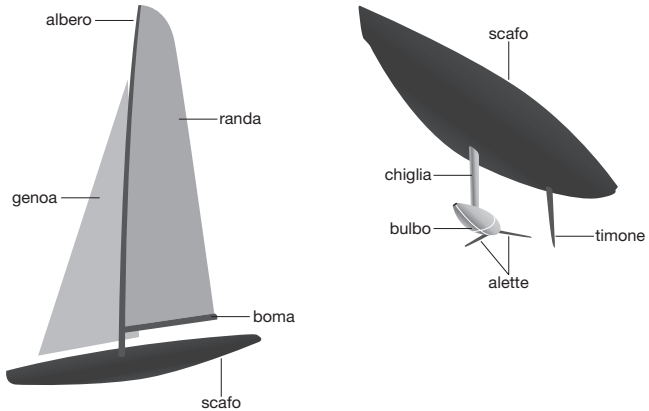

Figura 14. Componenti aeree e immerse di una barca di classe Coppa America.

piuttosto uniforme; dunque sono i più piccoli dettagli a fare la differenza in termini di risultati. Nel 2003 Jerome Milgram, professore del MIT e veterano nella consulenza ai team di Coppa America, ha affermato che «gli yacht di Coppa America richiedono una estrema precisione nel design dello scafo, delle parti in acqua e delle vele. Un nuovo scafo che offra una resistenza all'onda ridotta dell'1% può assicurare un guadagno di 30 secondi all'arrivo».

Veniamo ora alla matematica, suddividendo il problema in sotto-problemi. Partiamo dallo scafo: per ottimizzarne le prestazioni si devono risolvere le equazioni della dinamica dei fluidi intorno all'intera barca, tenendo conto delle innumerevoli condizioni di regata, quali per esempio la variabilità di venti e onde, dei diversi regimi di regata (di poppa, cioè in favore di vento, oppure di bolina, cioè controvento), della posizione e del movimento della barca avversaria. Va poi considerata anche la dinamica dell'interazione fra componenti fluide e strutturali, cioè tra acqua e parti sommerse, come pure tra aria e vele e albero. Infine, vanno modellizzati con grande precisione la forma e il moto della cosiddetta superficie libera, ovvero dell'interfaccia di separazione fra acqua e aria.

Definiamo il *dominio computazionale* Ω, ovvero la regione tridimensionale in cui vanno risolte le equazioni del fluido. Esso consiste in un parallelepipedo di 300 × 200 × 180 metri. La parte inferiore è occupata dall'acqua, quella superiore dall'aria; la barca si trova esattamente al centro. Alla frontiera (fittizia, non fisica) del parallelepipedo dovranno essere prescritte condizioni al bordo che riflettano le effettive condizioni al contorno sperimentali necessarie per la soluzione del problema differenziale.

Le equazioni che governano il flusso intorno alla barca sono le care vecchie equazioni di Navier-Stokes, qui nella versione per fluidi a densità non costante (o non omogenei). In effetti abbiamo due fluidi in gioco: l'acqua (con densità pari a 1 grammo per centimetro cubo, ovvero 1000 kilogrammi per metro cubo) e l'aria, molto meno densa (circa 1,3 kilogrammi per metro cubo, alla pressione di una atmosfera, al livello del mare e alla temperatura di 4 gradi Celsius). Anche la viscosità dei due fluidi è molto diversa.

Le equazioni di Navier-Stokes sono vecchie di un secolo e mezzo, ma ancora oggi eserciti di fisici, ingegneri e matematici continuano a indagarne gli aspetti qualitativi, analitici e quantitativi. In parti-

colare, la stabilità e l'unicità delle soluzioni, nonché la loro approssimazione numerica diretta, costituiscono ancora oggi difficili e affascinanti campi di ricerca. L'approssimazione numerica, in particolare, è tanto più difficile quanto più è elevato il *numero di Reynolds*, un parametro proporzionale al prodotto tra la velocità della barca e la sua lunghezza: è facile immaginare, quindi, che modellizzare il movimento di un'imbarcazione di Coppa America, in cui il numero di Reynolds può essere di alcuni milioni, è un obiettivo particolarmente sfidante.

Come abbiamo già detto, non abbiamo una formula esplicita per la soluzione esatta delle equazioni, dunque ricorriamo alla loro approssimazione numerica. A tale scopo si disegna sulla superficie della barca una griglia composta da centinaia di migliaia di piccoli triangoli (si veda la figura 15 per un dettaglio concernente la parte immersa); si genera di conseguenza un reticolato di milioni di tetraedri (che chiamiamo *elementi*) in tutto il dominio di calcolo Ω.

Questo processo di discretizzazione – saltiamo tutti i passaggi intermedi – conduce a un sistema di equazioni algebriche non lineari, la cui dimensione è in genere proporzionale al numero di elementi. Peraltro, in un moto turbolento gli elementi stessi dovrebbero essere, in teoria, tanto piccoli da permettere di catturare i meccanismi di scambio energetico; questi avvengono all'interno di vortici sempre più piccoli, fino ad arrivare a vortici di dimensione infinitesima nei quali l'energia viene dissipata in calore. Questa *cascata energetica* prende

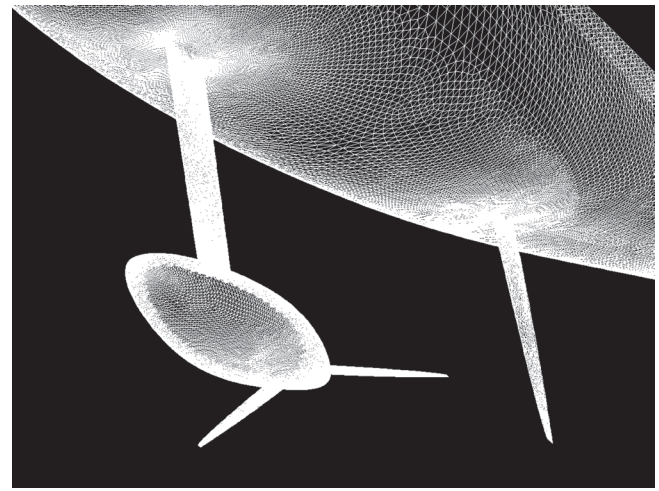

Figura 15. Dettaglio della griglia superficiale sulla parte immersa della barca.

il nome del famoso scienziato russo Andrej Kolmogorov.

Il flusso intorno a una barca della classe Coppa America in regime da competizione manifesta un comportamento turbolento in prossimità della maggior parte della superficie bagnata. I flussi turbolenti sono caratterizzati da comportamento non stazionario, ed esibiscono strutture vorticose coerenti (ovvero di forma riconoscibile) che interagiscono, si scambiano energia e fluttuano nel tempo e nello spazio. In tali condizioni è improponibile fare una simulazione *diretta* delle equazioni di Navier-Stokes, ovvero una approssimazione in grado di utilizzare elementi talmente piccoli da consentire di catturare tutte le strutture coerenti significative. Servirebbero troppi triangoli e tetraedri, tanto che

nessun computer al mondo sarebbe in grado di affrontare il problema. Quindi si ricorre ai cosiddetti *modelli di turbolenza*, ottenuti considerando nelle equazioni di Navier-Stokes opportuni valori medi.

Non è certo finita qui. Dobbiamo ora tenere conto della deformazione delle vele, che sono elastiche. L'equazione corrispondente traduce la condizione di equilibrio delle forze che agiscono sulle vele, trattate di volta in volta come strutture bi- o tridimensionali.

Infine dobbiamo scrivere le equazioni della dinamica del corpo rigido applicate applicate all'imbarcazione, per le quali ci saranno utili i diagrammi delle forze e dei momenti riportati in figura 16.

Ecco dunque il nostro problema, la cui risoluzione fornirà una accurata ricostruzione delle condizioni di regata: velocità e pressione del fluido in ogni volumetto (sia di acqua sia di aria), spostamento di ogni microporzione di vela, forze di resistenza (incluse quelle rilevanti dovute alla turbolenza) che agiscono su ogni microporzione di scafo, chiglia, bulbo e alette.[1,4]

Equazioni di Navier-Stokes

densità del fluido; tensore degli sforzi di Cauchy; accelerazione gravitazionale

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\vec{v}) + \vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{v}\otimes\vec{v}) - \vec{\nabla}\cdot\vec{\vec{\tau}}(\vec{v}, p) = \rho\vec{g}$$

velocità del fluido; pressione del fluido

divergenza spaziale di un vettore

$$\underbrace{\vec{\nabla}\cdot(\rho\vec{v}) = 0}$$

equazione di continuità

Equazione delle vele

densità della vela; spostamento della vela; forza peso

$$\underbrace{\rho_V \frac{\partial^2\vec{d}}{\partial t^2}}_{\text{termine di accelerazione}} - \vec{\nabla}\cdot\underbrace{\vec{\vec{\sigma}}_V(\vec{d})}_{\text{sforzo meccanico}} = \vec{f}_V$$

Equazione della dinamica dell'imbarcazione

massa dello yacht; accelerazione lineare del baricentro dello yacht

$$m\ddot{\vec{X}}_G = \vec{F}$$

velocità angolare; matrice di trasformazione dal riferimento fisso a quello inerziale

$$\vec{\vec{T}}\,\vec{\vec{I}}\,\vec{\vec{T}}^{-1}\dot{\vec{\Omega}} + \vec{\Omega}\times\vec{\vec{T}}\,\vec{\vec{I}}\,\vec{\vec{T}}^{-1}\Omega = \vec{M}_G$$

forza dovuta all'interazione con il flusso; forza esterna

$$\vec{F} = \vec{F}_{\text{flusso}} + m\vec{g} + \vec{F}_{\text{est}}$$

momento dovuto all'interazione con il flusso

$$\vec{M}_G = \vec{M}_{\text{flusso}} + (\vec{X}_{\text{est}} - \vec{X}_G)\times\vec{F}_{\text{est}}$$

In realtà le equazioni di Navier-Stokes vanno riscritte per tenere conto degli effetti turbolenti. Un possibile modello di turbolenza consiste nello scomporre le variabili in termini mediati, corretti da altri termini che rappresentano le fluttuazioni. Ciò porta a una riscrittura delle equazioni di conservazione del momento, in cui compaiono una viscosità che dipende in modo non lineare dalla velocità e nuovi termini che rappresentano gli sforzi turbolenti. Per completare il nuovo sistema

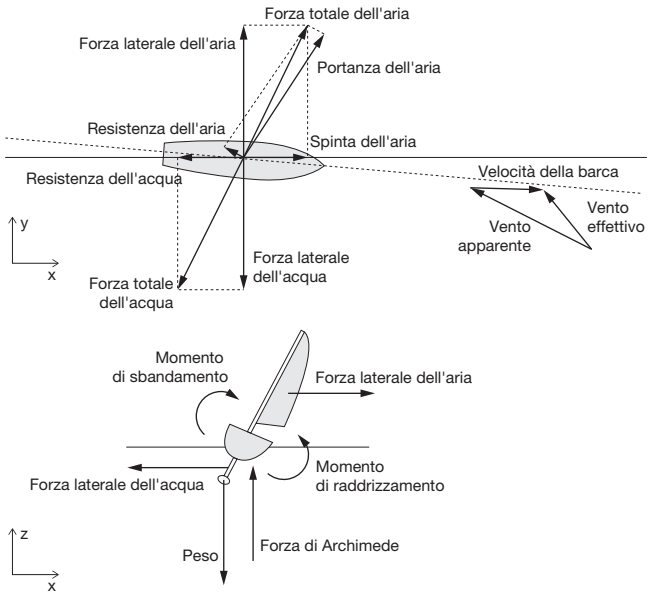

Figura 16. Forze e momenti che agiscono sulla barca.

è necessario introdurre due ulteriori equazioni di diffusione e trasporto, una per l'energia cinetica turbolenta, l'altra per il suo tasso di dissipazione.[2,3] Infine, dobbiamo notare che le equazioni di Navier-Stokes vanno scritte nell'aria e nell'acqua, tenendo conto delle relative densità e viscosità. Questo richiede di introdurre due ulteriori equazioni di tipo dinamico e cinematico alla frontiera di separazione fra aria e acqua (la superficie d'onda) nonché un'equazione addizionale che prescrive il moto della stessa superficie d'onda. Come si può notare, il modello matematico completo per lo studio del moto di un'imbarcazione di Coppa America mette i brividi anche ai matematici più "navigati"![1,4]

Le simulazioni numeriche

Una volta dotati di un modello, abbiamo potuto affrontare le simulazioni numeriche, che hanno interessato principalmente tre aspetti: l'analisi di diverse configurazioni di appendici della chiglia; il comportamento della superficie libera attorno allo scafo (ovvero la forma dell'onda) e la sua interazione con le appendici; il flusso aerodinamico attorno alle vele.[5] I calcoli hanno fornito una vasta gamma di informazioni al design team, che le ha integrate in diverse fasi del ciclo di progetto. Sono state utilizzate addirittura a competizione iniziata, modificando in modo opportuno la forma di varie componenti (figura 17 a pagina seguente).

Le appendici della chiglia rappresentano un fattore chiave per il successo di una barca di Coppa America. Queste devono garantire performance elevate in differenti condizioni di regata (di poppa e di bolina) e in un'ampia gamma di condizioni di vento, e quindi di velocità della barca stessa.

Si sono considerati diversi parametri di progetto. Per quanto riguarda la forma del bulbo sono stati analizzati diversi profili laterali e verticali e diverse sezioni trasversali, ognuna con vantaggi e svantaggi. Bulbi più allungati, per esempio, consentono di ridurre la resistenza di pressione, ma, poiché hanno una superficie bagnata più ampia, subiscono una resistenza d'attrito maggiore.

Adottate per la prima volta da Australia II, vincitrice nel 1983, le alette (*winglets*) sono state ampiamente utilizzate da quasi tutti i concorrenti delle

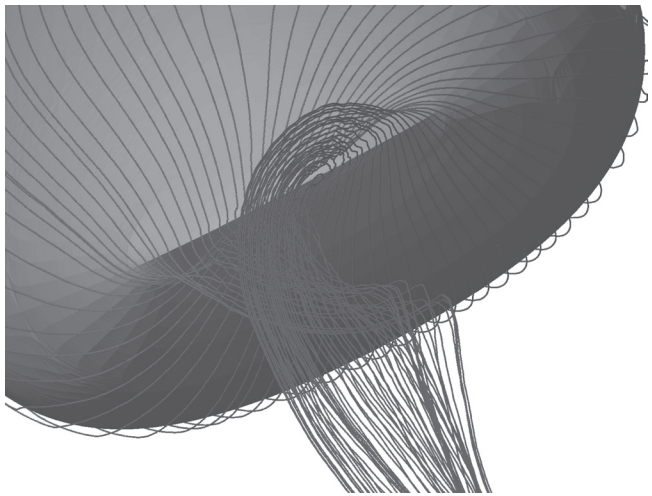

Figura 17. Linee di corrente nella regione di coda del bulbo.

edizioni successive. La loro presenza all'estremità della chiglia (così come accade alle loro omologhe sulle ali degli aerei) permette di ridurre i vortici in quei punti e di fare diminuire una componente della resistenza nota come *resistenza indotta* (figura 18). Nonostante da allora siano state usate da tutti i team, l'ottimizzazione delle alette rispetto a diversi parametri (posizione longitudinale, angoli di attacco, di svergolamento e di freccia, forma della pianta) rimane un problema aperto.

Per imbarcazioni monoscafo di Coppa America, la resistenza d'onda può rappresentare una componente assai significativa (sino al 60%) della resistenza totale. Una predizione accurata di questa componente risulta quindi decisiva in fase di progetto; a tal fine, sono necessari metodi numeri-

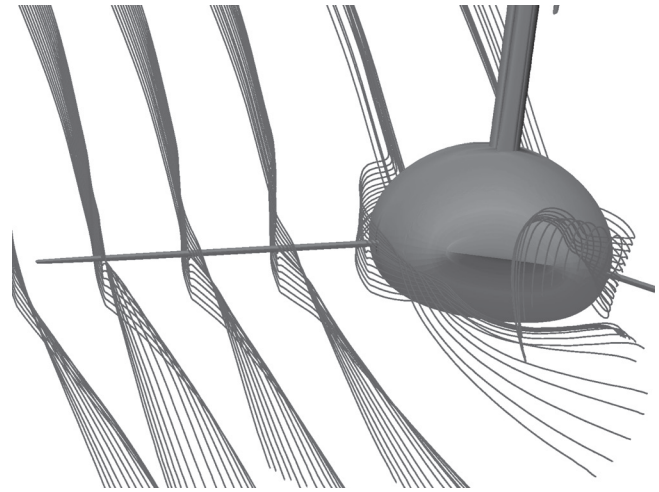

Figura 18. Distribuzione di pressione sulla superficie delle appendici e linee di corrente attorno alle alette.

ci in grado di simulare la dinamica della superficie libera che separa l'aria dall'acqua (ovvero la forma dell'onda). Con le nostre simulazioni numeriche abbiamo analizzato diverse forme delle alette, in particolare nella regione di prua.

L'aerodinamica delle vele è un altro fattore determinante. Abbiamo considerato tre aspetti specifici: la stima delle forze sulle vele in navigazione di poppa, l'interazione tra le vele di due imbarcazioni in competizione e l'analisi della regione d'ombra a valle.

Grazie all'analisi della forza propulsiva, della forza laterale e della distribuzione di pressione, si evince che le vele agiscono come una combinazione di un paracadute (con la portanza allineata alla direzione della spinta) e di un'ala verticale (con

la resistenza allineata alla direzione della spinta), come osservato da Richards.[6]

Nei lati di poppa, la barca sopravento ha un vantaggio dal punto di vista tattico, in quanto può controllare l'avversario in modo che esso si trovi nella regione d'ombra a valle delle sue vele, con una significativa riduzione di vento. Abbiamo effettuato simulazioni numeriche del flusso attorno alle due imbarcazioni in condizioni di copertura in un lato di poppa, e abbiamo visto che la barca sottovento incontra un flusso ampiamente perturbato dalla concorrente; le distribuzioni di pressione sulle vele delle due imbarcazioni risultano essere sostanzialmente diverse (come si vede nelle figure 19 e 20). Informazioni di questo tipo estratte dalle simulazioni numeriche sono utili anche in fase di gara, per supportare le decisioni tattiche in modo da massimizzare la copertura o limitarne gli effetti negativi.[7,8]

Com'è andata a finire?

Il 19 gennaio 2003 Alinghi, timonata da Russell Coutts, sconfigge la barca statunitense *Oracle BMW Racing* di Larry Ellison, timonata da un altro neozelandese, Chris Dickson, con il punteggio di 4-1, e si aggiudica la Louis Vuitton Cup. All'EPFL siamo increduli: sembra di vivere un sogno.

Il 15 febbraio 2003 inizia la finale con la sfida ai "kiwi" di Black Magic e il 2 marzo, dopo cinque regate tutte vinte, Alinghi trionfa: è il primo team europeo a vincere l'America's Cup. Ed è un team

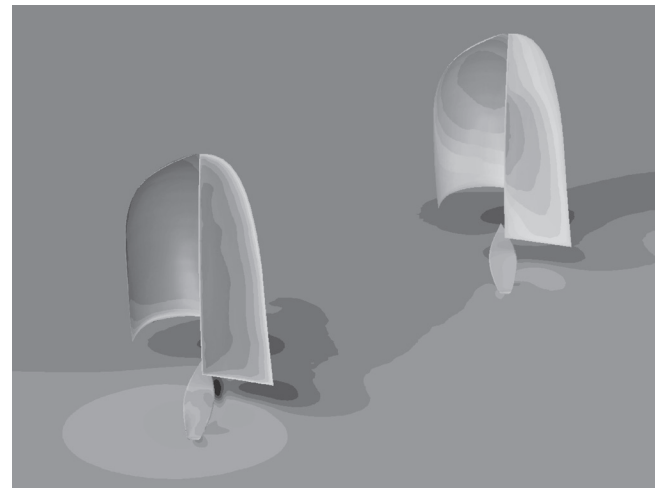

Figura 19. Distribuzione di pressione sulle due barche durante un lato di poppa.

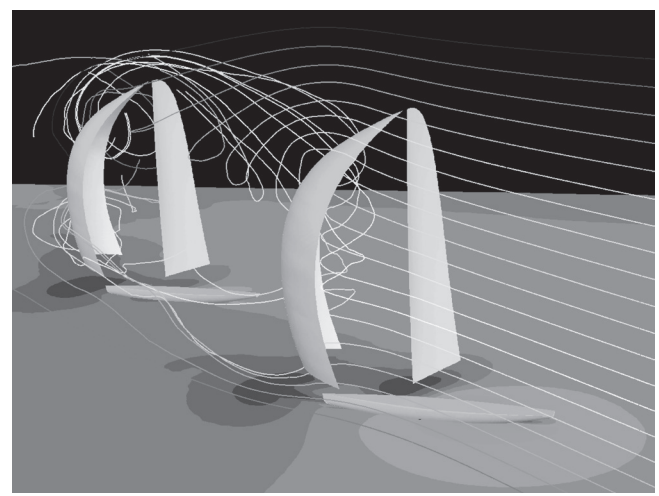

Figura 20. Interazione aerodinamica tra due barche in navigazione di poppa.

di un Paese montagnoso senza accesso al mare! I media di tutto il mondo danno grande rilievo a questo evento, sottolineando anche il ruolo della modellizzazione matematica in questo successo.

La XXXII edizione, per decisione dell'armatore vincente, si disputa a Valencia, in Spagna. Lo sfidante è l'Emirates Team New Zealand, vincitore della Louis Vuitton Cup (in finale si sono imposti con un secco 5-0 sull'italiana Luna Rossa). La sfida decisiva avviene tra il 23 giugno e il 9 luglio 2007, ed è ancora Alinghi a vincere.

L'edizione XXXIII, che si svolge di nuovo nelle acque di Valencia dal 1° al 25 febbraio 2010, vede invece la sconfitta di Alinghi da parte del team Oracle, con il trimarano *USA17*, condotto da James Spithill. Il tutto dopo una complessa battaglia legale, che ha portato gli statunitensi ad acquisire un vantaggio potenziale enorme. Gli yacht in gara erano significativamente differenti: tre scafi per *USA17* contro i due di *Alinghi 5*, un albero di 68 metri per gli statunitensi e di "soli" 62 per gli svizzeri, un'ala rigida versus una vela mobile, 17 tonnellate per *USA17* e 11 per Alinghi 5. Insomma, una sfida tecnologicamente impari, dal risultato quasi scontato.

Con l'esito della terza finale in sette anni si conclude l'avventura di Alinghi e anche la mia personale in Coppa America. Negli anni successivi sono stato contattato da altri team, ma ho preferito uscire di scena con gli svizzeri. Ma le mie avventure matematiche nello sport ad alto livello non sono finite con la vela. Alinghi è stato indubbiamente

un importante trampolino di lancio, che mi ha consentito in seguito di cimentarmi – matematicamente parlando! – in sport diversi quali il canottaggio, il nuoto, la pallavolo e il calcio (non poteva mancare). Forte di queste esperienze è nata la società Math&Sport, la cui missione è trasferire in vari ambiti sportivi le conoscenze dei modelli matematici, la scienza *dei big data*, l'intelligenza artificiale e il *machine learning*, allo scopo di migliorare le prestazioni individuali degli atleti e le strategie e le tattiche nei giochi di squadra: un modo appassionante di usare la matematica ai massimi livelli.[9]