Giochi e Sfide: Soluzioni

Capitolo 1

Per Iniziare

1.

$10 \rightarrow 10$; $\quad$ $n \rightarrow n$

2.

$10 \rightarrow 19$; $\quad$ $n \rightarrow 2n-1$

3.

$100 \rightarrow 200$; $\quad$ $n \rightarrow 2n$

4.

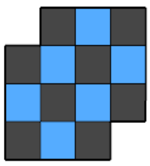
$1000 \rightarrow 1001$; $\quad$ $n \rightarrow n+1$

5.

5

6.

Tutte le figure hanno soluzione tranne la seconda:



In questa figura i quadretti neri sono 10 e quelli blu sono 6. Ogni volta che posizioni un pezzo di domino  copri un quadretto blu e uno nero. Quindi non è possibile coprire 10 quadretti neri e 6 quadretti blu.

Configurazioni, Sequenze, Multipli

7.

10 → 100; n → n^2

8.

10 → 19; n → 2n – 1

La disposizione a L è un modo di rappresentare i numeri dispari confronta con 2.

9.

Nella figura 10 c'è un pallino al centro e intorno a questo 4 × 9 pallini che formano i bracci della croce:

10 → 1 + 4 × 9 = 37;

Nella figura *n* c'è un pallino al centro e $4(n-1)$ pallini intorno:

n → $1+4(n-1)=4n-3$;

Con 100 pallini puoi ottenere la croce numero 25 infatti $1+4(25-1)=97$.

Per fare la croce 26 servirebbero 101 pallini.

10.

10 → 22; n → $2n+2$

11.

100 → 301; n → $1+3n$

12.

100 → 302; n → $2+3n$

13.

100 → 303; n → $3(n+1)=3+3n$

14.

12 → 26; n → $2(n+1)=2+2n$

15.

20 → 46; n → $6+2n$

16.

10 → 40; n → $4n$

17.

Puoi osservare che nei multipli di 4 capita sempre la stessa figura. Quindi nella posizione 23 troverai la figura 3. Nella posizione 1029 troverai la figura 1.

18.

3 → 18; 10 → 60; n → $6n$

19.

Puoi osservare che alla fine di ogni riga ci sono i multipli del 5: alla fine della seconda riga trovi il numero 10, alla fine della terza riga trovi il numero 15 e così via.

Quindi per sapere che numero c'è all'inizio della riga 16, puoi ragionare così: alla fine della riga 15 trovi il numero 15 × 5 = 75 quindi all'inizio della riga 16 troverai il numero 76.

Alla fine della riga 1231 trovi il numero 1231 × 5 = 6155. All'inizio della riga 1232 trovi il numero 6156.

In generale alla fine della riga $(n-1)$ trovi il numero $(n-1)\times 5$ e all'inizio della riga *n* trovi il numero $5(n-1)+1$.

20.

10 → 9×11 = 99; 100 → 99×101 = 9999; n → $(n-1)(n+1)=n^2-1$

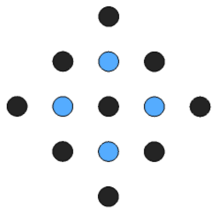
21.

20 → 20+21=41; n → $n+n+1=1+2$n

22.

10 → 30; n → 3n

23.



Se colori a scacchiera noti che la figura è la somma di due griglie quadrate: quella con i pallini neri e quella con i pallini blu. La terza figura per esempio ha 3×3 pallini neri e 2×2 pallini blu:

10 → 10×10 + 9×9 = 181; n → $n^2+(n-1)^2=2n^2-2n+1$

Questa soluzione è stata suggerita da due studenti: Neri e Matteo.

24.

Per i numeri pari i pallini blu e i pallini neri sono la stessa quantità. Quindi nella figura 10 trovi 5 pallini blu e 5 pallini neri.

Nelle figure dispari i pallini blu sono uno in più rispetto a quelli neri. Quindi nella figura 11 trovi 6 blue e 5 pallini neri.

In generale se *n* è pari ci sono $\frac{n}{2}$ pallini blu e $\frac{n}{2}$ pallini neri.

Se *n* è dispari ci sono $\frac{(n+1)}{2}$ pallini blu e $\frac{(n-1)}{2}$ pallini neri.

25.

10 → 100 – 1; n → n^2-1 .

Confronta con Griglia Crescente 20..

26.

Da una figura alla successiva si aggiungono 5 pallini. Puoi anche immaginare una figura 0 con 3 pallini. Il numero di pallini è quindi dato dal numero della figura moltiplicato per 5 più i 3 pallini iniziali:

10 → 53; n → $3+5n$

27.

Ogni figura è formata da tre rami; uno dei rami ha un pallino in più quindi:

10 → 31; n → $n+1+2n=3n+1$

28.

Bisogna fare attenzione a non saltare la decina del 40 e stare attenti al fatto che nel numero 44 la cifra 4 occorre 2 volte. Quindi le prime 27 occorrenze della cifra 4 sono:

4, 14, 24, 34, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 54, 64, 74, 84, 94, 104, 114, 124, 134, 140, 141, 142.

29.

Osservando l'immagine ti puoi rendere conto che ogni 8 numeri lo schema si ripete:

(0 → indice),	1 → pollice,	2 → indice,	3 → medio,
4 → anulare,	5 → mignolo,	6 → anulare,	7 → medio,
8 → indice,	...		

Quindi: 33 diviso 8 ha resto 1 e corrisponde al pollice, 173 diviso 8 ha resto 5 e corrisponde al mignolo. Ciò che conta è dunque il resto del numero n nella divisione per 8.

30.

Il cappello numero 5, per esempio, è un triangolo con 5 pallini per ogni lato. Questo vale per ogni figura:

10 → 30; n → $3n$

31.

Nella figura 9 ci sono 9×9 = 81 caselle in totale; di queste 4×4 = 16 sono verdi, quindi quelle grigie sono 81 – 16 = 65.

Nella figura 11 ci sono 11×11 = 121 caselle in totale, di cui 5×5 = 25 sono verdi e 121 – 25 = 96 grigie.

In generale nella figura $2n+1$ ci sono $(2n+1)^2$ caselle di cui n^2 verdi.

32.

100 → 200; n → $2n$

33.

Ogni figura aggiunge 3 sbarrette e puoi immaginare una figura numero 0 con una sbarretta sola, confronta con il quesito 11.

200 → 1+600; n → $1+3n$;

(100 – 1) / 3 = 33 quindi la figura 33 usa proprio 100 sbarrette.

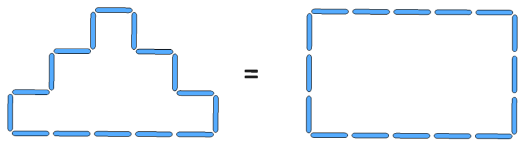
34.

Ogni figura aggiunge 5 sbarrette e puoi immaginare una figura numero 0 con 2 sbarrette:

10 → 2+50; n → $2+5n$;

(100 – 2) / 5 = 19 (con resto 3) con 100 sbarrette puoi costruire la figura 19.

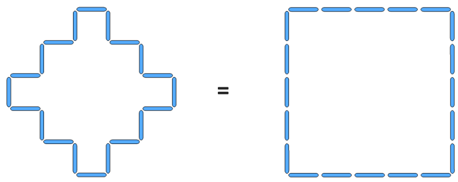
35.



Puoi disporre le sbarrette come mostrato in figura. Osserva che la base del rettangolo è il doppio dell'atezza meno 1:

10 → 2×5 + 2×(10 – 1) = 58;   n → $2n+2(2n-1)=6n-2$

36.



Puoi disporre le sbarrette come mostrato in figura. Osserva che il lato del quadrato è il doppio del numero della figura meno 1:

5 → 4 (2×5 – 1) = 36;   n → 4 (2 n – 1) = 8 n - 4

37.

Ogni figura aggiunge 12 sbarrette intorno alla figura precedente e puoi immaginare una figura 0 con 4 sbarrette messe a formare un quadrato:

10 → sbarrette = 112; perimetro = 76

n → $4+12(n-1)$; perimetro = 8n - 4

Numeri Triangolari e Numeri Quadrati

38.

10 → 55;   n → $\frac{n(n+1)}{2}$

39.

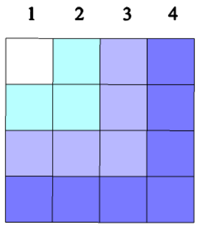
10 → 100;   n → n^2

40.

Il numero di domino nella figura 5 è esattamente la somma dei numeri da 1 a 5, cioè 15.

Allo stesso modo il numero di domino nella figura 10 è la somma dei numeri da 1 a 10, cioè 55, e nella figura n il numero di domino è l'ennesimo numero triangolare: $\frac{n(n+1)}{2}$.

41.



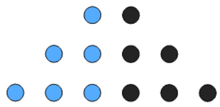
Nella figura 10 ci sono 19 quadratini.

Nelle figure da 1 a 10 ci sono in totale 100 quadratini.

Nelle figure da 1 a *n* ci sono in totale n^2 quadratini.

Questo quesito mostra un altro modo di rappresentare la somma dei numeri dspari e di scoprire che la somma dei primi *n* numeri dispari fa n^2.

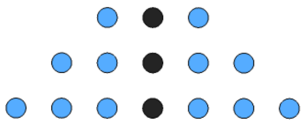
42.



E' il doppio di un numero triangolare.

10 → 110; n → $n(n+1)=n^2+n$

43.



E' il doppio di un numero triangolare più una colonna.

10 → 120; n → $n(n+1)+n=n^2+2\text{n}=(n+1)^2-1$

44.

L'ultimo numero della riga 9 corrisponde alla somma dei numeri da 1 a 9 perché ogni riga contiene un numero in più della riga precedente. Quindi l'ultimo numero della riga 9 è 9 × 10 / 2 = 45 (vedi i numeri triangolari). Quindi il primo numero della riga 10 è il numero successivo a questo: 9 × 10 / 2 + 1 = 46.

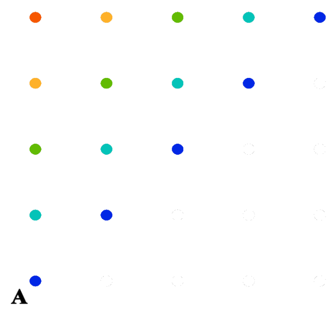
Allo stesso modo l'ultimo numero della riga $n-1$ è dato da $\frac{(n-1)n}{2}$ e quindi il primo numero della riga *n* è dato da: $\frac{(n-1)n}{2}+1$

45.

L'ultimo numero della riga 9 è 9×9 = 81 (vedi somme di dispari). Quindi il primo numero della riga 10 è 82.

Allo stesso modo l'ultimo numero della riga *n – 1* è $(n-1)^2$ e il primo numero della riga *n* è $(n-1)^2+1$.

46.



E' sufficiente considerare le distanze del chiodo A dai chiodi mostrati in figura; tutte le altre distanze sono uguali a una di queste.

La quantità di chiodi in figura è un numero triangolare e le distanze di A da questi chiodi sono tutti diverse. Al numero triangolare bisogna togliere 1 perché la distanza di A da se stesso non conta.

$10 \rightarrow \frac{10\times 11}{2}-1=54$; n $\rightarrow \frac{n(n+1)}{2} - 1$

47.

I pallini sulle 4 strisce sono i numeri dispari 3,5,7,9. Se aggiungi il numero 1 otteni la somma dei primi cinque numeri dispari che fa 5×5 (vedi 45.) quindi nelle prime quattro strisce ci sono 5×5 – 1 pallini. In generale: 10 $\rightarrow$ $11\cdot 11-1=120$; n $\rightarrow$ $(n+1)^2-1=n^2+2n$

48.

La risposta è il sesto numero triangolare: 28. Pezzi:

0:0 0:1 0:2 0:3 0:4 0:5 0:6

1:1 1:2 1:3 1:4 1:5 1:6

2:2 2:3 2:4 2:5 2:6

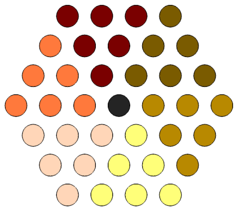
3:3 3:4 3:5 3:6

4:4 4:5 4:6

5:5 5:6

6:6

49.



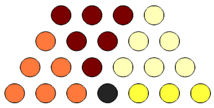
Nella figura 4 ci sono sei numeri triangolari (1+2+3) più un pallino al centro:

4 → 37;

10 → (1+2+3+4+5+6+7+8+9) × 6 + 1 =271;

n → $1+6\frac{(n-1)n}{2}=1+3(n-1)n$

50.



Nella figura 4 che ci sono tre numeri triangolari (1+2+3), un pallino al centro e 3 pallini extra:

5 → (1+2+3+4)×3 + 5 = 35;

n → $3\frac{(n-1)n}{2}+n \;=\; \frac{3\mathrm{n}^2-n}{2}$

51.

1 = 1

1 + 4 = 5

1 + 4 + 7 = 12

1 + 4 + 7 + 10 = 22

1 + 4 + 7 + 10 + 13 = 35

1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 = 51

1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 = 70

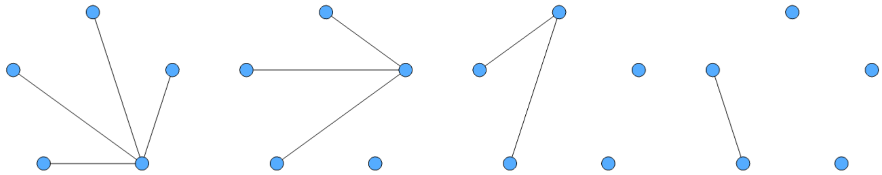
1 + 4 + 7 + 10 + 13 + 16 + 19 + 22 = 92

La regola generale è uguale a quella dell'esercizio precedente:

n → $\frac{3\mathrm{n}^2-n}{2}$

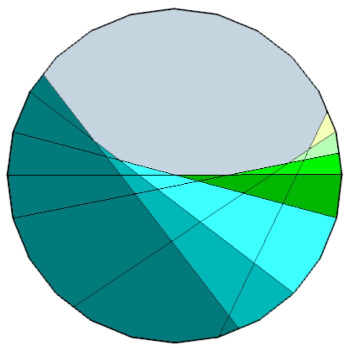
52.

La stella completa su 5 vertici ha 4 + 3 + 2 + 1 segmenti come mostrato in figura:



5 → 10; 6 → 15; n → $\frac{(n-1)n}{2}$;

53.



Con ogni nuovo taglio puoi interesecare, al massimo, tutti i precedenti tagli ottieni cosi un numero di pezzi che è un numero triangolare più una parte extra. In figura per esempio, 1+2+3+4+5+6+7+1.

1 → 2; 2 → 4; 3 → 7; 4 → 11; 5 → 16; n → $\frac{n(n+1)}{2}+1$.

54.

Il primo partecipante alla festa brinda con gli altri 19, il secondo con i rimanenti 18 (con il primo ha già brindato), il terzo con i rimanenti 17 ... quindi devi calcolare 19+18+...+1 = 19 × 20 / 2 = 190.

Nel caso di *n* partecipanti: $\frac{(n-1)n}{2}$.

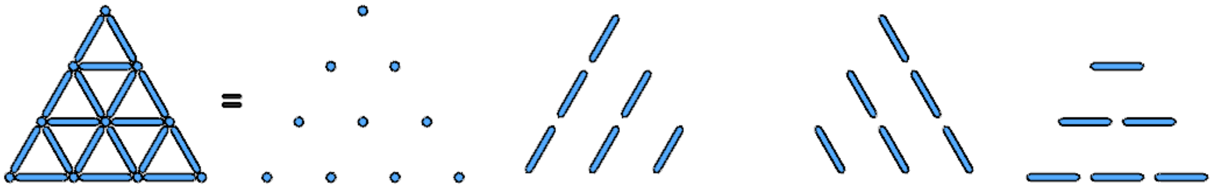
55.

Ogni figura aggiunge due sbarrette e un pallino.

Sbarrette: 10 → 21; n → 1 + 2n.

Pallini: 10 → 12; n → n + 2

56.



Sbarrette. Dalla scomposizione in figura puoi vedere che il numero di sbarrette è uguale a tre volte un numero triangolare:

1 → 3; 2 → 9; 3 → 18; 10 → $3\frac{10\times 11}{2}=165$; n → $3\frac{n(n+1)}{2}$;

Triangolini. Osserva per esempio la terza figura: il numero di triangoli è uguale alla somma dei primi 3 numeri dispari e corrisponde quindi a 3^2 (vedi 45.). Allo stesso modo nella figura 10 ci sono 100 triangolini e in generale nella figura *n* ci sono n^2 triangolini.

57.

Figura 5: rombi neri 15; rombi totali 45;

Figura n: rombi neri $\frac{n(n+1)}{2}$; rombi totali $3\frac{n(n+1)}{2}$;

Operazioni e Espressioni

58.

Puoi osservare che il coniglio capita nelle posizioni: 1, 6, 11, 16, 21, 26, 31, 36, …

Quindi in posizione 176 c'è il coniglio grigio e in posizione 1034 c'è il coniglio beige.

59.

Ci sono quattro percorsi che vanno dallo zoo a scuola e non ripassano da una strada già percorsa:

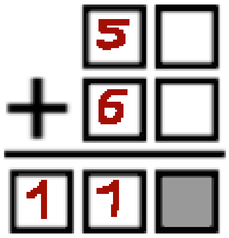
alto-alto (1+3+8 = 12), alto-basso (1+3+5 = 9), basso-alto (2+3+8 = 13), basso-basso (2+3+5 = 10).

60.

Il cerchio pesa come due quadrati quindi pesa 18 g. Due stelle blue e due rombi pesano come due quadrati e un cerchio, quindi pesano 9 g + 9 g + 18 g = 36 g. Due stelle blu pesano come un rombo. Quindi tre rombi pesano 36 g e allora un rombo pesa 12 g e una stella blu pesa 6 g.

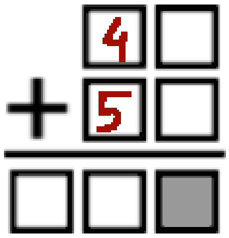
61.

La somma delle due cifre delle decine deve avere un riporto. Una possibilità è:



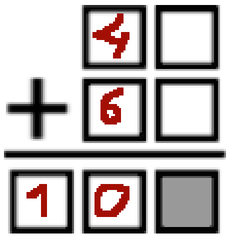
tuttavia in questo modo ottieni due cifre 1 e non è possibile che ci sia un riporto anche tra le unità perché sono rimaste diponibili solo cifre basse.

Un'altra possibilità è:

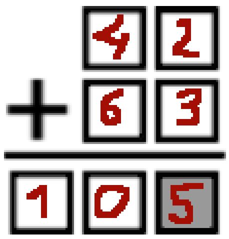


in questo caso anche le cifre delle unità dovrebbero avere un riporto ma con le cifre rimaste questo non è possibile.

Quindi l'unica possibilità ammissibile è:



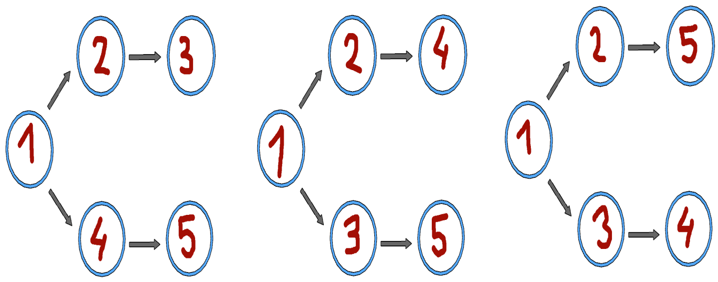
(il 6 e il 4 possono anche essere scambiati) e restano disponibili le cifre 2,3 e 5, quindi:



(il 2 e il 3 possono anche essere scambiati). In ogni caso l'unica cifra che può stare nella casella grigia è la cifra 5.

62.

La cifra 1 deve stare necessariamente al primo posto. **Le soluzione sono 6**, quelle in figura:



e quelle simetriche in cui il ramo superiore si scambia con il ramo inferiore.

63.

I numeri possibili nella prima riga sono:

3,4 – 3,5 – 3,6 – 3,7

4,5 – 4,6 – 4,7

5,6 – 5,7

6,7

I numeri nella seconda riga vegono di conseguenza. Quindi le soluzioni sono 10, il quarto numero triangolare (4+3+2+1).

64.

Un coniglio vale come 3 volte gli anelli impilati.

Quindi (dal secondo rigo) una bambola vale come 4 volte gli anelli impilati.

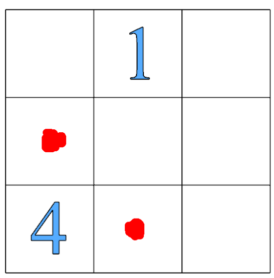
Quindi (dal terzo rigo) un orso vale come 2 volte gli anelli impilati.

Quindi l'ordine dei valori è:

anelli impilati < orso < coniglio < bambola.

65.

Nelle caselle segnate in rosso ci deve essere lo stesso numero perché entrambe hanno un lato in comune con il numero 4.



Quindi al centro ci deve essere il numero 4. Se procedi in questo modo ottieni l'unica soluzione possibile:

4	1	4
1	4	1
4	1	4

66.

26

67.

L'unica soluzione possibile è:

1 + 7 = 8

5 + 4 = 9

6 : 3 = 2

68.

Si è portati a pensare che il valore minimo dell'espressione si ottenga con la moltiplicazione per 1: (23 – 4) × 1 = 19.

Puoi scoprire però che il valore più piccolo lo ottieni con **(13 – 4) × 2 = 18**.

69.

7 9 8

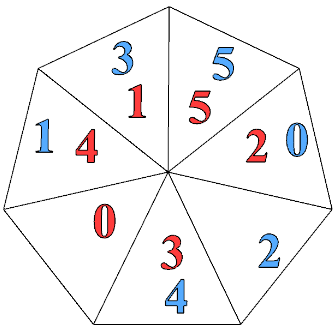
6 2 1

5 4 3

Ci sono anche altre soluzioni.

70.

Si incontrano dopo 5 secondi:



71.

15:

72.

9 banane + 7 mele → 3 mele + 2 banane + 1 mela → 1 banana + 2 banane + 1 mela → 2 mele

33 mele → 11 banane → 3 mele + 2 banane → 1 banana + 2 banane → 1 mela

73.

Si assume che tutte le freccette colpiscono il bersaglio.

Se colpisco tre punteggi diversi ho quattro possibilità:

- 3+5+10 = 18
- 3+5+20 = 28
- 3+10+20 = 33
- 5+10+20 = 35

Se due freccette colpiscono un punteggio e la terza colpisce un punteggio diverso ho 12 possibilità:

- 3+3+5 = 11
- 3+3+10 = 16
- 3+3+20 = 26
- 5+5+3 = 13
- 5+5+10 = 20
- 5+5+20 = 30
- 10+10+3 = 23
- 10+10+5 = 25
- 10+10+20 = 40
- 20+20+3 = 43
- 20+20+5 = 45
- 20+20+10 = 50

Se le tre freccette colpisono lo stesse punteggio ho 4 possibilità:

- 3+3+3 = 12
- 5+5+5 = 15
- 10+10+10 = 30
- 20+20+20 = 60

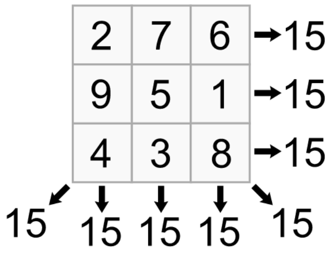
Quindi **i punteggi possibili sono 19**:

18 28 33 35 11 16 26 13 20 30 23 25 40 43 45 50 12 15 (30) 60

Il numero 30 lo puoi ottenere in due modi diversi.

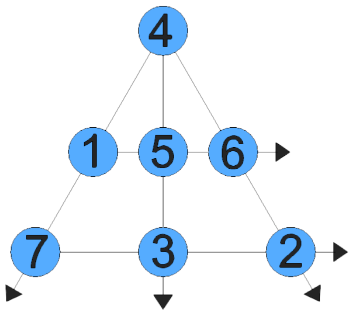
74.

A meno di rotazioni o simmetrie c'è un'unica soluzione:



75.

A meno di semplici scambi c'è una sola soluzione:



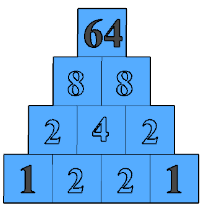
76.

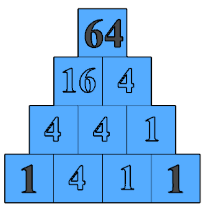
Queste sono le soluzioni a meno di rotazioni o simmetrie:

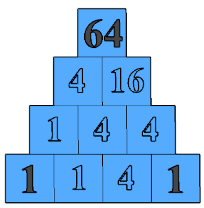
572 3*6 481; 736 4*5 281; 263 5*4 718; 427 6*3 518; 623 5*8 714; 243 8*7 516.

77.

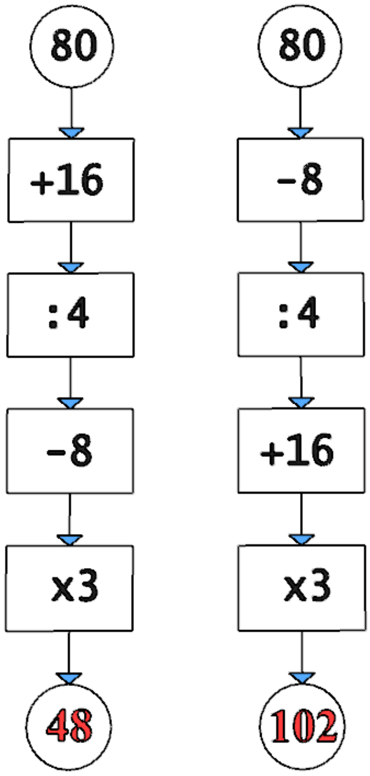
Ci sono 3 modi:







78.



79.

Alcune soluzioni possibili:

$0 = 4 \div 4 \times 4 - 4 = 44 - 44$

$1 = 4 \div 4 + 4 - 4 = 44 \div 44$

$2 = 4 - (4 + 4) \div 4$

$3 = (4 \times 4 - 4) \div 4 = (4 + 4 + 4) \div 4$

$4 = 4 + 4 \times (4 - 4)$

$5 = (4 \times 4 + 4) \div 4$

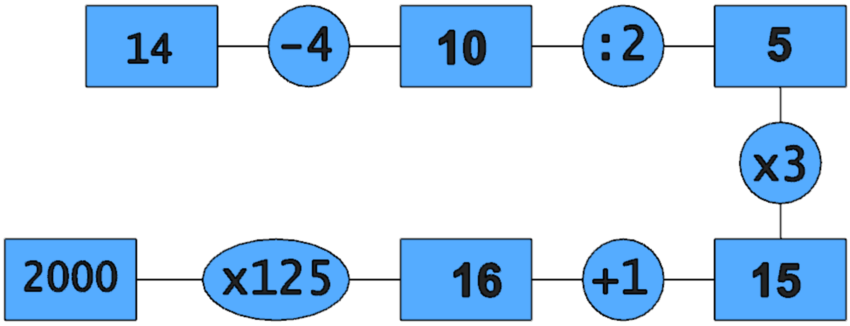
$6 = (4 + 4) \div 4 + 4$

$7 = 4 + 4 - 4 \div 4 = 44 \div 4 - 4$

$8 = 4 \div 4 \times 4 + 4$

$9 = 4 \div 4 + 4 + 4 = 44 \div 4 - \sqrt{4}$

80.



81.

Deve iniziare dal topo numero 7:

7, 0, 6, 1, 9, 4, 2, 12, 3, 8, 5, 11, 10.

82.

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

83.

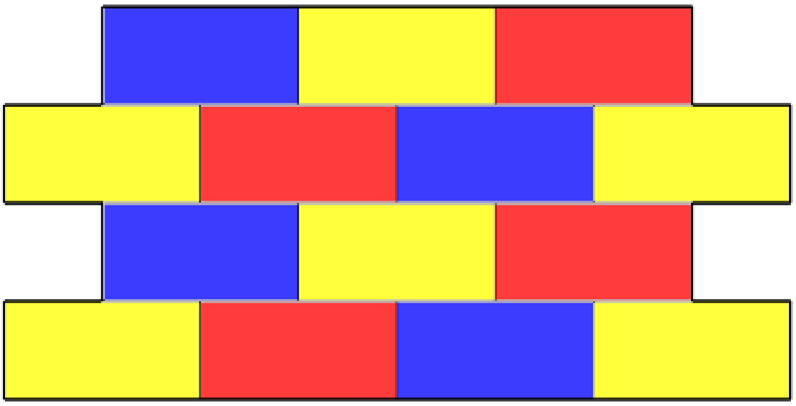
7	12	1	14
2	3	8	11
16	13	10	4
9	6	15	5

Se scambi il 13 con il 3 e il 5 con il 4, la somma su tutte le righe, tutte le colonne e le due diagonali è sempre 34.

84.

20	1	50
25	10	4
2	100	5

85.



Con questa disposizione il muro costa 96 euro. Rosso e blu si possono anche scambiare.

86.

1 → 3 → 6 → 13 → 27 → 55 → 110

87.

La prima colonna che ha tutti i quadretti colorati è la colonna 0. La seconda colonna che ha tutti i quadretti colorati è la colonna 60 che corrisponde al minimo comune multiplo tra 2,3,4,5. La terza colonna con tutti i quadretti colorati è la colonna 120.

Bravo comunque se hai risposto 180.

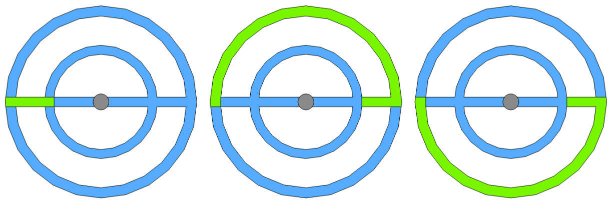
Potenze

88.

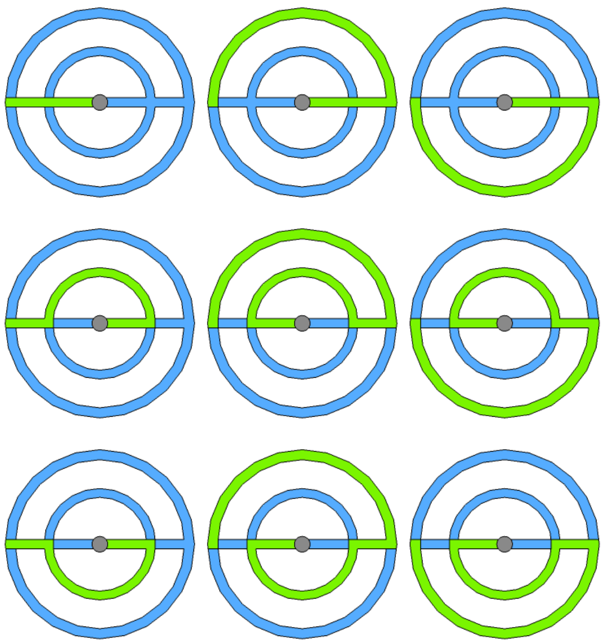
$5 \rightarrow 2^5 = 32$; $10 \rightarrow 2^{10} = 1024$; $n \rightarrow 2^n$

89.

Ci sono 3 inizi possibili:



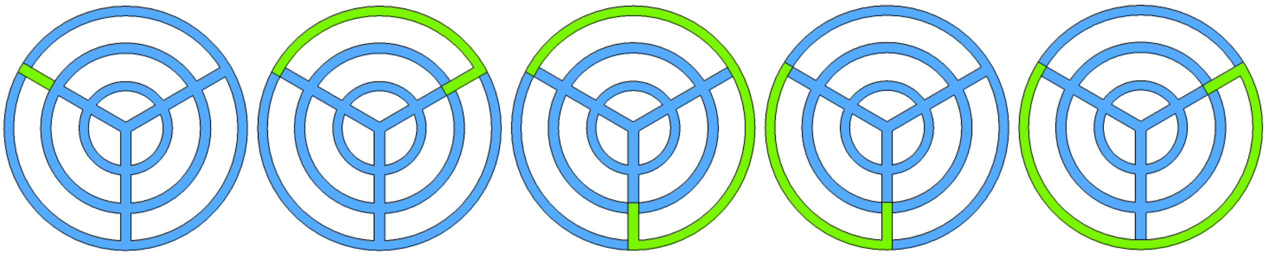
Ciascuno di questi 3 inizi ha 3 possibili prosecuzioni:



Per un totale di 3×3 = 9 soluzioni.

90.

Devi ragionare come nel quesito precedente. Gli inizi possibili sono 5:



A ogni livello ci sono poi di nuovo 5 scelte. Siccome i livelli sono 3 hai $5x5x5=5^3$ percorsi diversi. Se i cerchi sono 4, hai 5^4 percorsi possibili.

Se i cerchi sono *n* hai 5^n percorsi possibili.

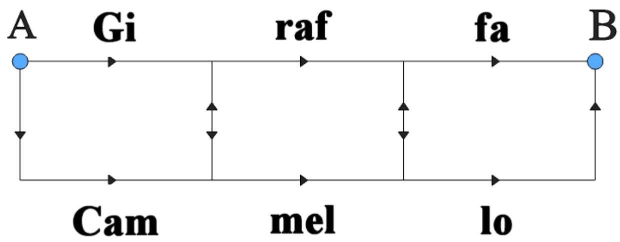
Curiosità extra: Nel quesito i raggi che partono dal centro sono 3 e a ogni livello hai 5 scelte possibili per passare al livello successivo. Il numero 5 se ci pensi bene viene da 3×2 – 1.
Se i raggi che partono dal centro sono *r* ci sono $2r-1$ scelte per ogni livello, quindi se i cerchi sono *n* ci sono in totale $(2r-1)^n$ percorsi possibili.

91.

Hai due scelte per le testa (gi o cam), due scelte per il corpo (raf o mel) e due scelte per la coda (fa o lo) quindi in totale hai 2×2×2 = 8 possibilità diverse che corrispondo a questi animali:

gi-raf-fa, gi-raf-lo, gi-mel-fa, gi-mel-lo, cam-raf-fa, cam-raf-lo, cam-mel-fa, cam-mel-lo.

92.



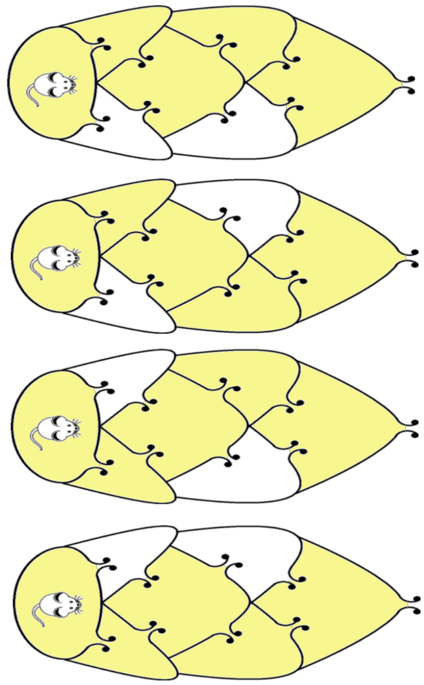
Se scrivi Gi-raf-fa sul percorso superiore e Cam-mel-lo sul percorso inferiore puoi renderti conto che il quesito è identico al quesito precedente ma con una veste differente.

Per percorrere il primo tratto hai due scelte (Gi o Cam), per percorrere il secondo tratto hai due scelte (raf o mel) e anche per il terzo tratto hai due scelte (fa o lo). In totale 2×2×2 = 8 possibilità diverse. In generale:

$3 \rightarrow 2^3=8$; $4 \rightarrow 2^4=16$; $n \rightarrow 2^n$

93.

Ci sono quattro percorsi possibili per il topo: sopra-sopra, sopra-sotto, sotto-sopra, sotto-sotto:



94.

Confronta con i tre quesiti precedenti.

I percorsi possibili da A a B sono 2×2×2×2 = 16.

La somma minima è 1+3+5+7 = 16. Osserva che è la somma dei primi 4 numeri dispari.

La somma massima è 2+4+6+8 = 20. Osserva che è il doppio della somma dei numeri da 1 a 4.

Con n rombi hai n bivi quindi 2^n percorsi.

Con n rombi la somma minima corrisponde alla somma dei primi n numeri dispari, cioè n^2 (vedi Quesito 39.)

Con n rombi la somma massima corrisponde al doppio della somma dei numeri da 1 a n, ossia $n(n+1)$ (vedi Quesito 38.)

95.

Confronta con i quattro quesiti precedenti.

Ci sono 3×3×3 = 27 percorsi possibili.

Se i rombi fossero n ci sarebbero 3^n percorsi.

96.

Con 3 bambini (M, T, L) gli esiti possibili sono 8:

nessuno, M, T, L, MT, ML, TL, MTL

Se i bambini sono 4 gli esiti possibili sono 16.

Se i bambini sono *n* gli esiti possibili sono 2^n .

97.

Con 4 frutti (M,B,F,C), 15 tipi di frullato diverso:

M, B, F, C,   MB, MF, MC,   BF, BC, FC,   MBF, MBC, MFC, BFC,   MBFC

Con 5 frutti hai 31 tipi di frullato.

Con *n* frutti hai $2^n - 1$ tipi di frullato.

I tipi di frullato corrispondono ai numeri binari: ogni cifra 0/1 indica se il frutto va messo oppure no nel frullato, l'unico numero che non corrisponde a un frullato è il numero fatto di soli 0 perché sarebbe un frullato senza frutta.

Confronta con il quesito precedente.

98.

1 → $1+2=3$

2 → $1+2+2^2=7$

3 → $1+2+2^2+2^3=15$

4 → $1+2+2^2+2^3+2^4=31$

5 → $1+2+2^2+2^3+2^4+2^5=2^6-1=63$

Puoi osservare che la somma delle potenze del 2 con esponenti da 0 fino a un certo numero, fa la successiva potenza del 2 diminuita di 1.

n → $2^{n+1}-1$

99.

Se ogni giorno che passa le ninfee raddoppiano allora significa che ogni giorno che si va indietro nel tempo la quantità delle ninfee dimezza. Per cui il giorno prima del centesimo giorno le ninfee erano la metà ed il lago era pieno a metà. La risposta è quindi 99 giorni.

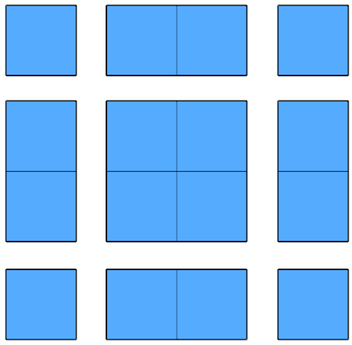
Ovviamente il quesito non è realistico perché questo non avviene per le piante. Avviene però per certi tipi di batteri quando ci sono le risorse necessarie per riprodursi.

100.

Ogni volta che fai una piega a metà, tutti gli strati vengono piegati e quindi raddoppiano. Per cui dopo 3 pieghe hai 8 strati. Dopo 10 pieghe avresti $2^{10}=1024$ strati ma nella realtà non rieesci a fare 10 pieghe. Dopo *n* pieghe hai 2^n strati.

101.

Ottiene nove pezzi di carta:



Le righe nere rappresentano le linee dove il foglio era stato piegato.

102.

3 → $2^3 = 8$:

000, 001, 010, 011

100, 101, 110, 111

4 → $2^3 = 16$:

0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111

1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111

n → 2^n .

103.

Con 4 square si giocano 2+1 = 3 partite.

Con 32 squadre si giocano 16+8+4+2+1 = 31 partite.

Con *n* squadre si giocano $n - 1$ partite infatti a ogni partita si elimina una squadra. Osserva tuttavia che il torneo è equo, cioè tutti hanno la stessa probabilità di arrivare in finale, solo se il numero di squadre iniziale è una potenza del 2.

104.

Rametti finali:

1 → 3
2 → $3^2 = 9$
3 → $3^3 = 27$
4 → $3^4 = 81$

n → 3^n

Rami totali:

1 → 4
2 → 13

$3 \rightarrow 40$
$4 \rightarrow 121$

In generale il numero dei rami totali è : n $\rightarrow \dfrac{3^{n+1}-1}{2}$ (difficile)

105.

$5 \rightarrow 3^4=81$; n $\rightarrow 3^{n-1}$;

106.

$7 \rightarrow 3^7=2187$; n $\rightarrow 3^n$;

107.

$4 \rightarrow 13$; $5 \rightarrow 40$;

Curiosità: la regola generale per il numero di triangoli bianchi nella figura *n* è $\dfrac{3^{n-1}-1}{2}$

108.

Per la prima amica ha 3 scelte (rosso, verde, blu). In ogni caso, per la seconda amica ha tre scelte ...
Con 4 amiche ci sono quindi 3^4 possibilità e con *n* amiche ci sono 3^n possibilità.

109.

$0 \rightarrow 1$

$1 \rightarrow 1+9 = 10$

$2 \rightarrow 1+9+81 = 91$

$3 \rightarrow 1+9+81+729 = 820$

Ogni volta sommi la successiva potenza del 9.

Curiosità: il torrione numero *n* è fatto di $\dfrac{9^{n+1}-1}{8}$ pallini.

110.

Ecco i numeri fino a 33 scritti come somma di almeno due numeri consecutivi:

1 = no

2 = no

3 = 2+1

4 = no

5 = 2+3

6 = 1+2+3

7 = 3+4

8 = no

9 = 4+5 = 2+3+4

10 = 1+2+3+4

11 = 5 + 6

12 = 3+4+5

13 = 6+7

14 = 2+3+4+5

15 = 7+8 = 4+5+6

16 = no

17 = 8+9

18 = 3+4+5+6

19 = 9+10

20 = 2+3+4+5+6

21 = 10+11 = 6+7+8

22 = 4+5+6+7

23 = 11+12

24 = 7+8+9

25 = 3+4+5+6+7 = 12+13

26 = 5+6+7+8

27 = 8+9+10 = 13+14

30 = 9+10+11

31 = 15+16

32 = no

33 = 16+17

Puoi constatare che i numeri che non si possono scrivere come somma di almeno due numeri consecutivi sono le potenze del 2. Questa affermazione si può anche dimostrare.

111.

A ogni passaggio devi moltiplicare per 8:

0 → 1

1 → 8

2 → 64

3 → 512

4 → 4096

n → 8^n

112.

Il numero di quadretti in ogni figura è il seguente

1, 3, 9, 23, 81, 243, ... , 3^n .

113.

Il numero di quadretti in ogni figura è il seguente

1, 4, 16, 64, 256, ... , 4^n .

114.

Il quesito è identico al quesito Frullati 97. perché ogni lampadina può essere accesa o spenta così come ogni frutto può essere messo nel frullato oppure no.

Con 5 lampadine ci sono 31 modi di illuminare la camera: l'unico modo che devi escludere è quello con tutte le lampadine spente.

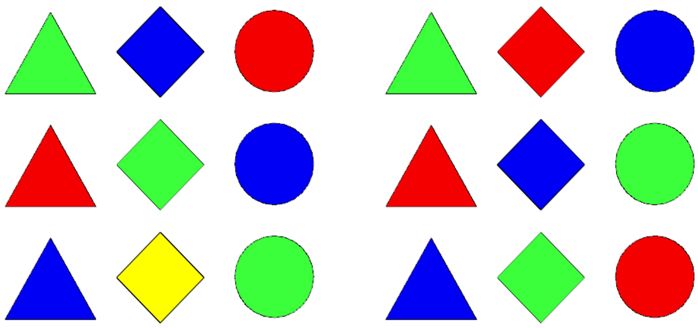
Con *n* lampadine i modi sono $2^n - 1$.

Moltiplicazioni e Permutazioni

115.

Lucia ha tre scelte per il triangolo. Dopo aver usato il primo colore ha due scelte per il colore del quadrato. Dopo aver usato i primi due colori ha una sola scelta per il colore del pentangono.

Per cui Lucia ha **3 × 2 × 1 = 6 scelte possibili: (nella figura il cerchio è al posto del pentagono)**



Vedi anche la spiegazione nel testo stesso.

116.

$3^3 = 27$

117.

Hai 2 scelte per la maglietta, 3 scelte per i pantaloni, 2 scelte per le scarpe.
Quindi **3 × 3 × 2 = 12 scelte**.

Se le magliette sono 3 allora hai **3 × 3 × 2 = 18**.

Vedi anche la spiegazione nel testo stesso.

118.

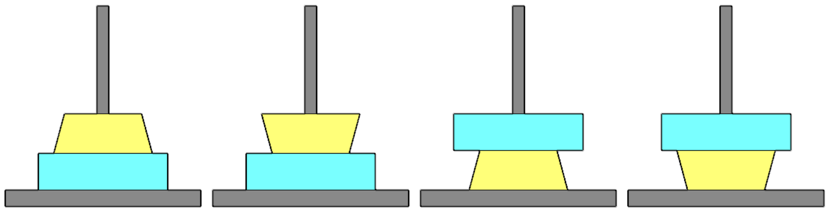
Lucia ha 4 scelte di colore per il triangolo. Dopo aver usato il primo colore ha tre scelte per il colore del quadrato. Dopo aver usato i primi due colori ha due scelte per il colore del pentagono.

Per cui Lucia ha **4 × 3 × 2 = 24 scelte possibili**.

Con *n* colori: $n(n-1)(n-2)$

119.

I tre pezzi possono essere infilati nel paletto in 4 modi diversi:



120.

La parola deve essere composta da 3 lettere. Hai 2 scelte per la prima lettera (A oppure M), hai 2 scelte per la seconda lettera e 2 scelte per la terza lettera. Quindi ci sono $2^3=8$ possibilità:

AAA, AAM, AMA, AMM, MAA, MAM, MMA, MMM.

Se la parola deve avere lunghezza 4 allora hai 2 scelte anche per la quarta lettera, quindi ci sono $2^4=16$ possibilità.

In generale, le parole di lunghezza *n* che usano due lettere sono 2^n .

Confronta con il quesito 102.

121.

Lunghezza 2. Hai tre scelte per la prima lettera e tre scelte per la seconda, $3^2=9$ possibilità:

AA, AM, AT, MA, MM, MT, TA, TM, TT.

Lunghezza 3: $3^3=27$.

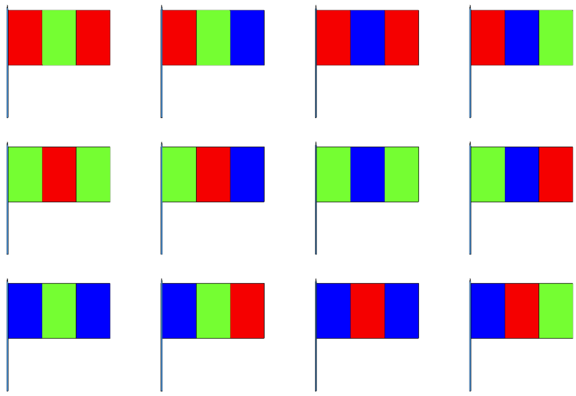
Lunghezza *n*: 3^n .

Lunghezza *n*, con *k* lettere a disposizione: k^n .

Confronta con il quesito 95.

122.

Bandiera con 3 fasce e 3 colori disponibili: hai 3 scelte per la prima fascia, 2 scelte per la seconda fascia (che deve essere diversa dalla prima) e 2 scelte per la terza fascia (che deve essere diversa dalla seconda). Quindi in totale ci sono $3 \times 2 \times 2 = 12$ scelte:



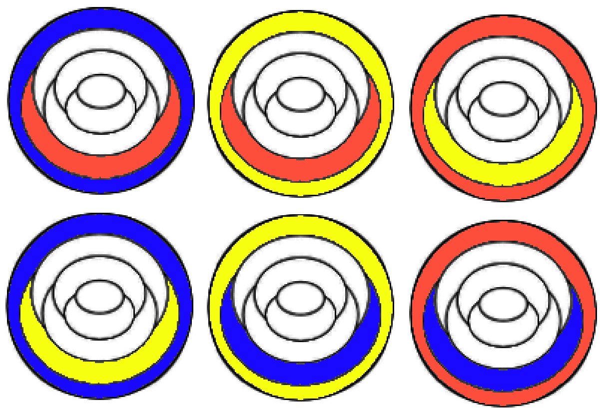
Bandiera con 3 fasce e 3 colori disponibili: $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$.

Bandiera con *n* fasce e 3 colori disponibili: hai 3 scelte per la prima fascia e 2 scelte per ciascuna delle *n-1* strisce successive. Quindi $3 \cdot 2^{n-1}$

Bandiera con 3 fasce e *k* colori disponibili: hai *k* scelte per la prima fascia, *k-1* scelte per la seconda fascia, *k-1* scelte per la terza fascia. Quindi $k \cdot (k-1) \cdot (k-1)$

Bandiera con *n* fasce e *k* colori disponibili: $k \cdot (k-1)^{n-1}$

123.



Cinzia può scegliere l'anello esterno della figura di tre colori diversi. In ciascuno di questi casi può scegliere la zona mostrata in figura di due colori diversi in modo da avere un colore diverso dal colore dell'anello esterno. A questo punto tutte le altre zone hanno un colore obbligato.

Quindi le soluzioni sono 6.

124.

Quando colori la prima casella sulla prima riga puoi scegliere una qualunque delle 4 colonne.

Quando colori la seconda casella sulla seconda riga puoi scegliere una delle 3 colonne rimaste.

Quando colori la terza casella sulla terza riga puoi scegliere una delle 2 colonne non ancora utilizzate.

Quindi hai **4 × 3 × 2 = 24 scelte**.

Se le colonne sono 5, hai **5 × 4 × 3 = 60 scelte possibili**.

Se le colonne sono *n*, hai $n(n-1)(n-2)$ **scelte possibili**.

125.

Griglia 3×3. Confronta con il quesito precedente. Bianca ha 3 × 2 × 1 = 6 scelte.

Griglia 4×4. Bianca ha 4 × 3 × 2 × 1 = 24 scelte.

Griglia 5×5. Bianca ha 5 × 4 × 3 × 2 × 1 = 120 scelte.

Griglia n×n. Bianca ha $n(n-1)(n-2)\dots 1$. Questa operazione si indica con $n!$ .e si legge "*n* fattoriale".

126.

Supponi di iniziare con la pedina rossa: la scacchiera è tutta libera quindi puoi scegliere una qualunque delle 9 caselle. Ora devi mettere la pedina verde in una riga e in una colonna diversa dalla pedina rossa quindi ti restano disponibili 4 caselle. In totale hai quindi 9 × 4 scelte.

In una scacchiera 8 × 8 hai 64 scelte per la posizione della prima pedina e 49 scelte per la posizione della seconda pedina. In totale 64 × 49 = 3136 possibilità.

127.

Nel formare la coda il primo bambino può essere uno qualunque dei 4, il secondo bambino uno qualunque dei 3 rimanenti, il terzo bambino uno dei 2 rimanenti e il quarto bambino sarà l'ultimo bambino rimasto. Quindi hai 4 scelte per il primo, 3 scelte per il secondo, 2 scelte per il terzo, una scelta per il quarto: 4 × 3 × 2 × 1 = 24 modi diversi di formare la coda:

ABCD, ABDC, ACBD, ACDB, ADCB, ADBC,

BACD, BADC, BCAD, BCDA, BDAC, BDCA,

CABD, CADB, CBAD, CBDA, CDAB, CDBA,

DABC, DACB, DBAC, DBCA, DCAB, DCBA.

Se i bambini sono 5 i modi possibili di formare la coda sono 5 × 4 × 3 × 2 × 1 = 120.

Se i bambini sono *n* i modi possibili di formare la coda sono $n(n-1)(n-2)\dots 1$.

Questo quesito è identico al Quesito 125., solo in una veste diversa.

128.

Per formare un numero di 2 cifre: hai 5 scelte per la prima cifra e 4 scelte per la seconda cifra (perché una tessera è già stata usata).
Quindi: **5 × 4 = 20 possibilità**.

Per formare un numero di 3 cifre: hai 5 scelte per la prima cifra, 4 scelte per la seconda cifra (perché una tessera è già stata usata), 3 scelte per la terza cifra (perché due tessere sono già state usate). Quindi: **5 × 4 × 3 = 60 possibilità**.

129.

Per formare un numero di 2 cifre hai a disposizione varie copie di ogni cifra quindi hai 5 scelte per la prima cifra e 5 scelte per la seconda: $5^2=25$ **possibilità**.

Per formare un numero di 3 cifre: hai 5 scelte per la prima cifra, 5 scelte per la seconda, 5 scelte per la terza: $5^3=125$ **possibilità**.

130.

Innanzitutto hai la possibilità di scegliere l'ordine con cui impilare le formine.

Osserva che le tre formine possono essere impilate in 6 ordini diversi:
RGV, RVG, GRV, GVR, VGR, VRG.

Dopo aver scelto uno di questi ordini, osserva che il blocco giallo può essere infilato in 2 modi quindi le possibilità diventano 12:

RG^1V, RVG^1, G^1RV, G^1VR, VG^1R, VRG^1,

RG^2V, RVG^2, G^2RV, G^2VR, VG^2R, VRG^2.

G^1 rappresenta un modo di infilare il blocco giallo e G^2 rappresenta l'altro modo di infilare il blocco giallo.

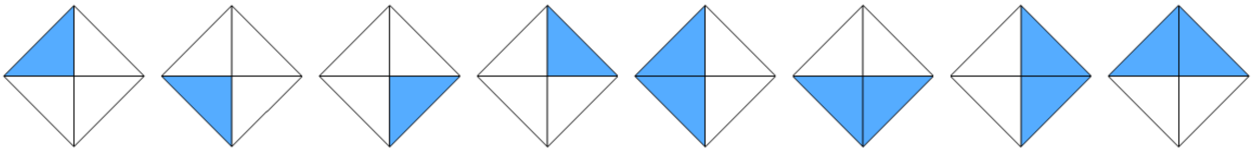
Considera adesso che il blocco rosso può essere infilato in 3 modi diversi (perché ha un foro lungo ciascuno dei 3 assi). Quindi ciascuna delle possibilità si moltiplica per 3.

In totale $6 \times 2 \times 3 = 36$ modi.

Quanti ne Vedi?

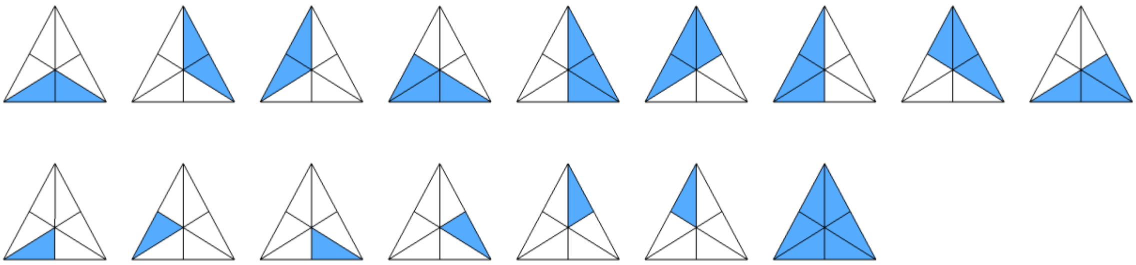
131.

8:



132.

16:

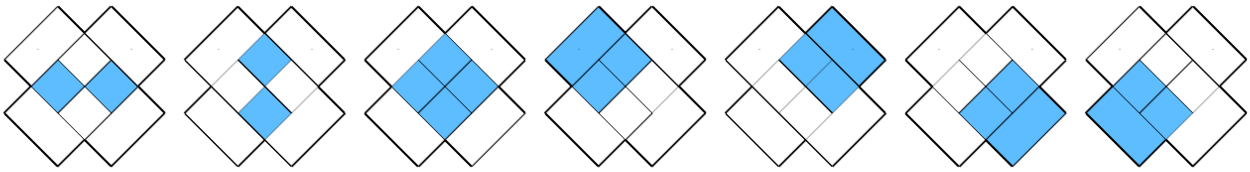


133.

1 → 1; 2 → 5; 3 → 9; 4 → 13; n → 1 + 4 (n – 1) = 4n - 3

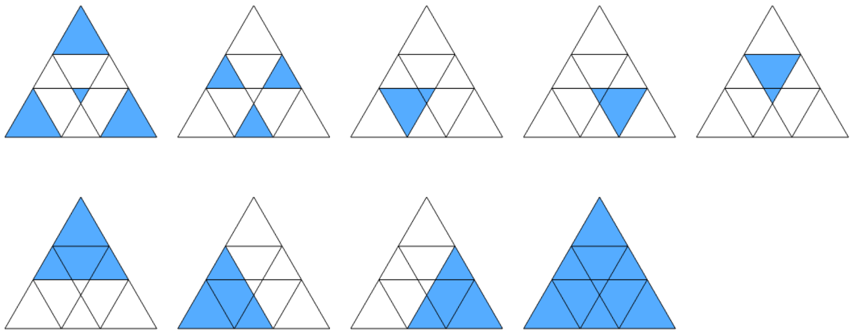
134.

9:



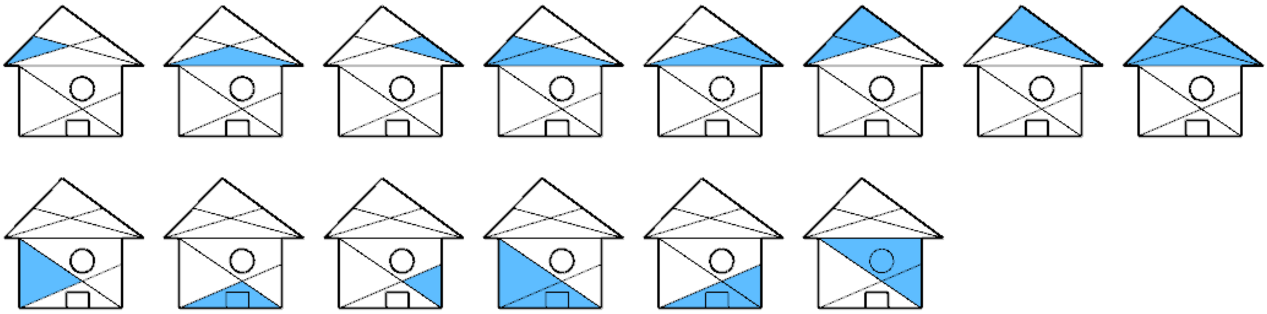
135.

14:



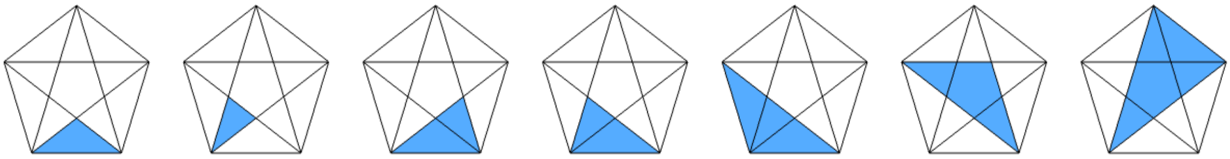
136.

14:



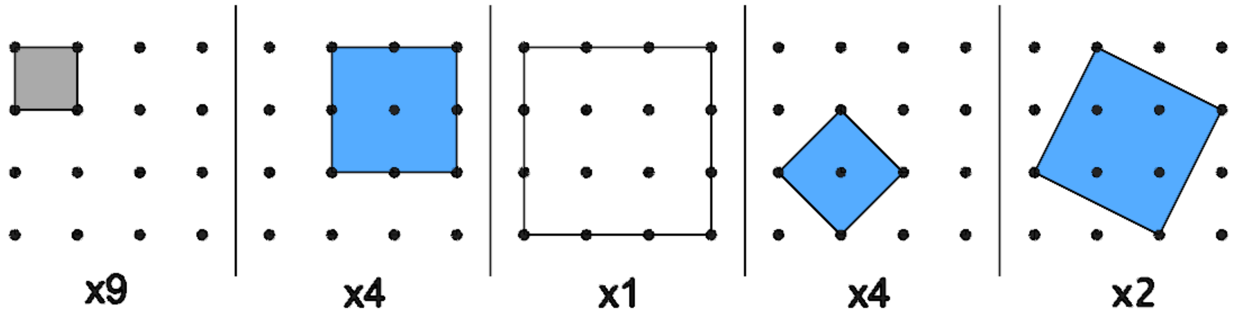
137.

35, ognuna delle seguenti 7 figure può essere ruotata in 5 modi diversi:



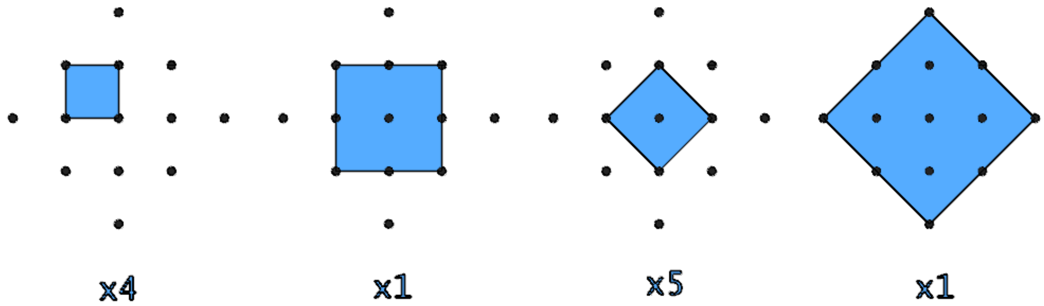
138.

20:



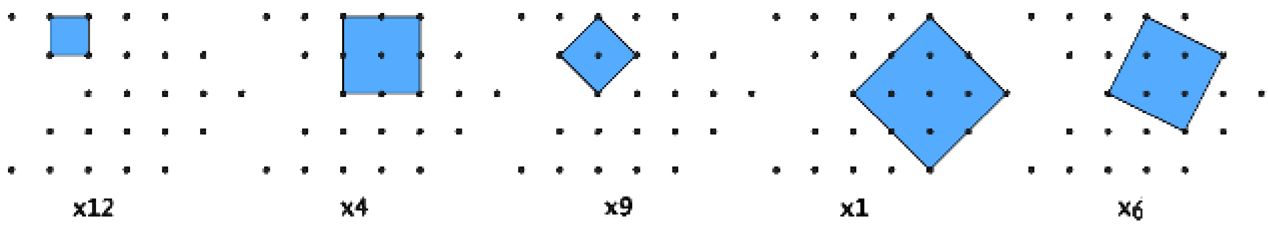
139.

11:



140.

32:



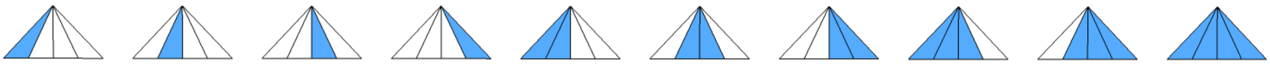
141.

1 → 1;   2 → 1+4+1=6;   3 → 1+4+9+4+1=19;   4 → 1+4+9+16+9+4+1=44;

Curiosità: la formula generale è $\frac{2n^3+n}{3}$.

142.

4+3+2+1 = 10



143.

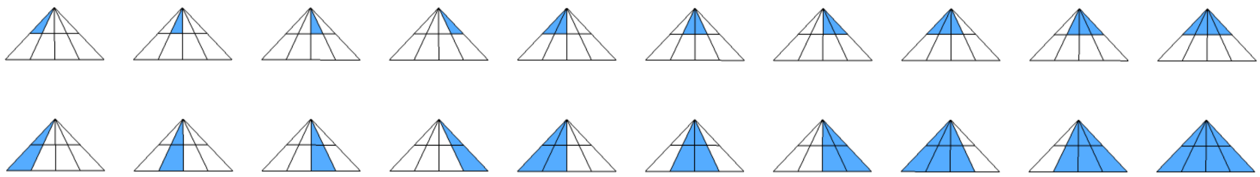
Confronta con l'esercizio precedente.

1 → 1; 2 → 2+1 = 3; 3 → 3+2+1= 6; 4 →4+3+2+1=10; 10 → $\frac{10\times 11}{2}=55$;

n → $\frac{n(n+1)}{2}$

144.

Nella figura 4 puoi vedere 20 triangoli:



Gli altri casi sono analoghi, si tratta dei numeri triangolari moltiplicati per 2.

1 → 2; 2 → 6; 3 → 12; 4 →4+3+2+1=20; 10 → $10\times 11=110$; n → $n(n+1)$

145.

Confronta con l'esercizio precedente. In questo caso hai i numeri triangolari moltiplicati per 3.

1 → 3;

2 → 9;

3 → 18;

4 →4+3+2+1=30;

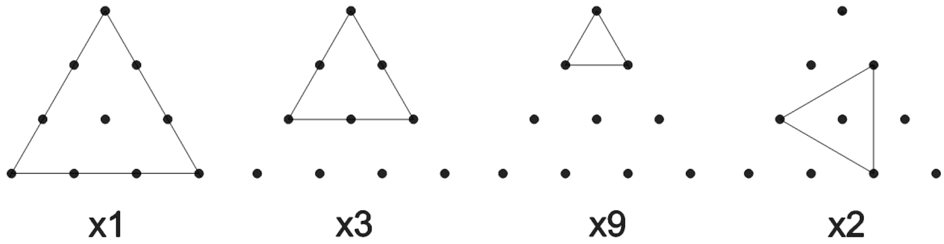
10 → $3\frac{(10\times 11)}{2}=165$;

n → $3\frac{n(n+1)}{2}$;

Più in generale ancora: nella figura n con k piani → $k\dfrac{n(n+1)}{2}$ (numeri triangolari moltiplicati per k).

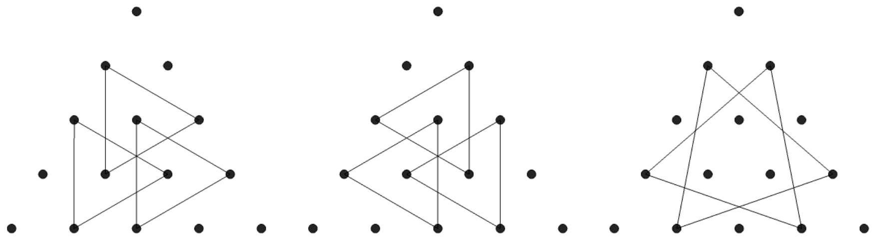
146.

9+3+1 + 2 = 15



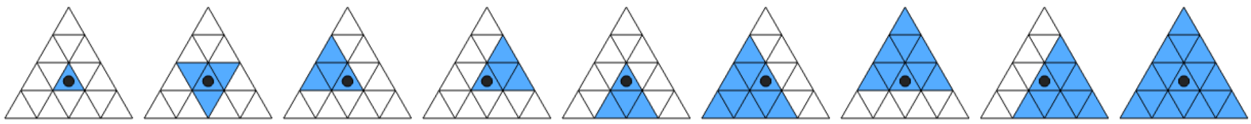
147.

3+3+2 = 8



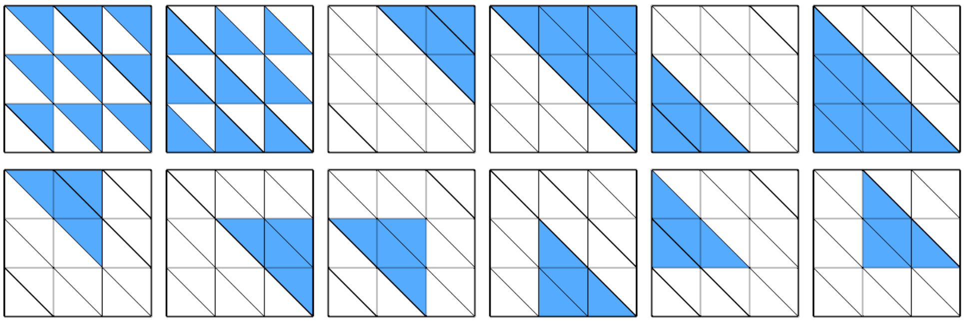
148.

1 + 4 + 3 + 1 = 9



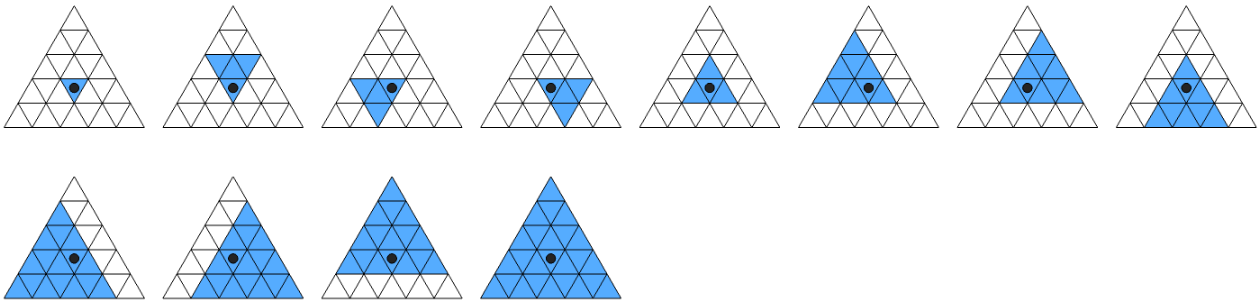
149.

28:



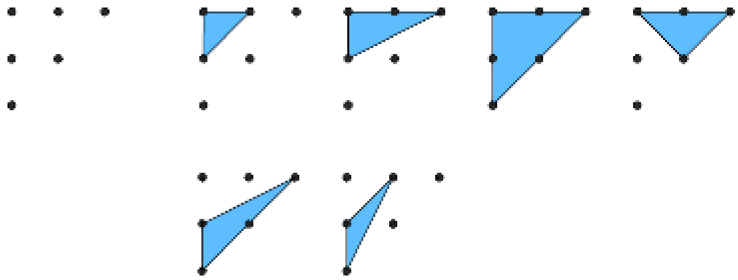
150.

1+4+3+3+1 = 12



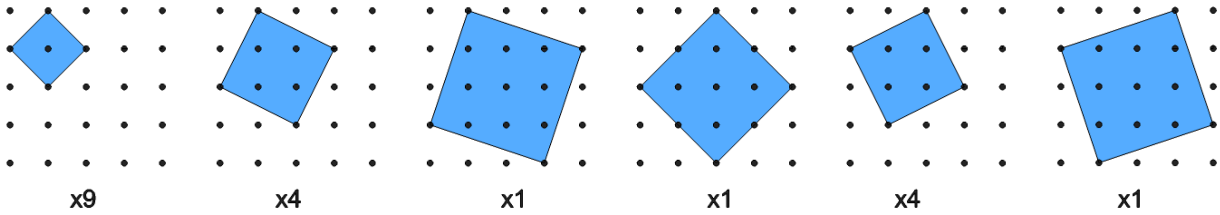
151.

Si possono formare 6 triangoli diversi:



152.

20:



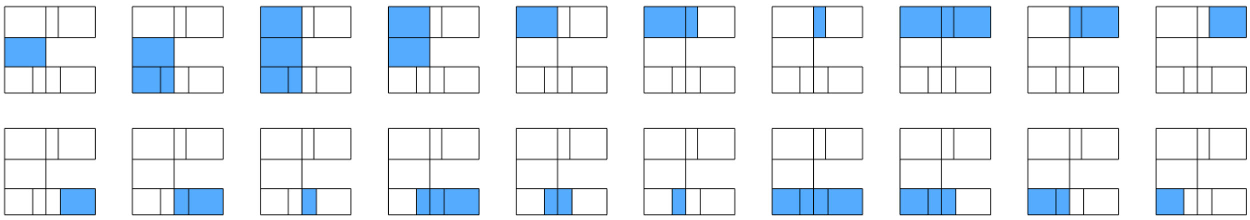
153.

Il disegno "∞" compare 5×3 = 15 volte, il disegno "8" compare 2×6 = 12 volte. Totale: 27.

In una griglia $n \times m$: $n(m-1)+(n-1)m$.

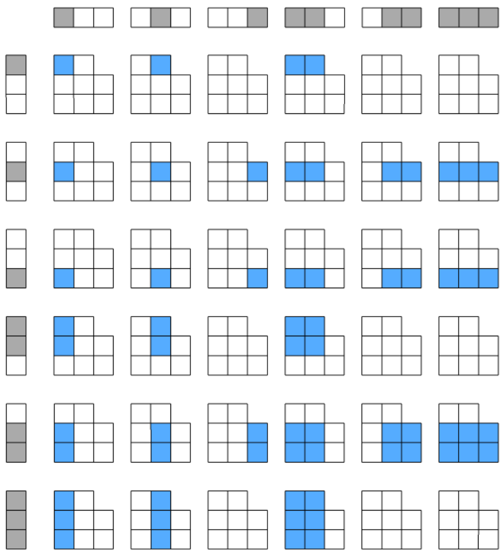
154.

20:



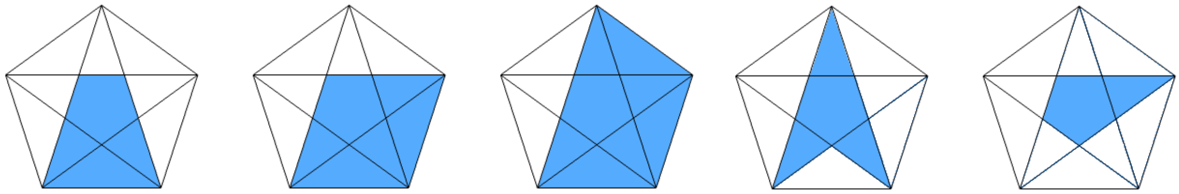
155.

27:



156.

25: ci sono 5 tipi di quadrilateri, ciascuno con 5 rotazioni possibili:



Perimetri e Tavoli

157.

$100 \rightarrow 102$; n $\rightarrow$ $n+2$.

158.

$10 \rightarrow 24$; n $\rightarrow$ $2n+4$.

159.

$100 \rightarrow 302$; n $\rightarrow$ $3n+2$

160.

$100 \rightarrow 402$; n $\rightarrow$ $4n+2$.

161.

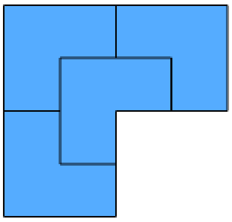
$100 \rightarrow 502$; n $\rightarrow$ $5n+2$.

162.

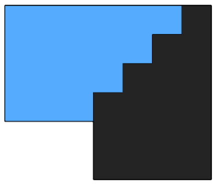
$100 \rightarrow 602$; n $\rightarrow$ $6n+2$.

In Parti Uguali: Rotazioni e Simmetrie

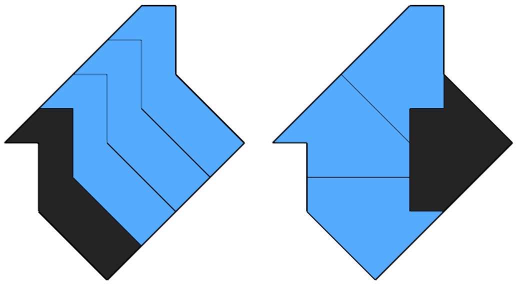
163. ✂



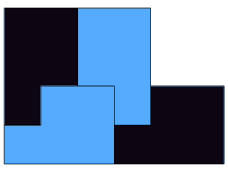
164. ✂



165. ✂

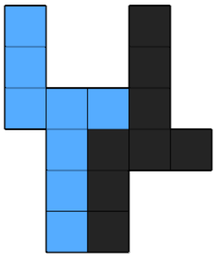


166. ✂



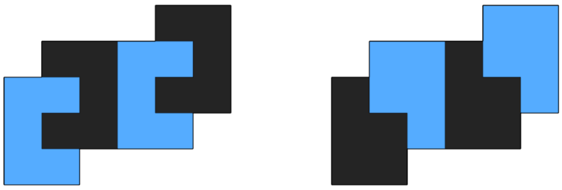
Ci sono anche altre soluzioni possibili.

167. ✂

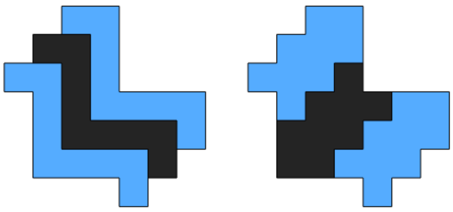


168. ✂

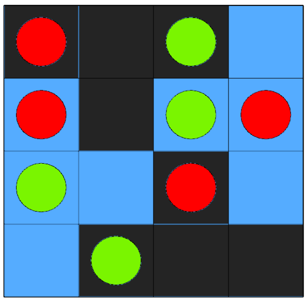
169. ✂



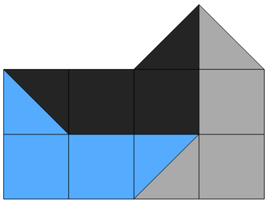
170. ✂



171. ✂

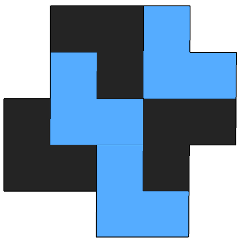


172. ✂

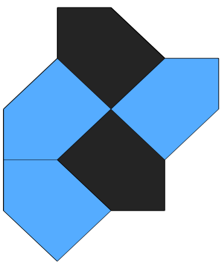


173. ✂

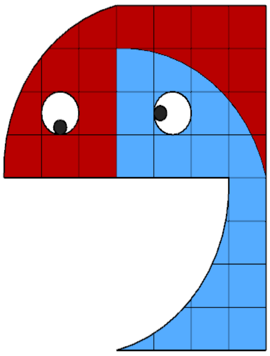
Ci sono varie soluzioni, questa è una:



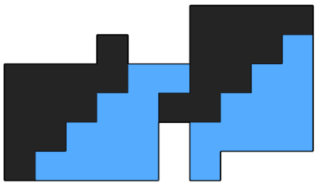
174. ✂



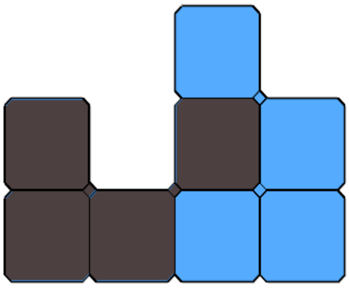
175. ✂



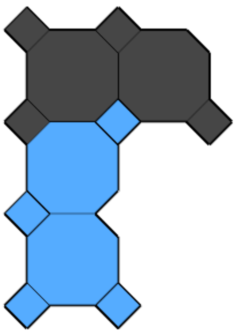
176. ✂



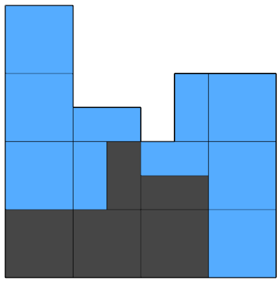
177. ✂



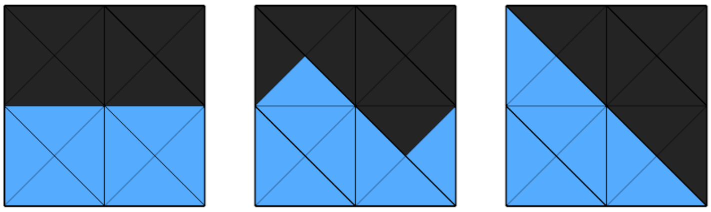
178. ✂



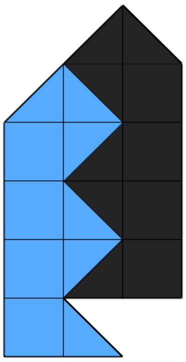
179. ✂



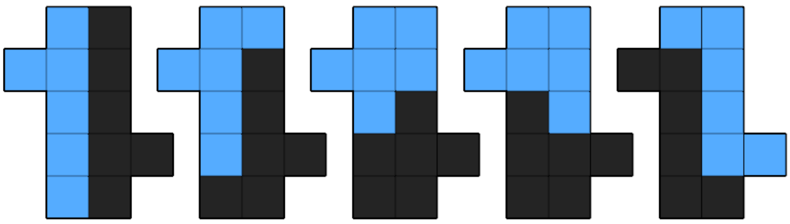
180. ✂



181. ✂

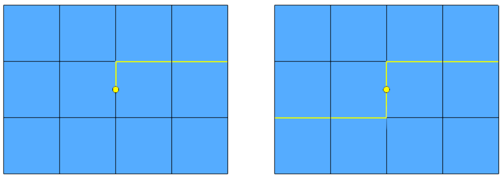


182. ✂

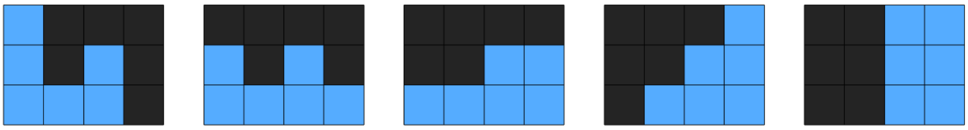


183. ✂

Puoi trovare le soluzioni tracciando un percorso che parte dal centro, raggiunge il bordo e non interseca se stesso. Se simmetrizzi questo percorso ottieni una soluzione:

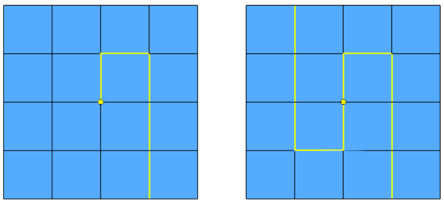


Tutte le soluzioni sono 5:

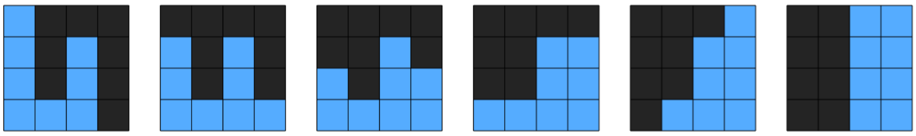


184. ✂

Devi ragionare come nel quesito precedente. Traccia un percorso che parte dal centro, arriva al bordo e non interseca se stesso. Se adesso simmetrizzi questo percorso ottieni una soluzione:

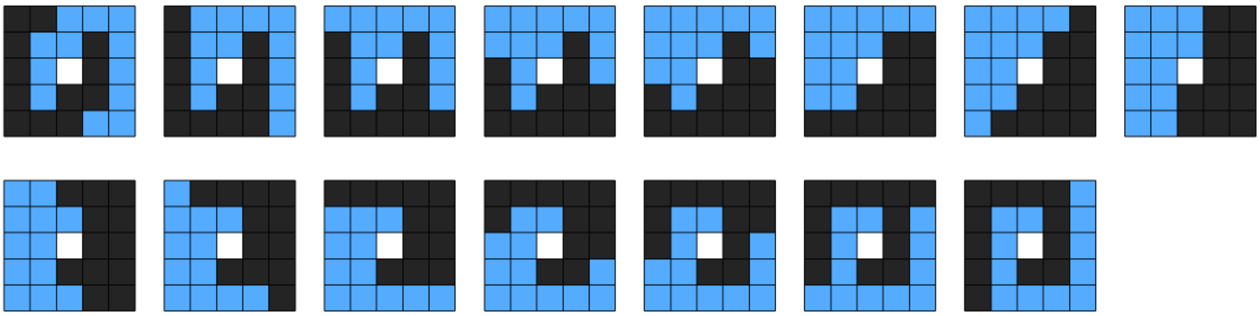


Tutte le soluzioni sono 6:

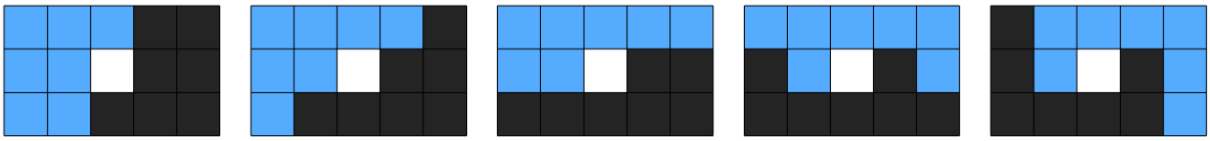


185. ✂

Devi ragionare come nei quesiti precedenti. Tutte le soluzioni sono 15:

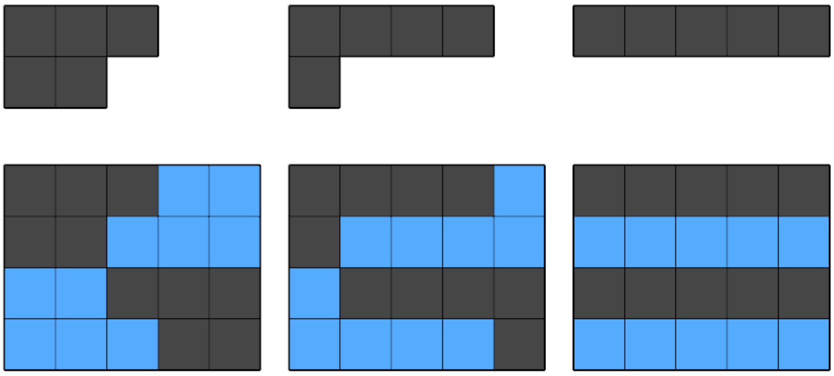


186. ✂



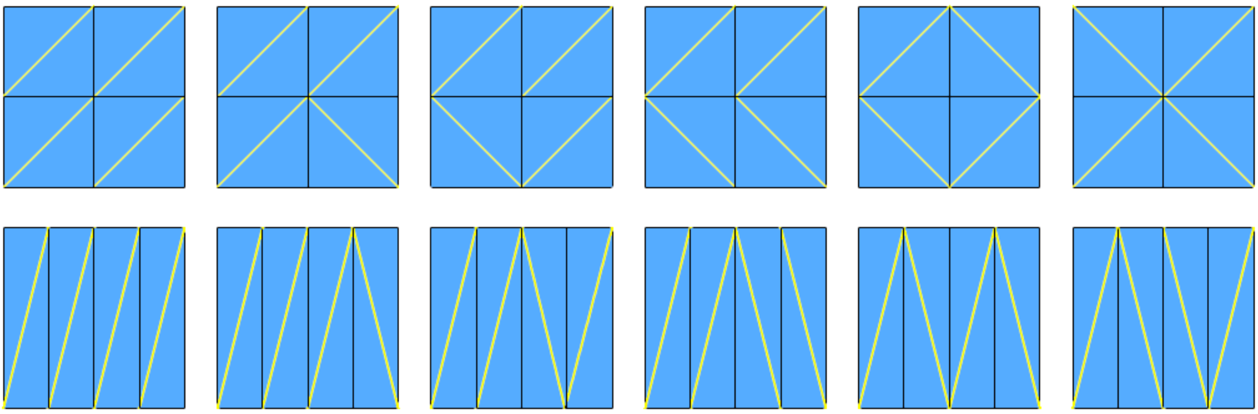
187. ✂

Fai attenzione che quello che si chiede di cercare sono le forme, composte da 5 quadretti, che possono essere usate per dividere la griglia in 4 parti uguali.

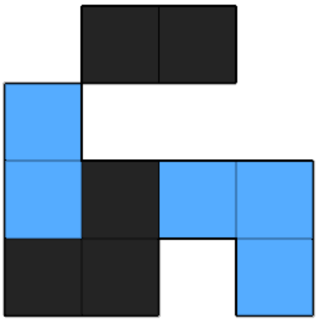


188. ✂

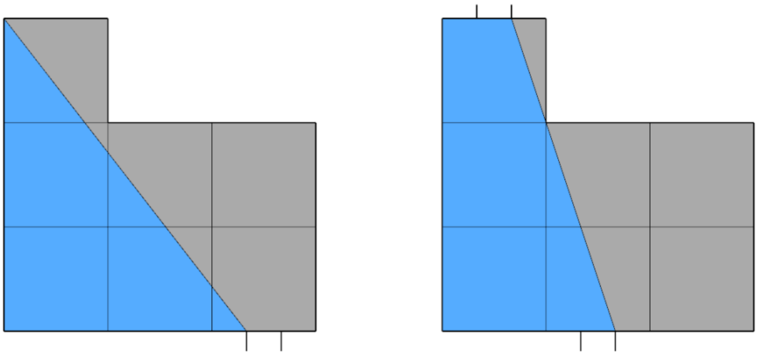
12 soluzioni, 6 di un tipo e 6 di un altro:



189. ✂

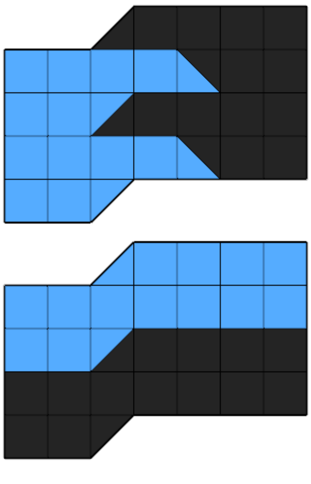


190.

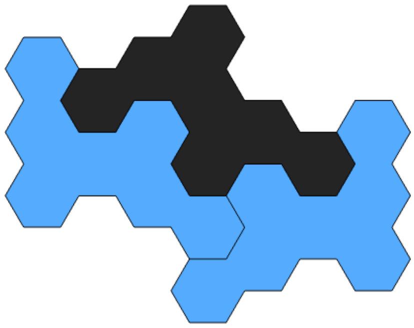


I segmentini indicano che il lato del quadretto è stato diviso in 3 parti uguali.

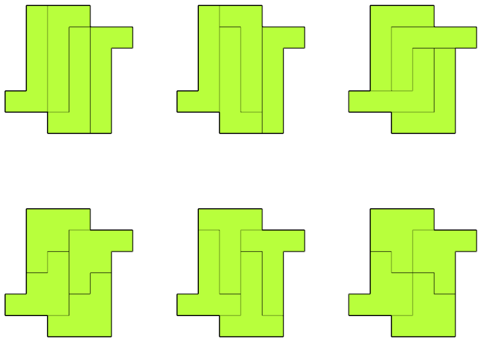
191. ✂



192. ✂

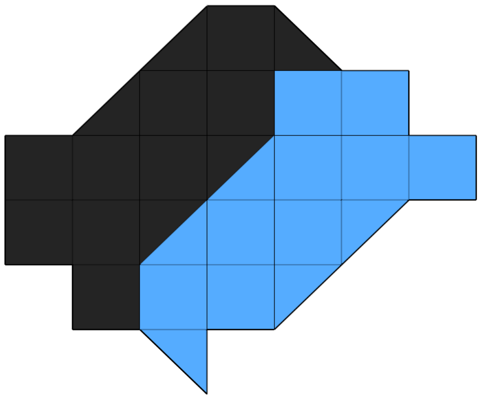


193. ✂

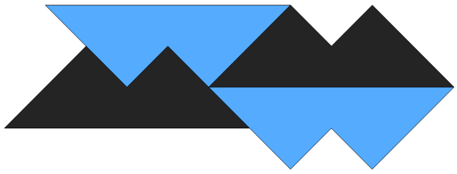


Ci sono 6 soluzioni:

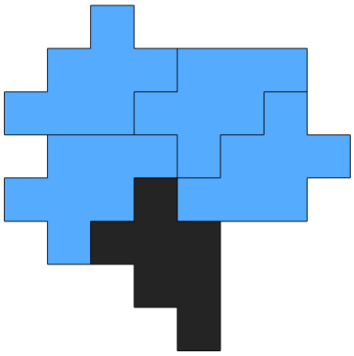
194. ✂



195. ✂

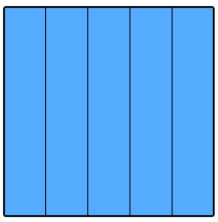


196. ✂

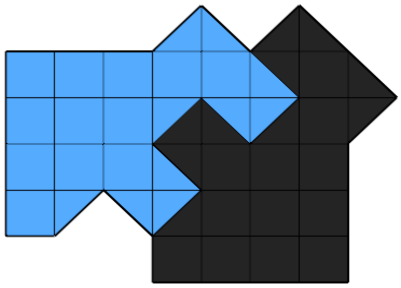


197. ✂

E per quanto riguarda il quadrato … beh … in realtà è facilissimo :)



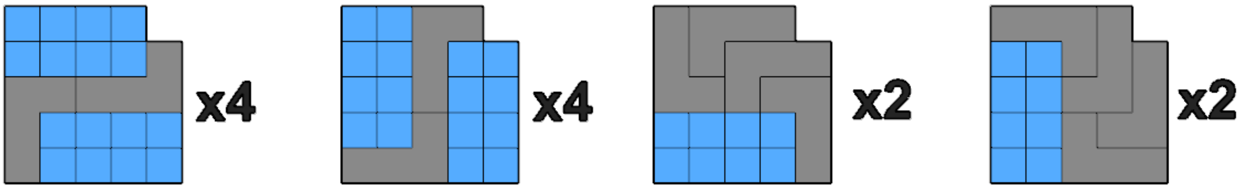
198. ✂



- Dividi in 2 parti identiche.

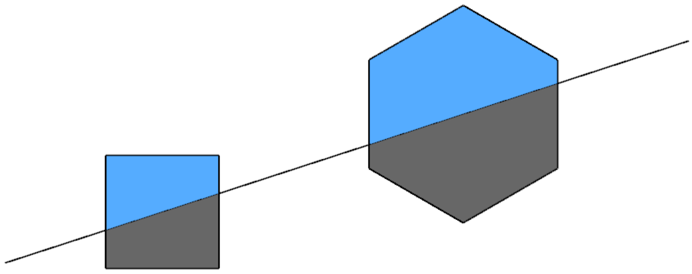
199. ✂

Ci sono 12 soluzioni che puoi dividere in 4 gruppi:

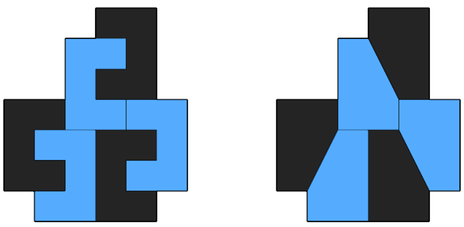


200.

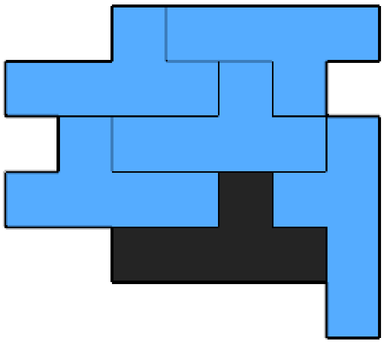
La retta deve passare per i centri delle due figure, in questo modo entrambe le "frittelle" restano divise in due parti sovrapponibili:



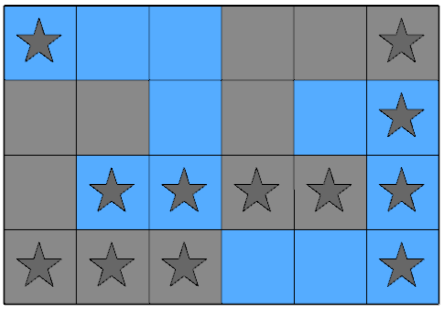
201. ✂



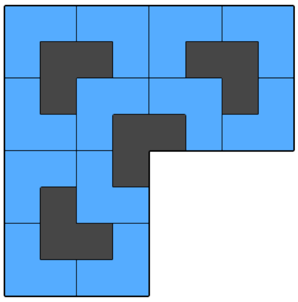
202.

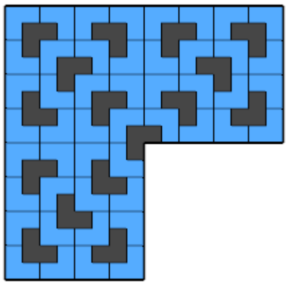


203.

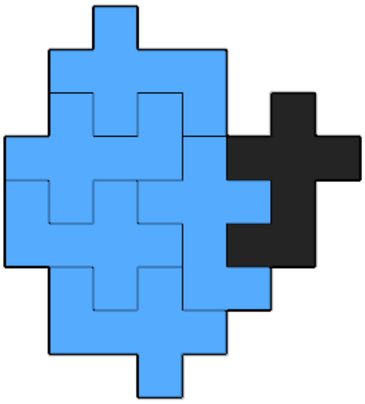


204.





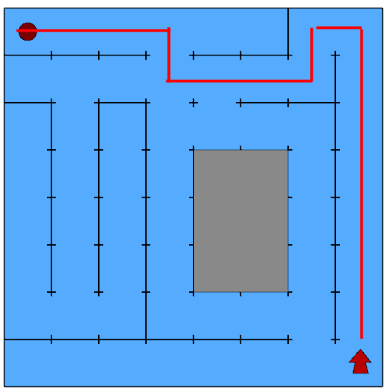
205. ✂



Pensiero Computazionale e Percorsi

206.

Ci sono diversi percorsi che la freccia puà seguire per raggiungere il cerchietto rosso. Eccone alcuni.

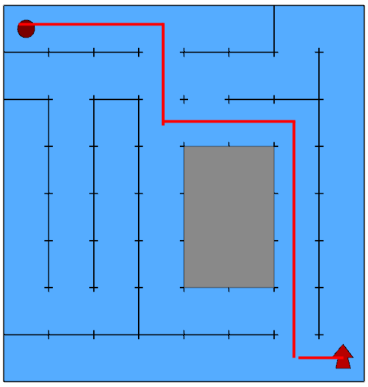


Puoi descrivere questo percorso con:

vai fino al muro, ruota a sinistra di 90°, fai un passo, ruota a sinistra di 90°, fai un passo, ruota a destra di 90°, fai un passo, fai un passo, fai un passo, ruota a destra di 90°, fai un passo, ruota a sinistra di 90°, vai fino al muro. Oppure in simboli:

⇥↺□□↺□□↻□□□□□□↺⇥

che corrispondono a 11 comandi.



Puoi descrivere questo percorso con:

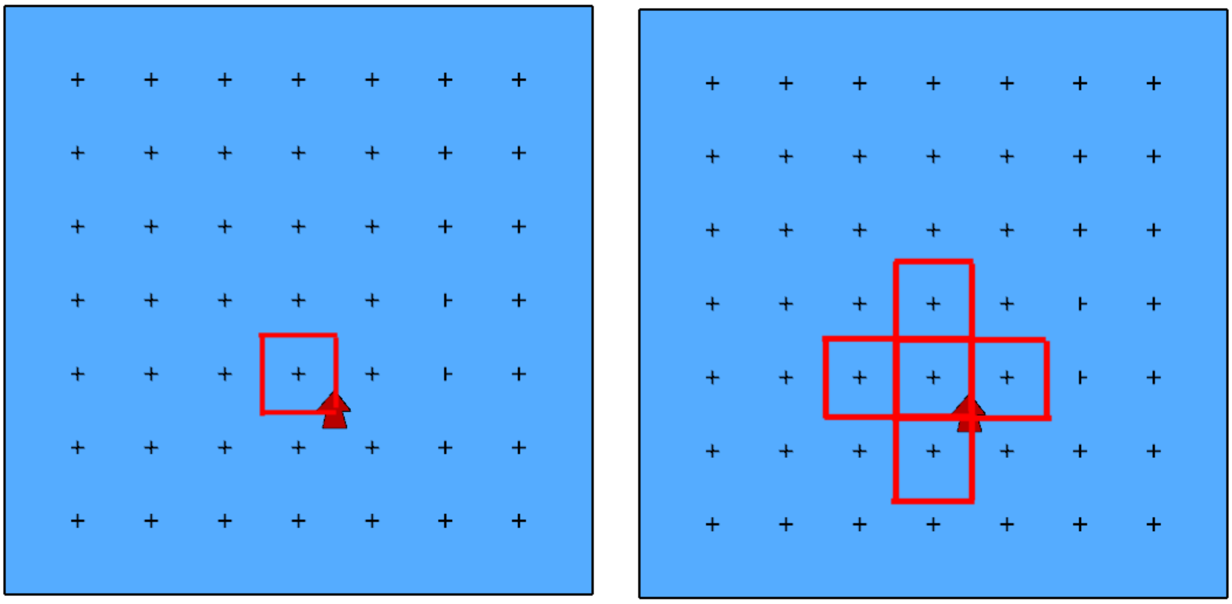
ruota a sinistra di 90°, fai un passo, ruota a destra di 90°, vai fino al muro, ruota a sinistra di 90°, vai fino al muro, ruota a sinistra di 90°, vai fino al muro, ruota a destra di 90°, vai fino al muro. Oppure in simboli:

↺ □ □↻ ⇥ ↺ ⇥ ↻ ⇥ ↺ ⇥

che corrispondono a 10 comandi.

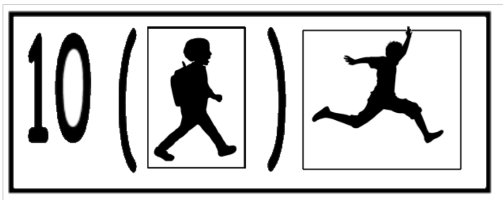
207.

Con il comando **4 (** → ↺ **)** la freccia disegna un quadrato, con il comando **4 (** → → ↺ → ↺ → → ↺ **)** la freccia disegna una croce:

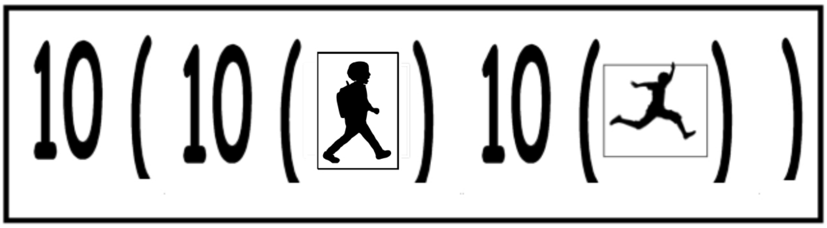


208.

Dieci passi e poi un salto:



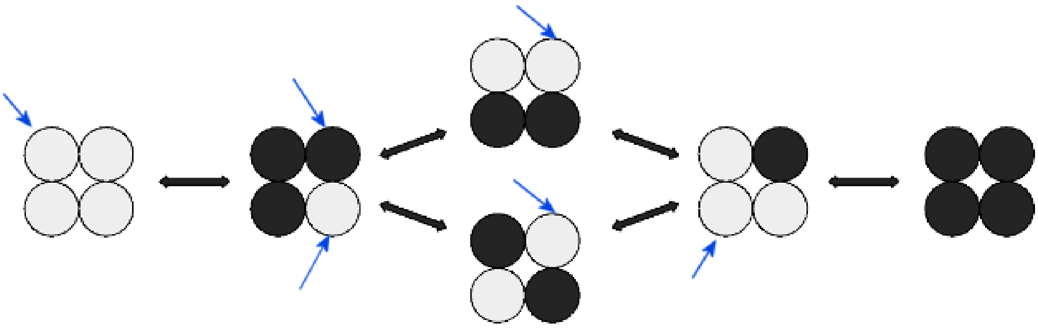
Per 10 volte fai: 10 passi e poi 10 salti:



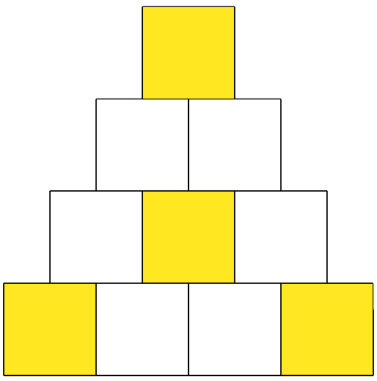
209.

Per 10 volte fai: 10 salti e poi 10 salti = per 10 volte fai 20 salti = fai 200 salti.

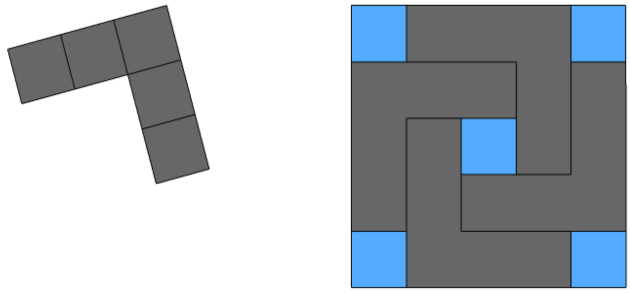
210.



211.

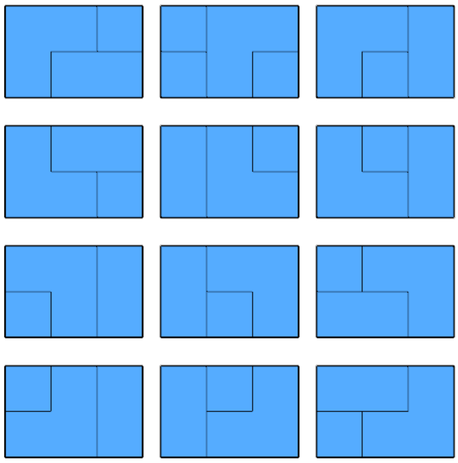


212.



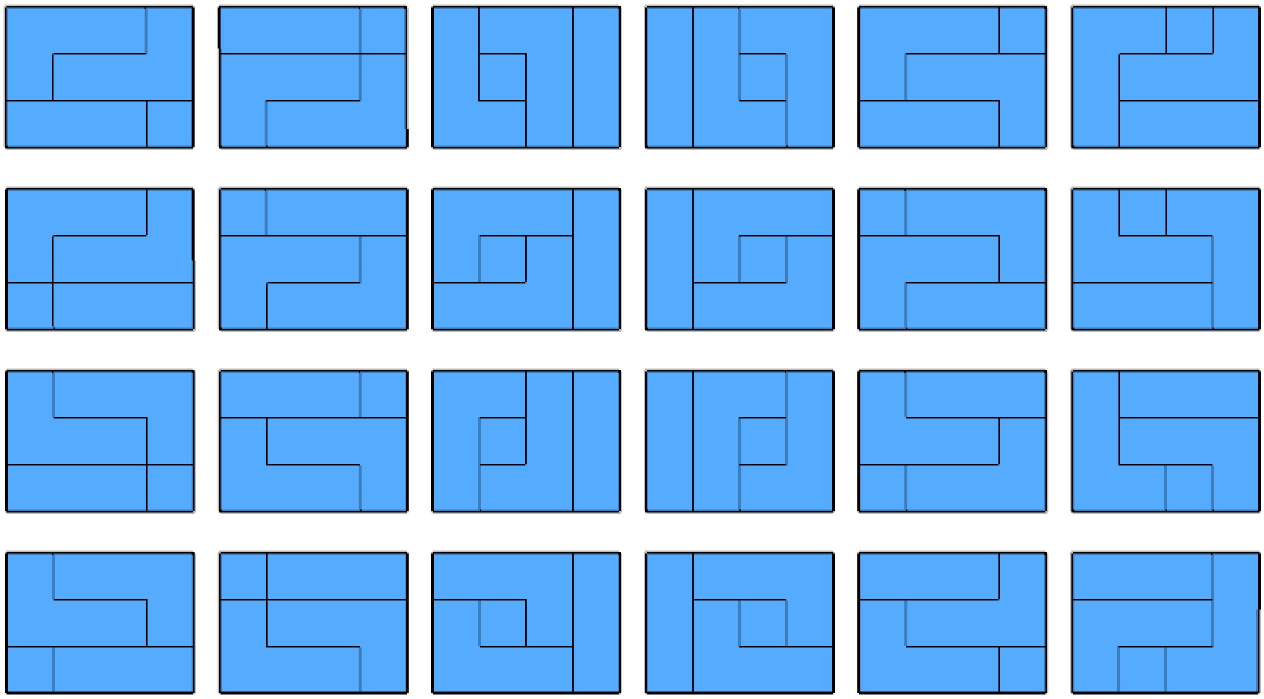
213.

12:



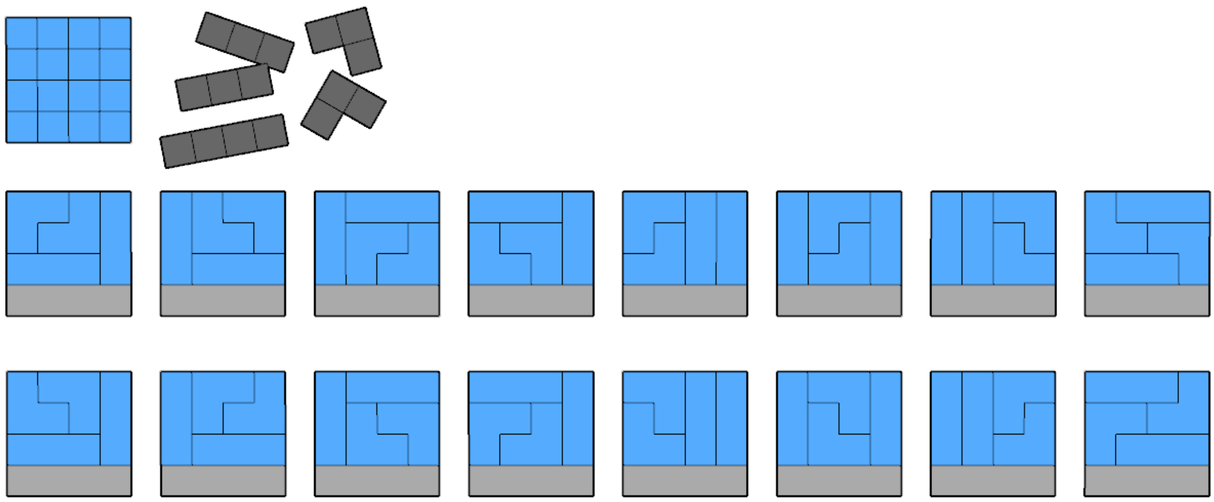
214.

24:



215.

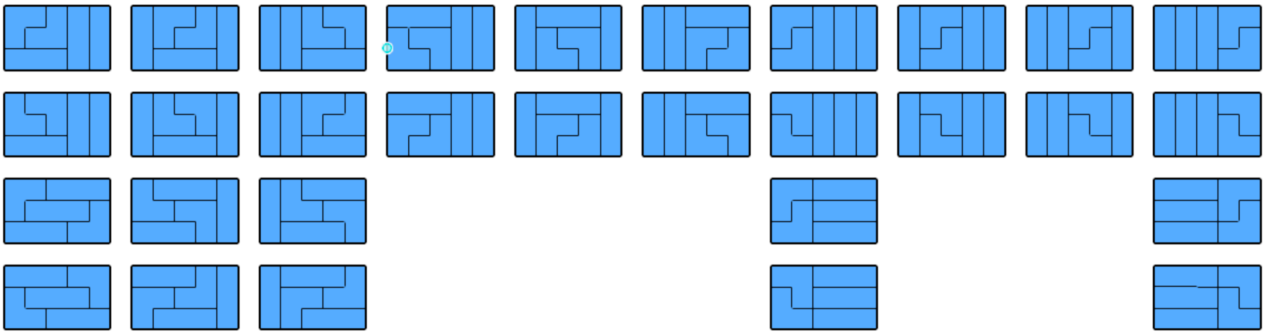
La sbarretta 4×1 deve stare lungo un bordo del quadrato. Se, per esempio, la metti lungo il bordo inferiore puoi mettere le restanti tessere in 16 modi.



Siccome puoi mettere la sbarretta in 4 posizioni, hai 16×4 = 64 soluzioni in totale.

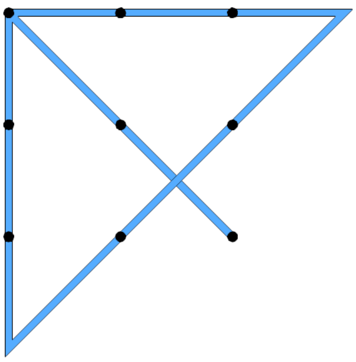
216.

30:



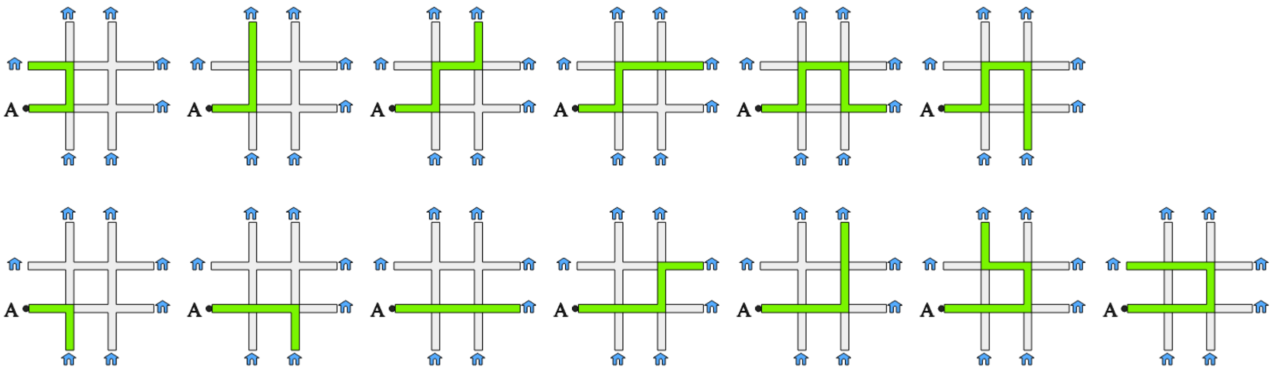
217.

Trovare la soluzione è difficile perché si è portati a pensare che non si possa uscire con i segmenti dai nove punti ma questo vincolo non è era richiesto:



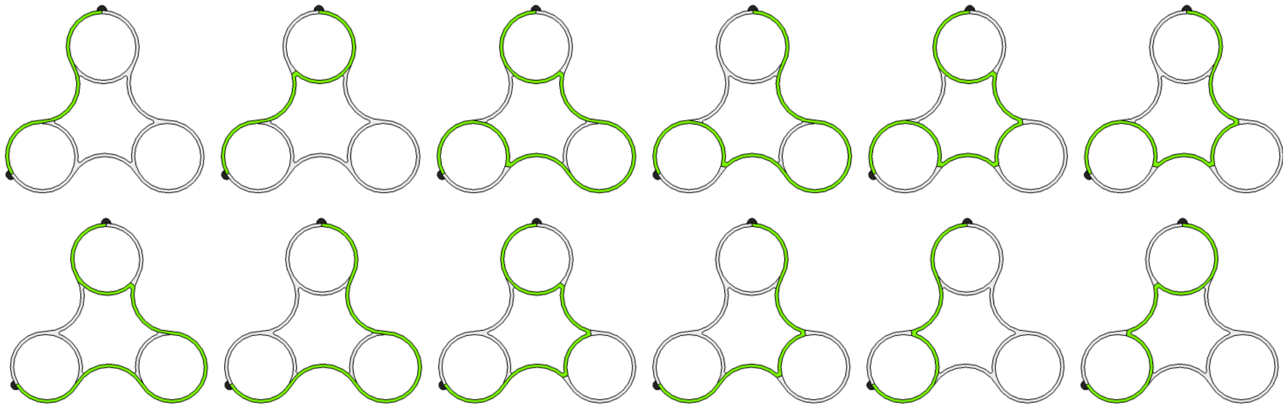
218.

13:



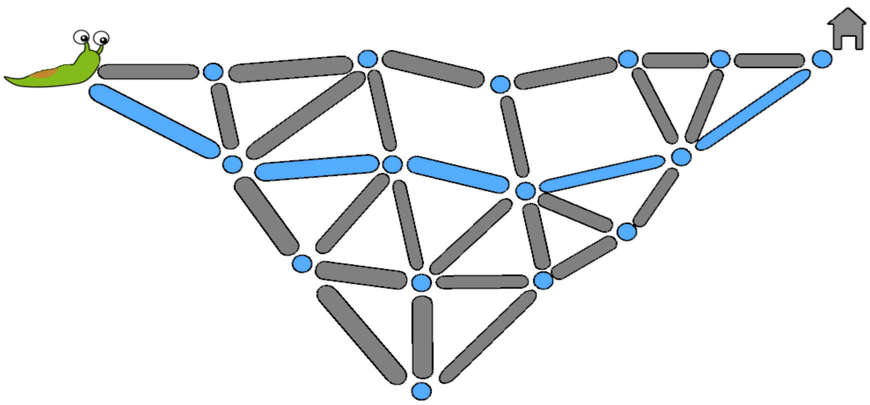
219.

12:

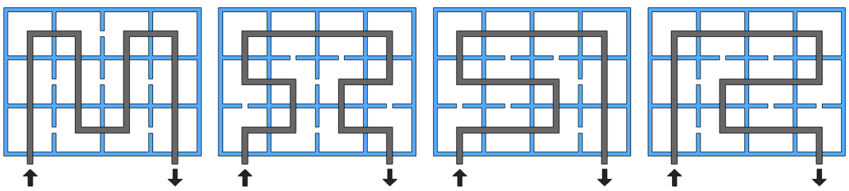


220.

Il percorso più corto usa 5 strade, le altre 25 strade possono essere rimosse.

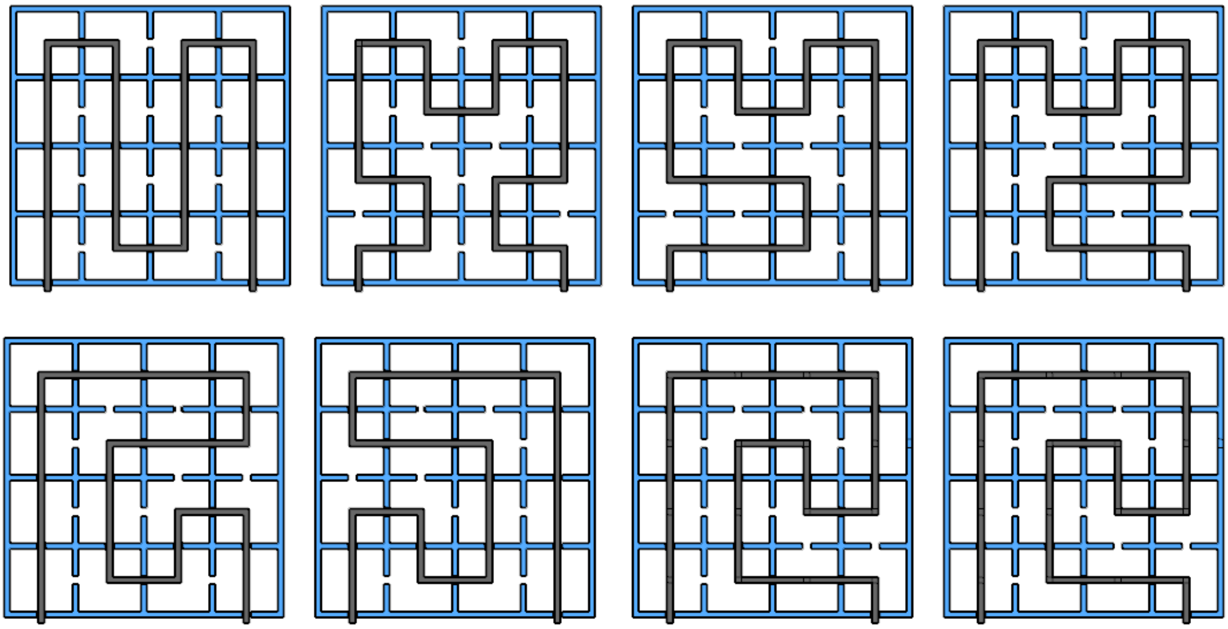


221.



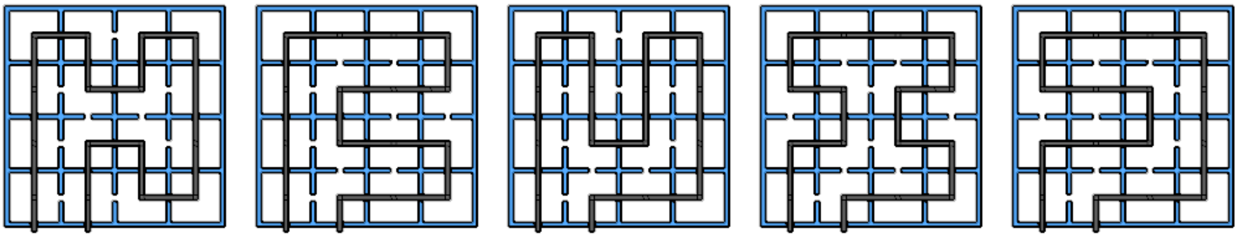
222.

8:

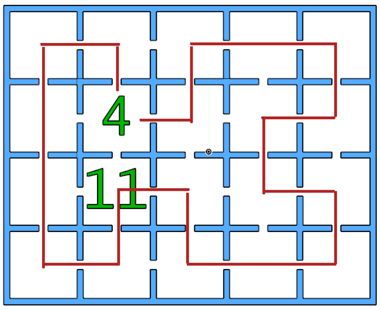


223.

5:

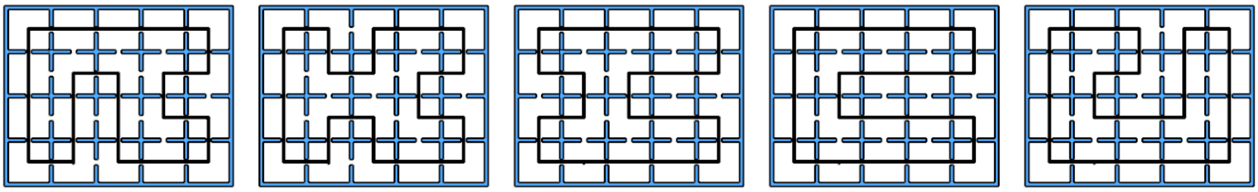


224.



Ci sono altre soluzioni, questa in figura forma un circuito.

225.



226.

Le soluzioni sono 24, ci sono 6 soluzioni per ogni angolo:

A		
L	B	
A		

A		
L	B	
		A

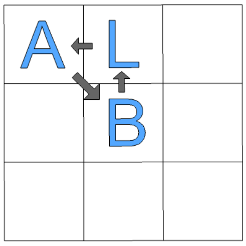
A		A
L	B	

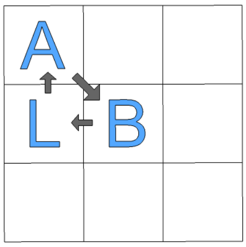
A	L	A
	B	

A	L	
	B	
		A

A	L	
	B	
A		

Se è permesso riusare la A allora per ogni angolo ci sono altre due soluzioni:





Per un totale di 8×4 = 32 soluzioni.

227.

	1	4	
3	8	11	6
12	5	2	9
	10	7	

228.

1	6	3
4		8
7	2	5

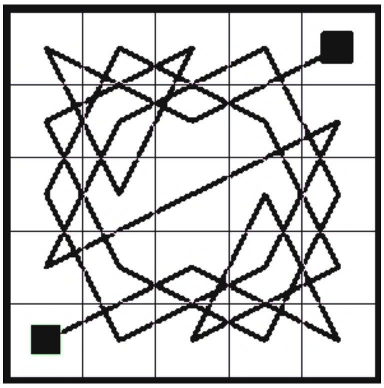
229.

10	7	2	5
1	4	9	12
8	11	6	3

230.

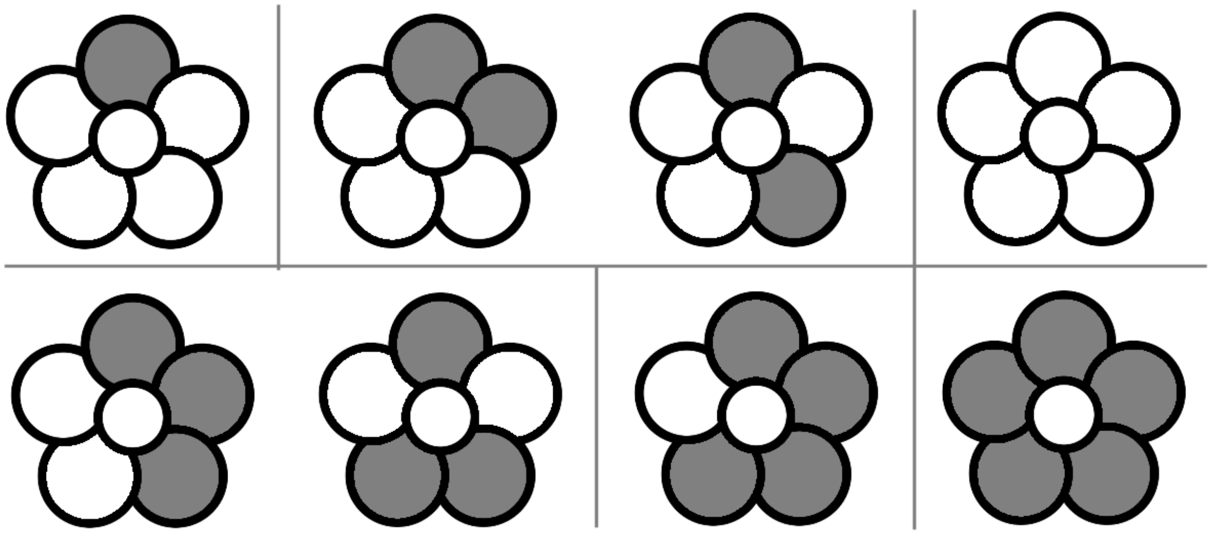
	1	8	15
11	14	5	2
4	7	12	9
13	10	3	6

Ci sono anche altre soluzioni.



231.

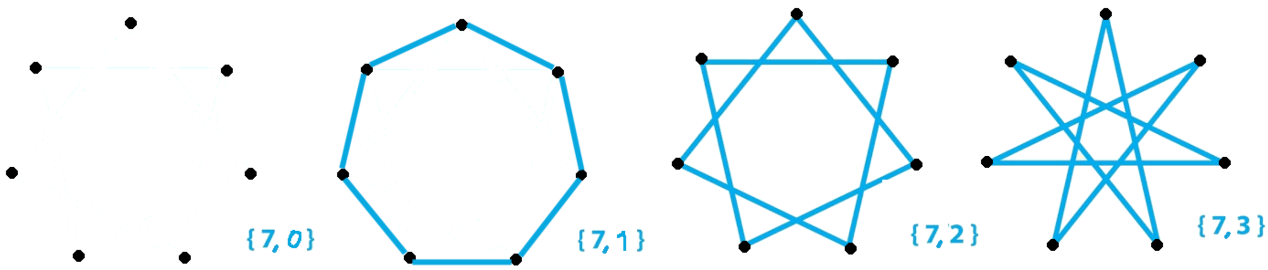
8:



Con 6 petali i casi sono 13.

232.

Queste sono le stelle diverse con 7 vertici:



$\{7, 0\} = \{7, 7\}$; $\{7, 1\} = \{7, 6\}$; $\{7, 2\} = \{7, 5\}$; $\{7, 3\} = \{7, 4\}$;

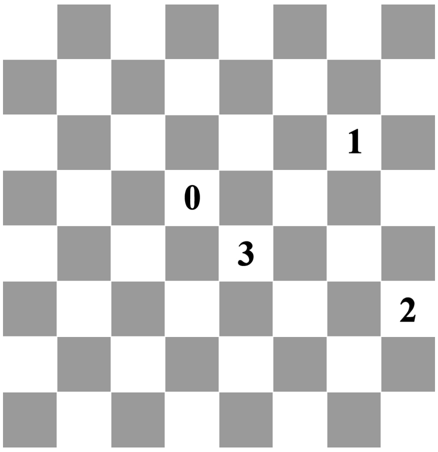
Con 8 vertici ci sono 5 stelle divese: $\{8, 0\}$, $\{8, 1\}$, $\{8, 2\}$, $\{8, 3\}$, $\{8, 4\}$.

Con n vertici ci sono $\frac{n}{2}+1$ stelle diverse (se il numero viene con la virgola devi troncarlo tenendo solo la parte intera).

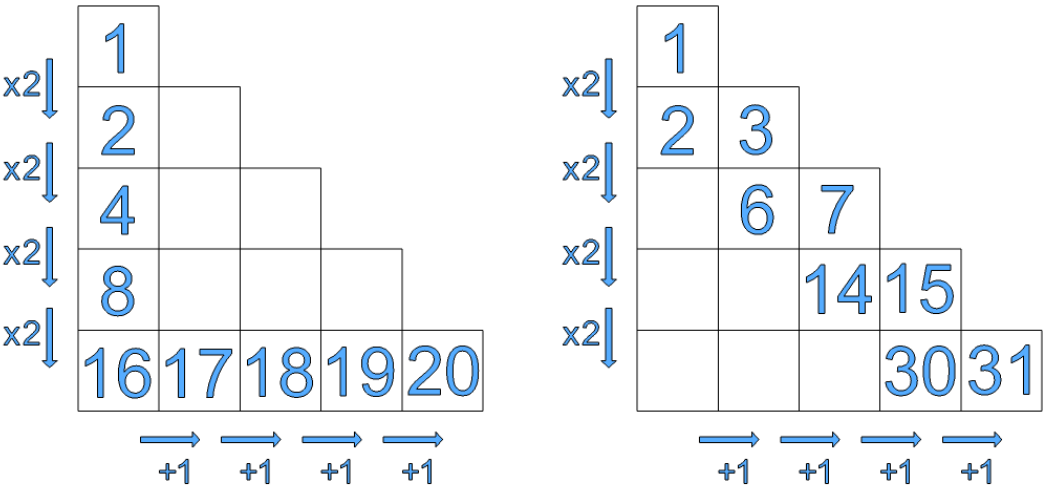
Provando un po' ti puoi rendere conto che la stella {p, q} è fatta da un percorso unico se p e q non hanno divisori in comune.

233.

Sono sufficienti 3 mosse del canguro:



234.

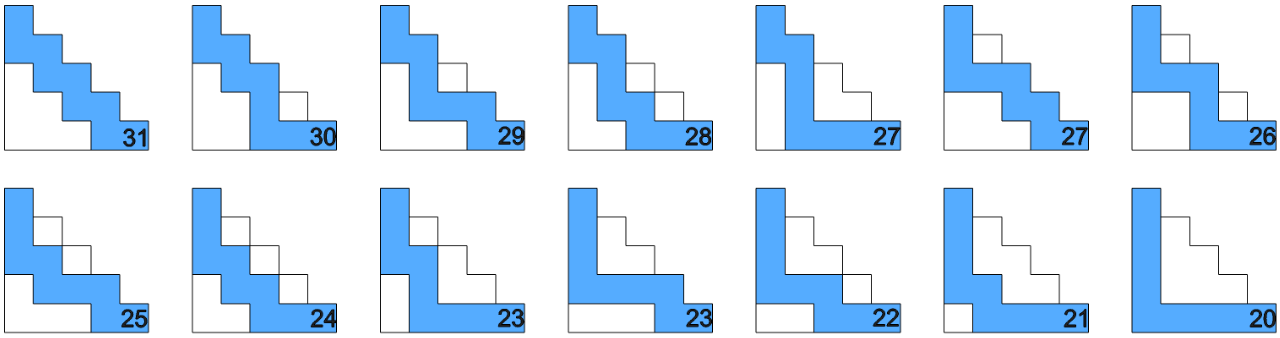


Il numero minimo con *n* righe è: $2^{n-1}+n-1$.

Il numero massimo con *n* righe è: $2^{n}-1$.

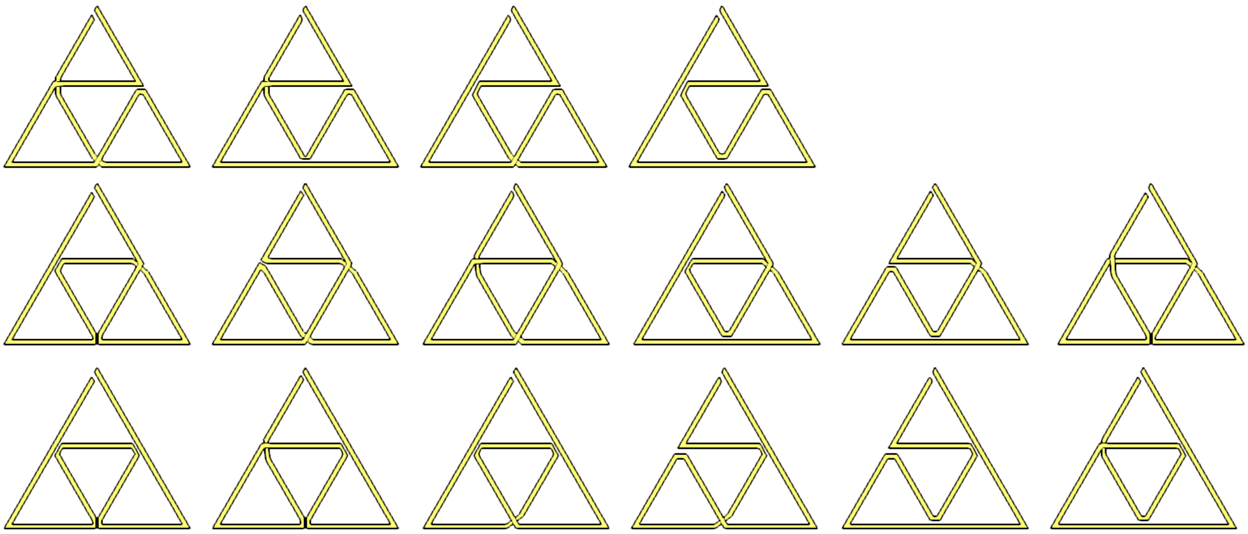
235.

Ci sono 14 percorsi:



236.

16:



237.

Figura 1: no, figura 2: si, figura 3: no, figura 4: si.

Esiste un semplice modo per sapere quali figure possono essere tracciate e quali no.

Diciamo che un incrocio è dispari se da esso partono un numero dispari di tratti di penna.

Puoi tracciare una figura senza mai staccare la penna solo il numero di incroci dispari è 2 oppure 0.

238.

Puoi giungere a Roma con i valori:

$17 = \quad 2^4+1 \quad ,$

$18 = \quad (2^3+1)\times 2 \quad ,$

$20 = \quad (2^2+1)\times 2^2 \quad ,$

$24 = \quad (2^1+1)\times 2^3 \quad ,$

$32 = \quad (1+1)\times 2^4 \quad .$

Se i rettangoli sono 5 puoi ottenere i valori:

$33 = \quad 2^5+1 \quad ,$

$34 = \quad (2^4+1)\times 2 \quad ,$

$36 = \quad (2^3+1)\times 2^2 \quad ,$

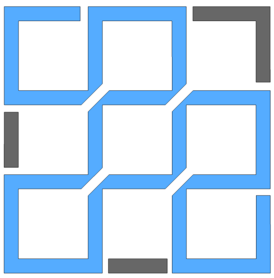
$40 = \quad (2^2+1)\times 2^3 \quad ,$

$48 = \quad (2^1+1)\times 2^4 \quad ,$

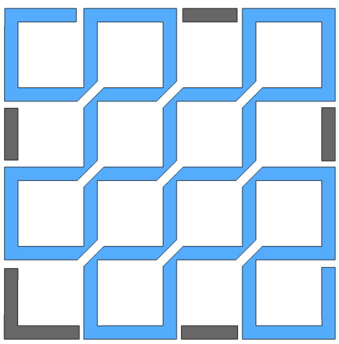
$64 = \quad (1+1)\times 2^5 \quad .$

239.

Il percorso più lungo nella griglia 3×3 è fatto da 20 segmenti; restano esclusi 4 segmenti:



Il percorso più lungo nella griglia 4×4 è fatto da 34 segmenti; restano esclusi 6 segmenti:

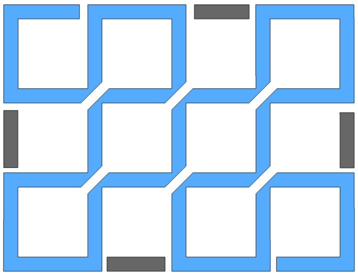


Da questo schema puoi capire che puoi percorrere tutti i segmenti tranne la metà dei segmenti sul bordo della griglia, più due segmenti extra che sono l'inizio e la fine.

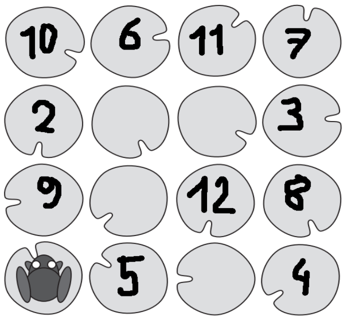
Quindi in una griglia $n\times n$ i segmenti che devi escludere sono: $\quad 2n-2 \quad .$

240.

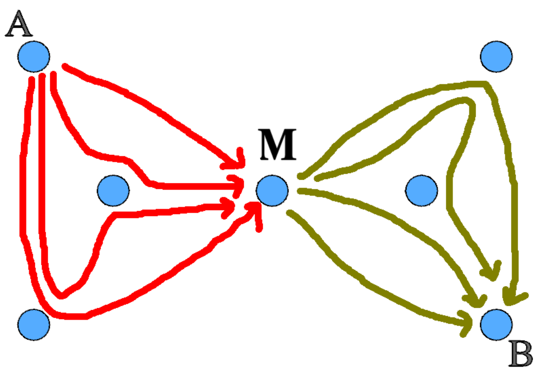
Nella griglia 3×4 puoi percorrere 27 segmenti e ne restano esclusi 4:



241.



242.



Ci sono 4 modi di andare da A a M e 4 modi di andare da M a B.
Ogni modi di andare da A a M può essere abbinato con un qualunque modo di andare da M a B.
Quindi i percorsi possibili da A a B sono 4×4 = 16.

243.

8 0 0,
3 5 0,
3 2 3,
6 2 0,
6 0 2,
1 5 2,
1 4 3,
4 4 0.

244.

L'unica soluzione è:

3	2	4	1
1	3	2	4
4	1	3	2
2	4	1	3

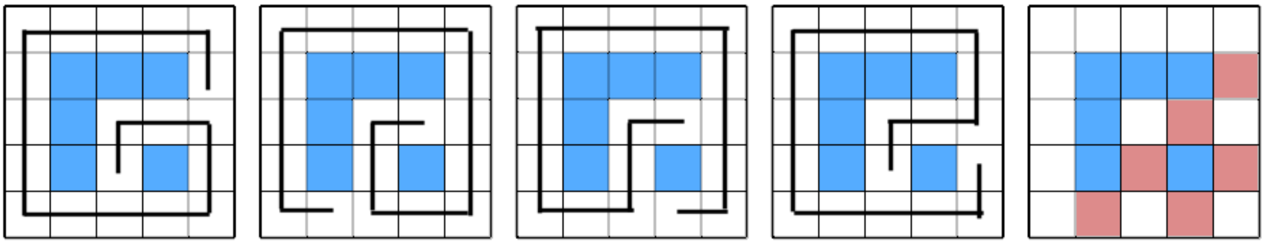
245.

L'unica soluzion è:

4	2	5	1	3
1	3	4	5	2
2	5	1	3	4
3	1	2	4	5
5	4	3	2	1

246.

Ecco alcuni percorsi possibili, in rosa sono segnate le caselle da cui è possibile partire per visitare tutte le altre:



247.

Con 3 coppie di parentesi, 5 modi:

((()))   ()(())   ()()()   (())()   (()())

Con 4 coppie di parentesi, 12 modi:

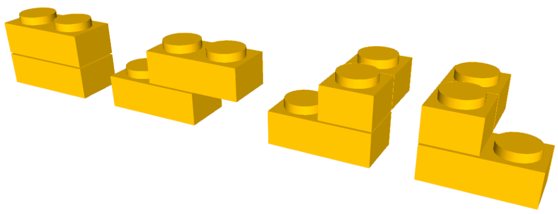
((())), (()()), (())(), ()(()), ()()(), (()(())), ((()())),

((())()), (()()()), ((()))(), ()((())), ()(()()), ()(())(), ()()(())

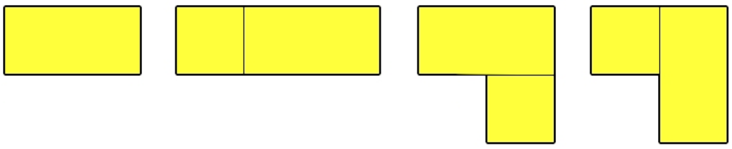
Curiosità: con 5 coppie di parentesi hai 142 modi di annidarle.

248.

4:

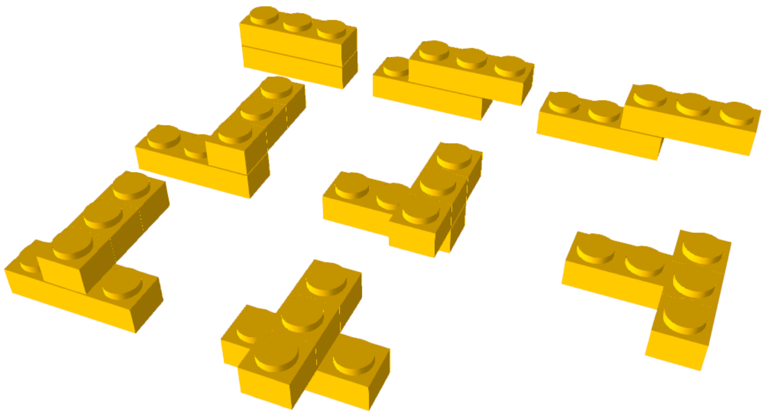


Puoi anche rappresentare le soluzioni così:



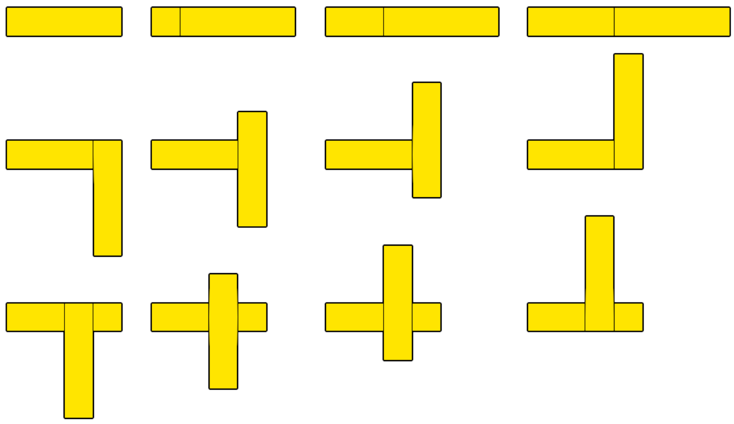
249.

8:



250.

12:



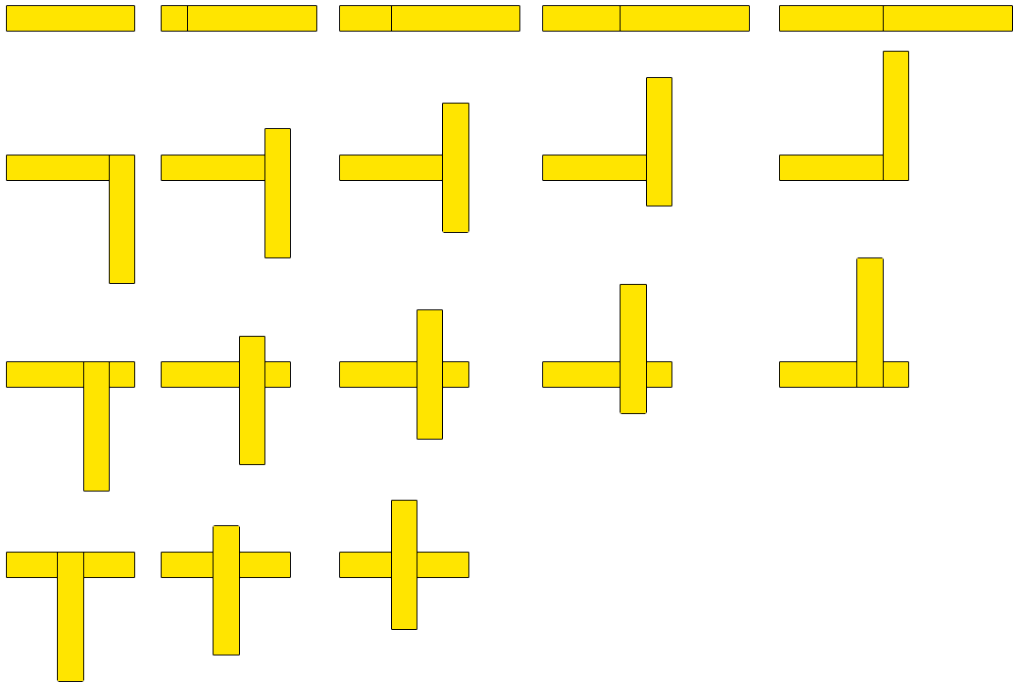
Dalla figura puoi osservare che i 12 casi derivano da: 4 + 4×2 (i 4 casi di pezzi allineati e gli 8 casi di pezzi ortogonali).

Nel caso di due pezzi 6×1, avrai 6 + 6×3 = 24.

Nel caso di due pezzi n×1 con n pari, avrai $n+n\cdot\frac{n}{2}=n+\frac{n^2}{2}$.

251.

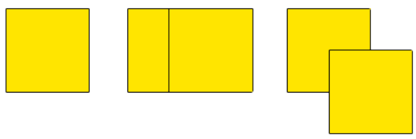
18:



Dalla figura puoi osservare che i 18 casi derivano da: $5 + 5\times(5-1)/2 + (5+1)/2$ (5 casi di pezzi allineati, 10 casi di pezzi ortogonali non attaccati al centro del pezzo inferiore, 3 casi di pezzi ortgonali attaccati nel centro del pezzo inferiore).

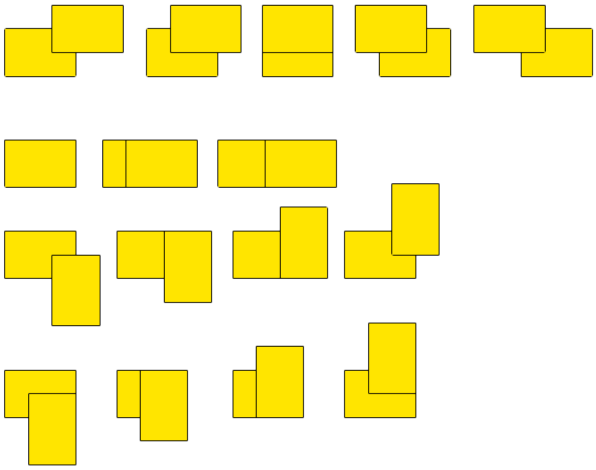
252.

3:



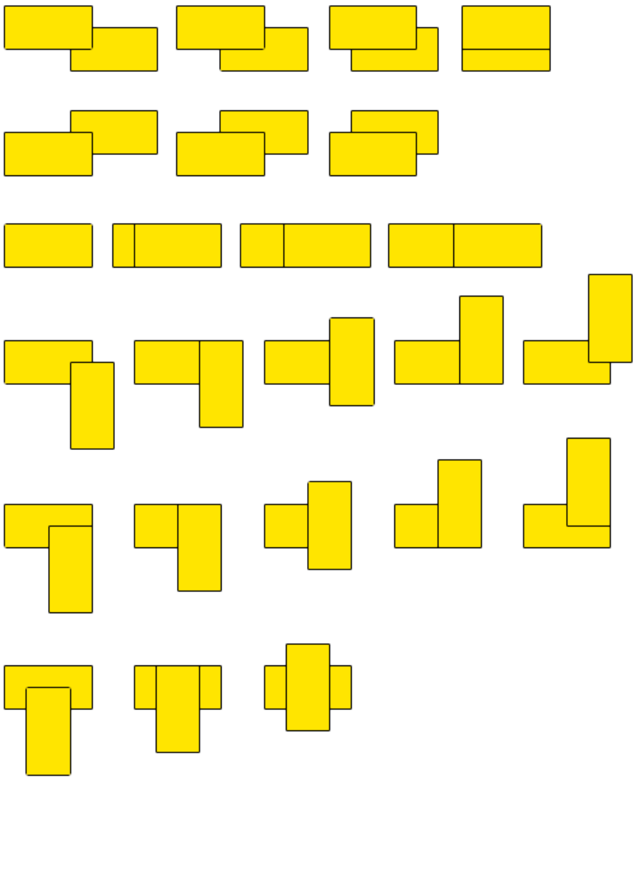
253.

16:



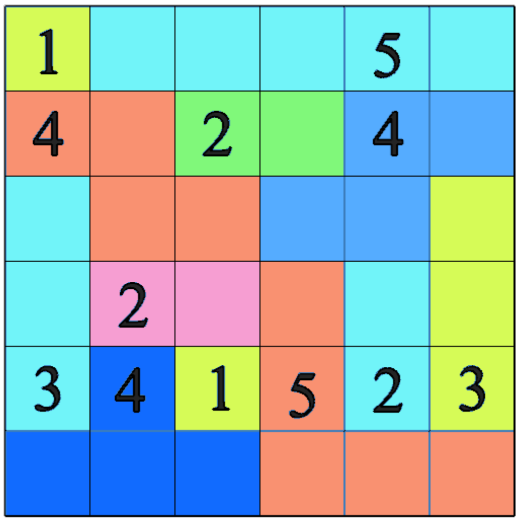
254.

24:

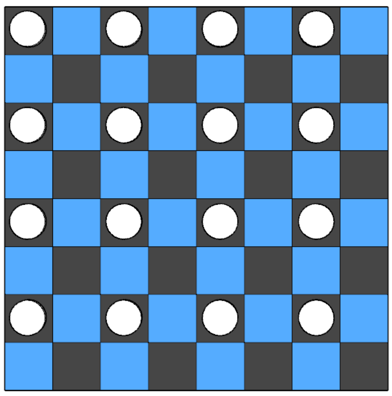


255.

Ci sono molte soluzioni, eccone una:



256.



In una scacchiera 8×8 puoi mettere 4×4 pedine che non si toccano.

In una scacchiera 11×11 puoi mettere 6×6 pedine che non si toccano.

In generale in una scacchiera $n \times n$ puoi mettere: $\frac{n}{2} \times \frac{n}{2}$ pedine se n è pari

oppure $\frac{n+1}{2} \times \frac{n+1}{2}$ se n è dispari.

Capitolo 2

Configurazioni

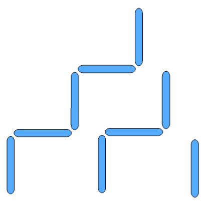
257.

Per passare da una figura alla successiva devi aggiungere 7 sbarrette:

10 → 3+70;

n → $3+7n$

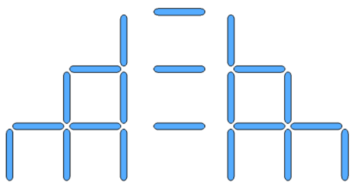
258.



Se smonti la terza figura puoi vedere che si tratta della somma dei numeri dispari (vedi Quesito 45.)

10 → 100; n → n^2

259.



Puoi scomporre la terza figura in due pile di sedie (esercizio precedente) più 3 sbarrette:

Analogamente puoi scomporre la figura 10 in di due pile di sedie più 10 sbarrette.

10 → 210; n → $2n^2+n$

260.

Sono semplicemente i Numeri Triangolari 44.

10 → 55; n → $n(n+1)/2$

261.

Somme dei numeri dispari (vedi Quesito 45.).

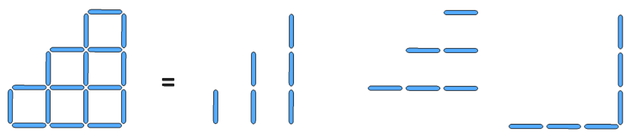
10 → 100; n → n^2

262.

10 → 165; n → $3\frac{n(n+1)}{2} - n = \frac{n\cdot(3n+1)}{2}$

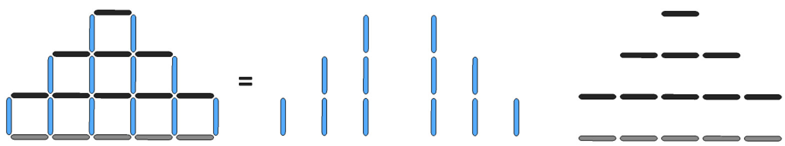
Procedi come per il quesito del triangolo di sbarrette e sottrai *n* sbarrette della base.

263.



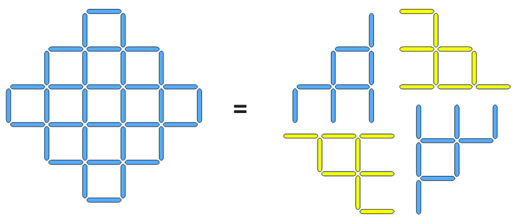
10 → 130; n → $n(n+1)+2n=n^2+3n$

264.



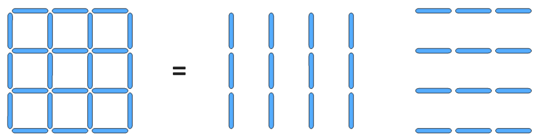
10 → 229; n → $n(n+1)+n^2+2n-1=2n^2+3n-1$

265.



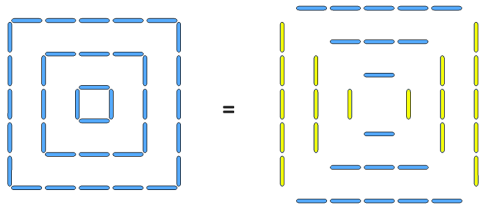
10 → 400; n → $4n^2$

266.



10 → 220; n → $2n(n+1)$; griglia m×n → $m(n+1)+n(m+1)=2mn+m+n$.

267.



10 → 400; n → $4n^2$

268.

10 → 160; n → $16n$

269.

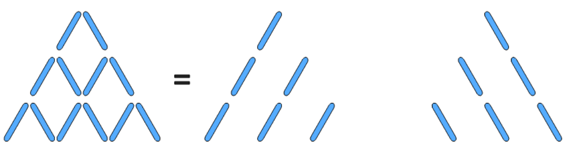
Puoi scomporre la figura 10 così:

(1+1) + (2+2) + (3+3) + ... + (10+10) = 2 (1+2+3+...+10) = 10 × 11.

Si tratta quindi del doppio dei numeri triangolari 44.

10 → 110; n → $n(n+1)$

270.



10 → 110; n → $n(n+1)$

271.

1	2	3	...	10
2	4	6	...	20
3	6	9	...	30
...	...	...	...	...
10	20	30	...	100

La somma dei numeri della prima riga corrisponde alla somma dei numeri da 1 a 10 fa 55

I numeri della seconda riga sono ciascuno il doppio dei numeri della prima riga quindi la somma dei numeri della seconda riga fa 110.

La somma dei numeri della terza riga farà 3×55 e cosi via.

Quindi devi calcolare:

55 + 55×2 + 55×3 + 55×5 + 55×6 + 55×7 + 55×8 + 55×9 + 55×10 =

55 × (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) = 55 × 55.

272.

Rettangolo 5×6: pallini 6×7=42; sbarrette 6×6+5×7=71;

Rettangolo *n*×*m*: pallini $(n+1)(m+1)$; sbarrette $n(m-1)+m(n-1)$;

273.

Cornice 6 × 5: Quadrati = 2 (6 – 1 + 5 – 1) = 18; Pallini = doppio dei quadrati = 36;

sbarrette = triplo dei quadrati = 54.

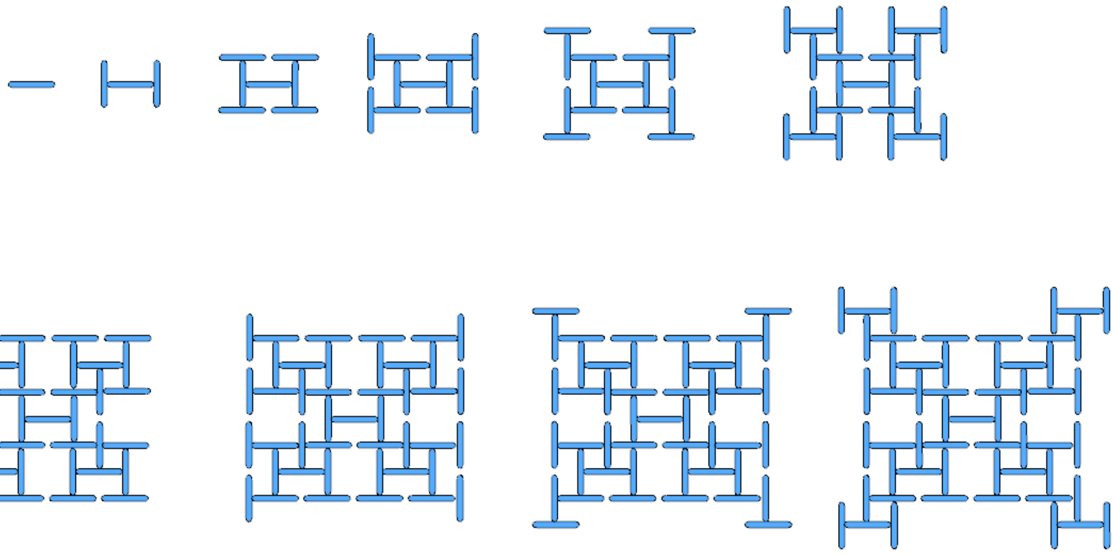
Cornice *m* × *n*: Quadrati = $2(m-1+n-1)$; Pallini = $4(m-1+n-1)$;
sbarrette = $6(m-1+n-1)$.

274.

Bianchi: 10 → 100; n → n^2 ;

Blu: 10 → 44 = 11 × 4; $n \rightarrow (n+1)\times 4$;

275.



276.

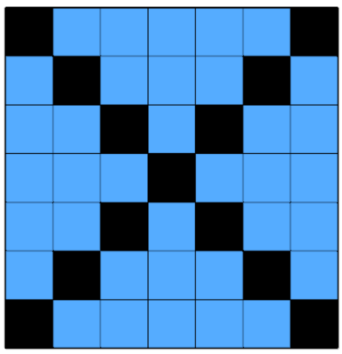
I quadratini chiari nella figura 10 sono la somma dei numeri da 1 a 10 quindi 55.
I quadratini scuri nella figura 10 sono la somma dei numeri da 1 a 11 quindi 66.

I quadratini chiari nella figura *n* sono la somma dei numeri da 1 a *n* cioè: $\frac{n(n+1)}{2}$

I quadratini scuri nella figura n sono la somma dei numeri da 1 a $n+1$, cioè: $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

Dalla figura puoi anche osservare che la somma di due numeri triangolari consecutivi fa sempre un numero quadrato.

277.



I quadratini neri nella figura 7 sono 7+7-1 = 13. Di conseguenza i quadratini blu sono 49-13 = 36.

I quadratini neri nella figura 11 sono 11+11-1 = 21. Di conseguenza i quadratini blu sono 11×11 – 21 = 100.

I quadratini neri nella figura *n* sono $n+n-1$. Di conseguenza i quadratini blu sono $n \times n - 2\text{n} - 1 = (n-1)^2$.

278.

$1 \rightarrow 24$, $2 \rightarrow 32$, $3 \rightarrow 40$, $4 \rightarrow 48$, $10 \rightarrow 96$, $n \rightarrow 8n + 16$.

279.

$10 \rightarrow 101$; $n \rightarrow (n-1)(n+1)+2=n^2+1$;

280.

La figura 3 si scompone cosi:

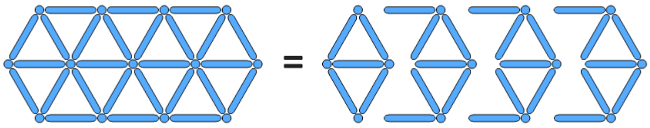


Figura 10: triangoli $2+4\times10=42$; sbarrette $5+7\times10=75$; vertici $4+3\times10=34$;

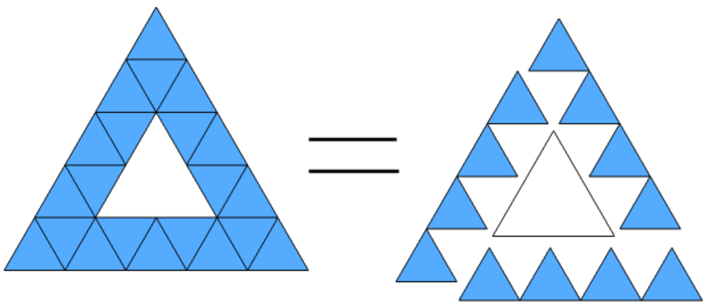
Figura n: triangoli $2+4n$; sbarrette $5+7n$; vertici $4+3n$;

281.

Figura 1: triangolini 15; sbarrette 42; vertici 15

Figura 2: triangolini 21; sbarrette 60; vertici 21

Figura 3: triangolini 27; sbarrette 78; vertici 27



Triangolini. Considera la figura 2, il buco triangolare ha il lato di 2 unità mentre la figura totale ha il lato di 5 unità.

Uun triangolo di lato di n resta diviso in n^2 triangolini.

Quindi nella figura 2 il numero di triangolini è $5^2-2^2=21$
Nella figura n i triangolini sono $(n+3)^2-n^2=6n+9$.

I vertici sono la stessa quantità dei triangolini.

Sbarrette. Considera la figura 2 e scomponila come mostrato.

Puoi conteggiare le sbarrette cosi: il lato esterno della cornice è dato dal lato interno aumentato di 2, cioè 2+2 = 4; quindi ci sono 4×3 triangoli blu e ognuno ha 3 lati. In più il triangolo interno di lato 2 è composto da 2×3 sbarrette. Totale: (2+2)×3×3 + 2×3 = 42.

In generale $3(n+2)\cdot 3+3n=6(2n+3)$.

282.

Figura 3: sbarrette 33; pallini 16; triangolini 18;

Figura 3: sbarrette 33; pallini 85; triangolini 50;

Figura *n*: sbarrette $3n(n+1)-n=3n^2+2n$; pallini $(n+1)^2$; triangolini $2n^2$;

283.

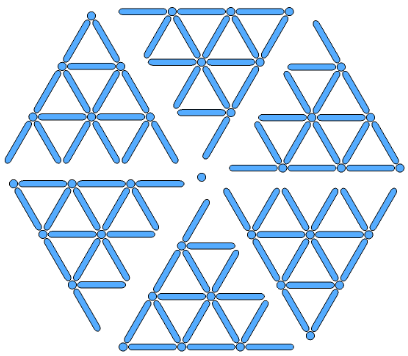


Figura 1: triangolini 6, sbarrette 12, vertici 7;

Figura 2: triangolini 24, sbarrette 42, vertici 19;

Figura 3: triangolini 54, sbarrette 90, vertici 37;

Figura 4: triangolini 96, sbarrette 156, vertici 61;

La figura si può scomporre come mostrato in 6 castelli di carte (vedi Quesito 262.) quindi è sufficiente moltiplicare per 6 le formule del castello di carte.

Figura *n*:

triangolini $6n^2$,

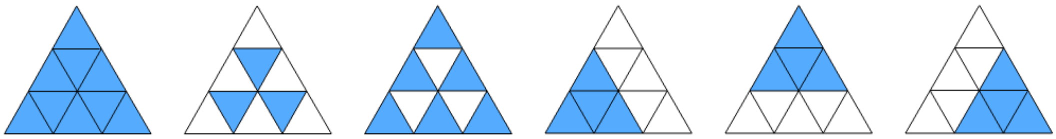
sbarrette $3n\cdot(3n+1)$,

vertici $6\frac{n(n+1)}{2}+1=3n(n+1)+1$;

Quanti Ne Vedi?

284.

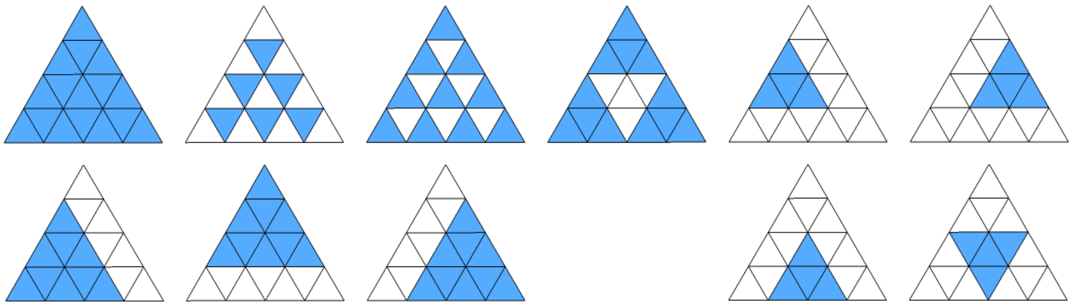
9 + 3 + 1 = 13. Conta i triangoli blu:



I rombi che puoi vedere sono 9.

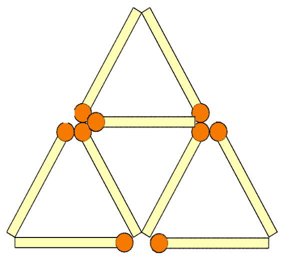
285.

16 + 7 + 3 + 1 = 27. Conta i triangoli blu:



I rombi che puoi vedere 18.

286.



Li vedi i 5 triangoli?

287.

Ci sono: 9 quadrati 1×1, 4 quadrati 2×2, 1 quadrato 3×3. Totale 9+4+1=14 quadrati.

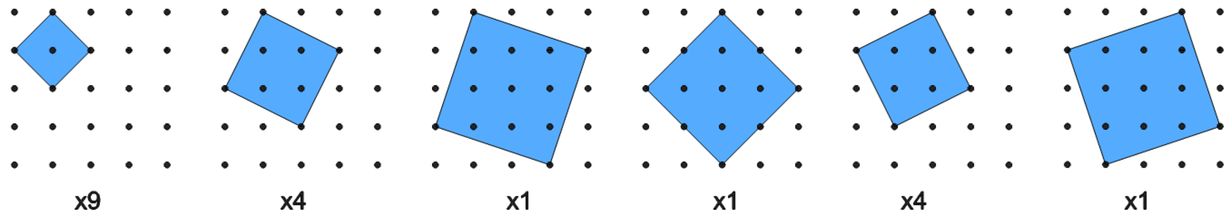
Nel caso di una scacchiera 4×4 ci sono: 16 quadrati 1×1, 9 quadrati 2×2, 4 quadrati 3×3, 1 quadrato 4×4 per un totale di 16+9+4+1 = 30 quadrati.

Nel caso di una scacchiera n×n devi calcolare $n^2+(n-1)^2+...+3^2+2^2+1^2$.

Curiosità: è possibile dimostrare che questa somma fa: $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

288.

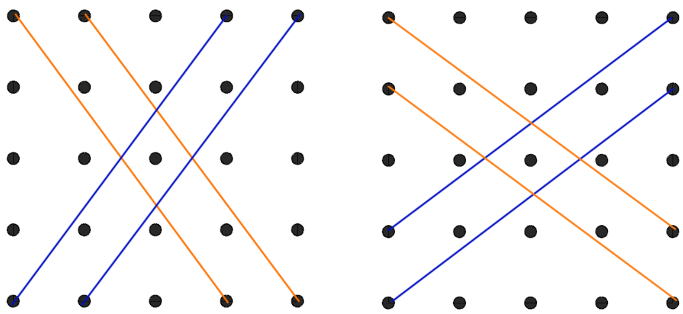
20:



289.

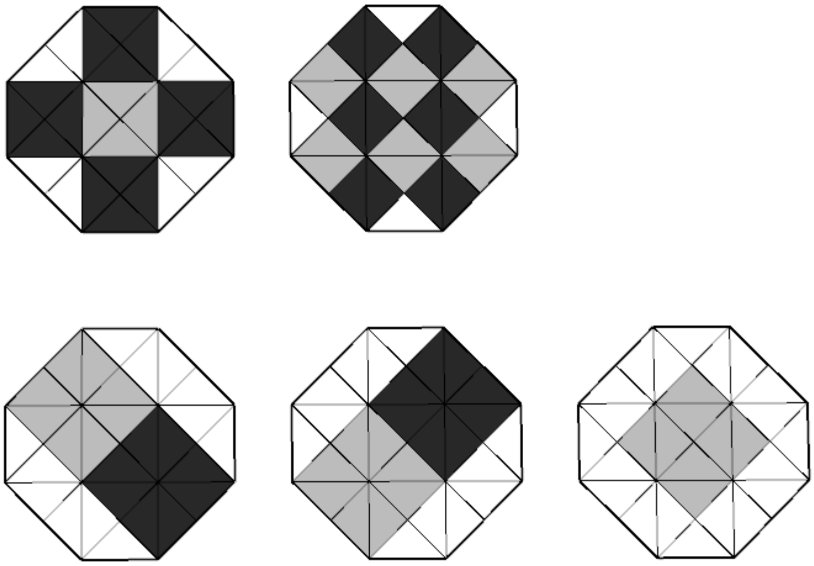
Oltre ai 5 segmenti orizzontali e ai 5 segmenti verticali, ci sono le ipotenuse dei triangoli che hanno i cateti lunghi 3 e 4 unità. Se hai studiato il Teorema di Pitagora saprai che questi triangoli hanno l'ipotenusa di 5 unità.

Quindi ci sono in totale 5 + 5 + 4 + 4 = 18 segmenti di lunghezza 5.



290.

Puoi vedere 5 + 12 + 5 = 22 quadrati. Conta i quadrati grigi e neri:



291.

1 → 1; 2 → 2; 3 → 6; 4 → 10; 5 → 15; n → $\dfrac{n(n+1)}{2}$.

292.

1 → 3; 2 → 6; 3 → 18; 4 → 30; 5 → 45; n → $\dfrac{3n(n+1)}{2}$.

293.

1 → 6; 2 → 12; 3 → 36; 4 → 60; 5 → 90; n → $3n(n+1)$.

294.

3 → 8; 4 → 16; 5 → 27.

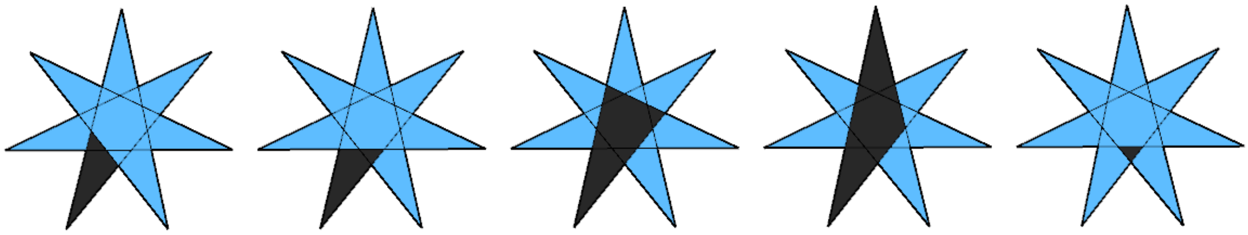
Nella figura è mostrato il caso 4:

4 3 2 1 6

In generale puoi vedere $\frac{n(n+1)}{2}+(n-2)(n-1)$ quadrati nella figura n.

295.

Puoi vedere 5 triangoli per ciascuna punta della stella, per un totale di 35 triangoli.



Area e Perimetro

296.

100 → $(k-2)100+2$; n → $(k-2)n+2$.

297.

Tavoli 3×2 uniti per il lato di lunghezza 3:

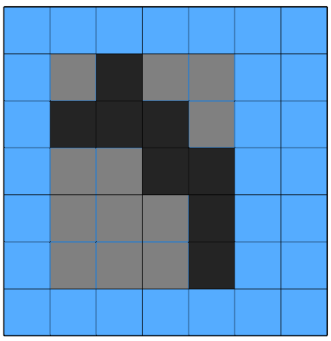
10 → 4 × 10 + 6 = 46;

k → $4k+6$.

Tavoli $n\times m$ uniti per il lato di lunghezza n:

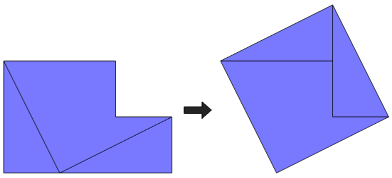
k → $2m\cdot k+2n$.

298.



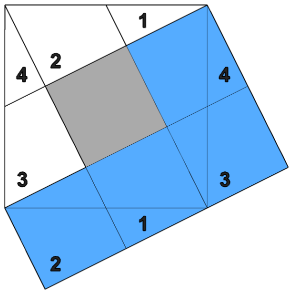
Se aggiungi tutti i quadretti grigi ottieni un rettangolo 4×5 di perimetro 18 uguale al perimetro della figura nera di partenza. Quindi puoi aggiungere 12 quadretti alla figura originale senza cambiarne il perimetro.

299.



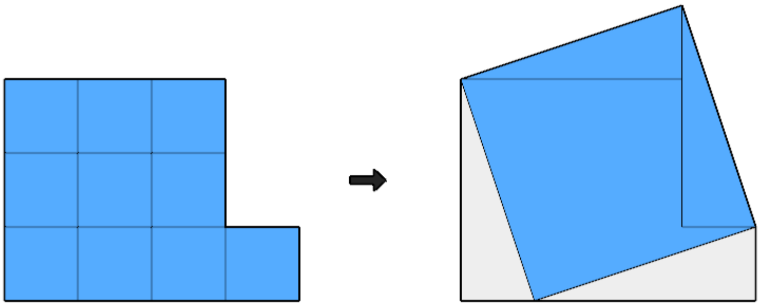
300.

Un quinto: se sposti i pezzi come mostrato, ottieni una figura in cui puoi vedere bene che la parte



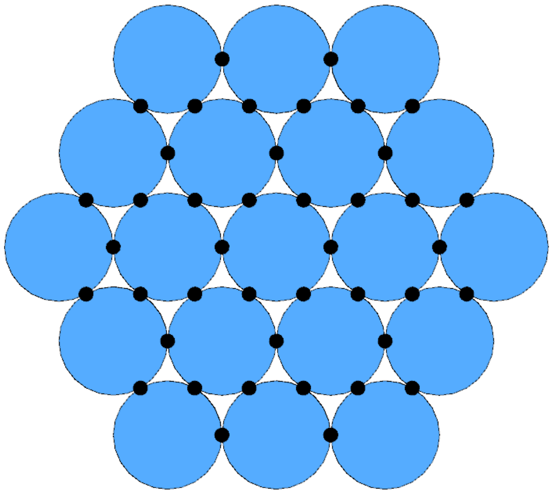
grigia è un quinto del totale.

301.



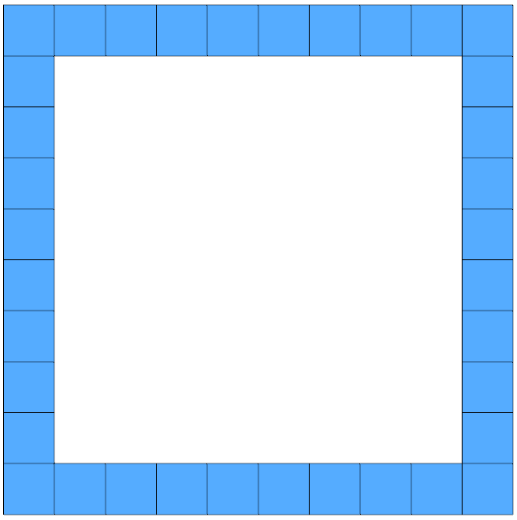
302.

Il maggior numero di punti di contatto tra 19 monete uguali è 42:



303.

Il muretto è fatto da 36 cubetti. Quindi, fai attenzione, ha 10 cubetti per lato:

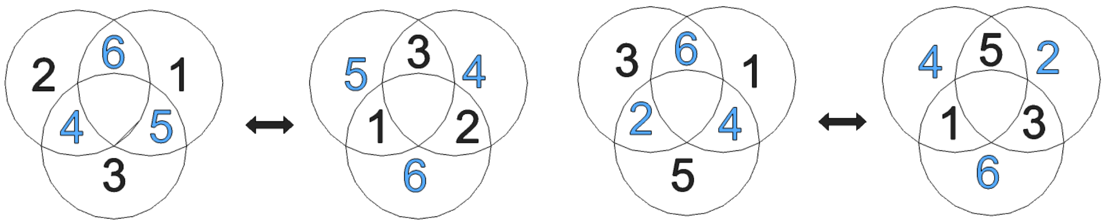


All'interno resta uno spazio di $8 \times 8 = 64$ cubetti.

Somme Costanti

304.

Ci sono 4 soluzioni:



Le frecce nere indicano soluzioni ottenute per rotazione (o inversione) dei numeri.

305.

Ci sono molte soluzioni diverse, eccone una:

2 9 5

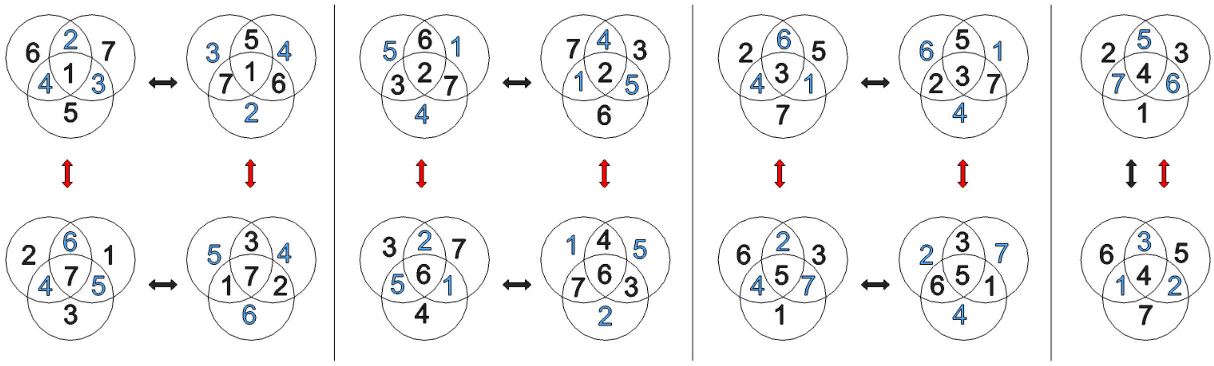
7 1 4

3 8 6

306.

Sette Numeri nei Rombi (o nei Cerchi).

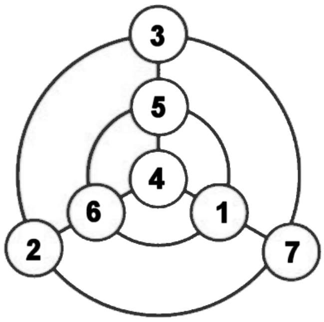
Ci sono 12 soluzione diverse. Abbiamo messo una circonferenza intorno ai numeri che devono avere la stessa somma:



Le frecce nere indicano la soluzione ottenuta per rotazione (o inversione) dei numeri. Le frecce rosse indicano la soluzione ottenuta per complemetarietà: al numero n corrisponde il numero $8 - n$. Se si escludono le rotazioni e i complementari ci sono solo 4 soluzioni veramente diverse con al centro i numeri: 1, 2, 3, 4.

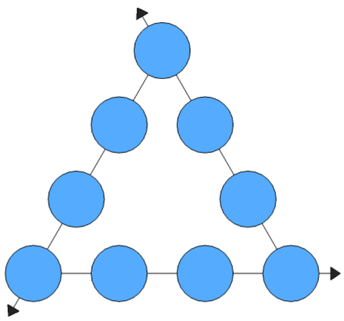
307.

A meno di semplici scambi c'è una sola soluzione:



Per ottenere altre soluzioni equivalenti puoi per esempio scambiare i numeri della circonferenza esterna con quelli della circonferenza intermedia.

308.



1 2 3 4 5 6 7 8 9

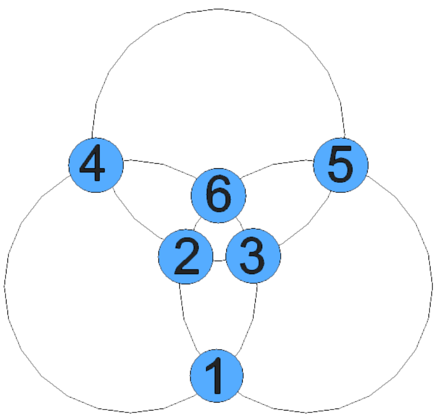
Il problema è equivalente a mettere i numeri da 1 a 9 sui lati di un triangolo come in figura di modo che la somma su ogni lato sia la stessa. Ovviamente, data una soluzione, i due numeri al centro di un lato possono essere scambiati. Le soluzioni sono molte, ecco l'elenco di quelle veramente diverse:

somma = 17		somma = 19		somma = 19	
2 5 4 9 8 **1** 6 7 **3**	**2** 6 5 8 7 **1** 4 9 **3**	**4** 5 2 9 6 **1** 3 8 **7**	**4** 6 3 8 5 **1** 2 9 **7**	**3** 5 1 9 8 **2** 4 6 **7**	**3** 6 4 8 5 **2** 1 9 **7**
somma = 23		somma = 21		somma = 21	
8 5 6 1 2 **9** 4 3 **7**	**8** 4 5 2 3 **9** 6 1 **7**	**6** 5 8 1 4 **9** 7 2 **3**	**6** 4 7 2 5 **9** 8 1 **3**	**7** 5 9 1 2 **8** 6 4 **3**	**7** 4 6 2 5 **8** 9 1 **3**
somma = 20		somma = 20		somma = 20	somma = 20
5 9 1 2 8 **4** 3 7 **6**	**5** 3 7 8 2 **4** 1 9 **6**	**5** 4 6 9 1 **2** 3 7 **8**	**5** 6 4 7 3 **2** 1 9 **8**	**5** 6 4 8 2 **1** 3 7 **9**	**5** 4 6 8 2 **3** 1 9 **7**

Se hai una soluzione puoi ottenere la soluzione complementare sostituendo ogni numero *n* con il numero 10 – *n*. Le soluzioni complementari di quelle con somma 17 hanno somma 23. Le soluzioni complementari di quelle con somma 17 hanno somma 23. Le soluzioni con somma 20 sono complementari di se stesse.

309.

Esiste una soluzione fondamentale:



Tutte le altre soluzioni si ottengono per simmetria, rotazione oppure facendo uno o più scambi del tipo: 1 ↔ 6, 2 ↔ 5, 4 ↔ 3. Se, per esempio, scambi il numero 1 con il numero 6, ottieni un'altra soluzione.

310.

Ci sono 6 soluzioni diverse (a meno di rotazioni o simmetrie), i numeri in neretto corrispondono ai vertici del pentagono:

10,1,**6**,9,**2**,7,**8**,5,**4**,3; **10**,1,**8**,5,**6**,4,**9**,3,**7**,2; **1**,9,**4**,8,**2**,7,**5**,6,**3**,**10**

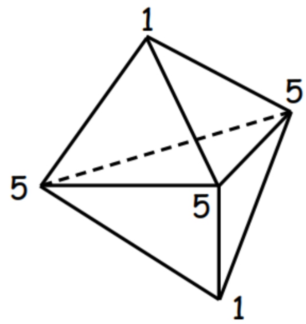
1,8,**7**,6,**3**,4,**9**,2,**5**,10; **1**,9,**7**,2,**8**,5,**4**,3,**10**,6: **1**,8,**7**,6,**3**,9,**4**,2,**10**,5;

311.

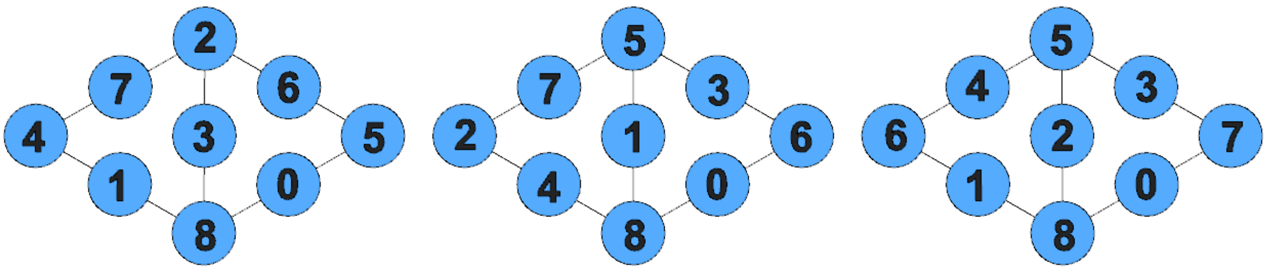
Questo problema è identico al precedente perché ogni rombo è formato da tre numeri più il numero 0 al centro.

312.

Questa è l'unica soluzione, le somme su ogni faccia fanno sempre 11:

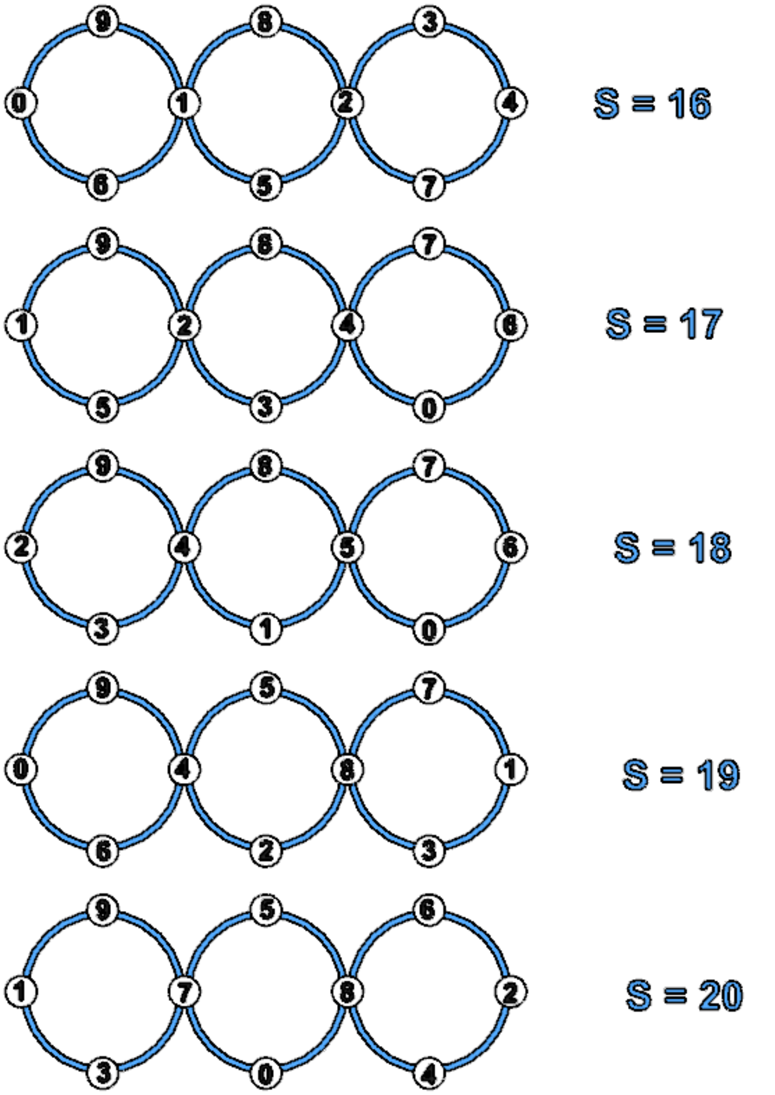


313.



Ci sono tre soluzioni. Nella prima le somme fanno sempre 13, nella seconda 14, nella terza 15.

314.



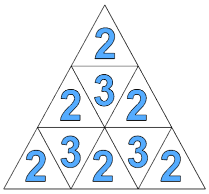
Esistono molte soluzioni. La somma può andare da 16 fino a 20.

315.

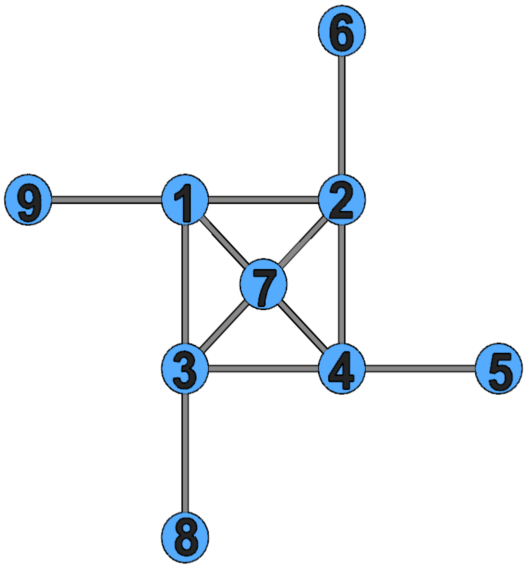
2	3	1
6	3	7
5	0	4

316.

C'è un solo modo:



317.



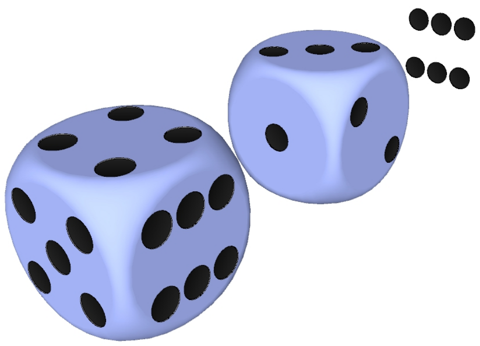
318.

3, 8, 5, -3, -8, -5, 3

319.

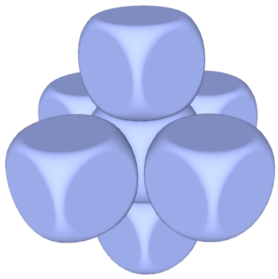
10, 7, -3, -10, -7, 3

320.



Nella faccia indicata dal punto di domanda c'è il numero 6. Puoi provare con 2 dadi veri.

321.



In totale ci sono 7 dadi. Ogni dado ha 1+2+3+4+5+6 = 21 pallini neri. I 21 pallini del dado interno non sono visibili e non sono visibili neanche i pallini delle facce a contatto con il dado interno. Quindi non sono visibili 21×2 pallini.

Pallini totali = 21×7 = 147. Pallini non visibili = 42. Pallini visibili = 147 – 42 = 105.

322.

La somma su ogni riga o colonna deve essere 28.

Dimostrazione. Chiama S la somma su una riga o su una colonna. Se sommi tutte le righe e tutte le colonne insieme ottieni 7S. In questa somma ogni numero compare due volte perché ogni numero appartiene a una riga e a una colonna, tranne il numero 7 che appartiene a 4 colonne. Quindi 7S è uguale al doppio della somma dei numeri da 1 a 13 più 14. Quindi 7S = 196 per cui S = 28.

A meno di scambi tra righe o colonne ci sono **solo 2 soluzioni diverse**:

1, 13, 10, 4,

11, 2, 3,12,

9, 6, 8, 5

1, 10, 4, 13,

12, 2, 11, 3,

8, 9, 6, 5

323.

Ti conviene mettere il numero più grande possibile al centro della base perché questo numero si usa due volte nella riga superiore. La piramide con il risultato maggiore nella vetta è:

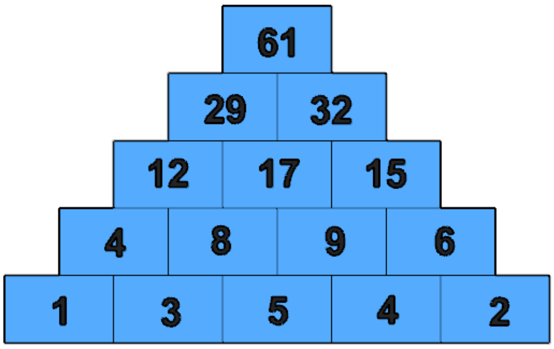
38

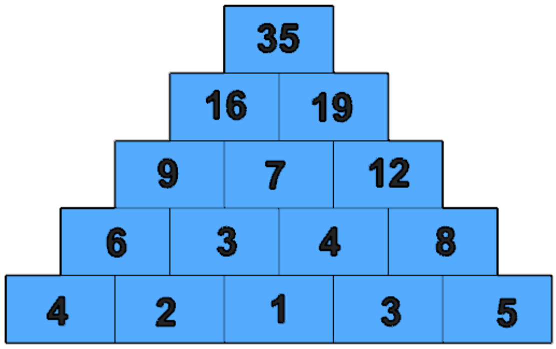
19, 19

1, 18, 1

324.

Il massimo nella vetta della piramide è 61, il minimo è 35. Per avere il massimo devi mettere i numeri grandi al centro della base. Per avere il minimo devi mettere i numeri piccoli al centro della base. Ecco due esempi:





Se chiami a,b,c,d,e i numeri nella riga inferiore, i numeri nella seconda riga sono:

$$a + b,\ b + c,\ c + d,\ d + e$$

I numeri nella terza riga sono:

$$a + 2b + c,\ b + 2c + d,\ c + 2d + e$$

i numeri nella quarta riga sono:

$$a + 3b + 3c + d,\ b + 3c + 3d + e$$

nella quinta riga:

$$a + 4b + 6c + 4d + e$$

Quindi il numero più grande in vetta è 61 con:

$c = 5$, $b = 4$ e $d = 3$ (o viceversa), $a = 2$ e $e = 1$ (o viceversa)

Il numero più piccolo in vetta è 35 con:

$c = 1$, $b = 2$ e $d = 3$ (o viceversa), $a = 3$ e $e = 4$ (o viceversa).

325.

Ecco tutte le soluzioni, leggendo i numeri circolarmente intorno alla stella:

2,10,6 ,8 ,1 ,13,9 ,12,3 ,5 ,4 ,11,7 ,14

2,13,6 ,8 ,1 ,10,12,9 ,3 ,5 ,7 ,11,4 ,14

2,12,4 ,14,1 ,13,6 ,9 ,3 ,8 ,7 ,11,5 ,10

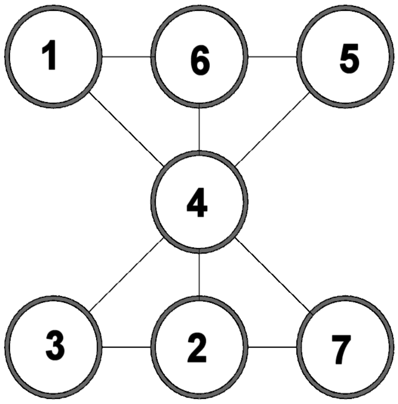
2,12,4 ,14,1 ,13,8 ,7 ,3 ,6 ,9 ,11,5 ,10

2,10,14,8 ,1 ,5 ,9 ,12,3 ,13,4 ,11,7 ,6

La somma di 4 numeri allineati è sempre necessariamente 30 infatti: ogni numero appartiene a due segmenti della stella, la somma dei numeri da 1 a 14 è 105, quindi la somma dei numeri di tutti i segmenti deve essere 210 e 210/7 = 30.

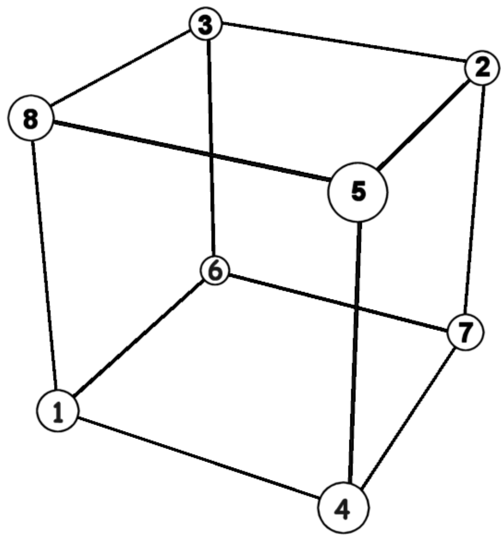
326.

A meno di semplici scambi c'è una soluzione sola:



327.

Chiama S la somma dei numeri su una faccia. La somma dei numeri sulle 6 facce è quindi 6S. Ogni numero appartiene a 3 facce, quindi 6S è uguale a tre volte la somma dei numeri da 1 a 8. Quindi 6S = 108 per cui S = 18. Ora che sai che la somma su ogni faccia è 18 è facile trovare l'unica soluzione:



328.

L'unica soluzione è 10, 8, 5, 2, 4, 1, 3, 6, 9, 7.

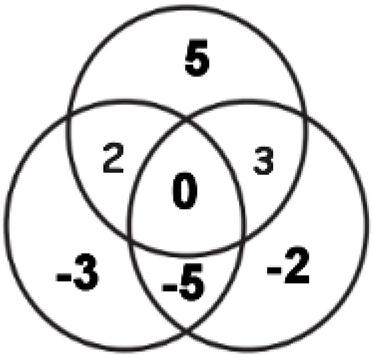
329.

Ci sono 4 soluzioni:

8, 3, 7, 1, 6, 4, 5, 2, 9	somma nei cerchi: 11
7, 6, 5, 2, 3, 8, 1, 4, 9	somma nei cerchi: 13
7, 6, 5, 2, 8, 3, 1, 9, 4	somma nei cerchi: 13
8, 6, 1, 7, 4, 3, 2, 9, 5	somma nei cerchi: 14

330.

L'unica soluzione è:



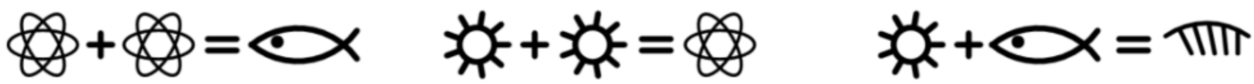
Equazioni

331.

Tre frecce sul bordo esterno valgono 12 punti, quindi una freccia sul bordo esterno vale 4 punti.

Nella prima figura abbiamo 4 frecce sul bordo più una al centro e insieme valgono 24 punti. Siccome le 4 frecce sul bordo valgono 16 punti, **la freccia al centro vale 8 punti**.

332.



Chiama le figure  : occhio, sole, atomo, pettine, pesce.

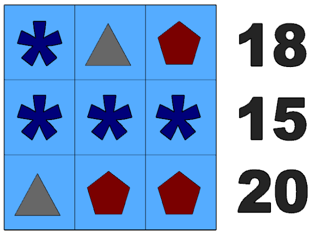
L'atomo è il doppio del sole quindi il sole è numero pari (2 o 4).

Il pesce è il doppio di un atomo quindi il pesce è un numero pari e è più grande dell'atomo per cui il pesce è il numero 4 e l'atomo è il numero 2 e quindi il sole è il numero 1.

Dalla terza equazione troviamo che il pettine è il numero 1+4 = 5.

Quindi il numero 3 deve essere l'occhio.

333.



Dalla riga 2 trovi che l'asterisco vale 5.

Adesso dalla riga 1 trovi

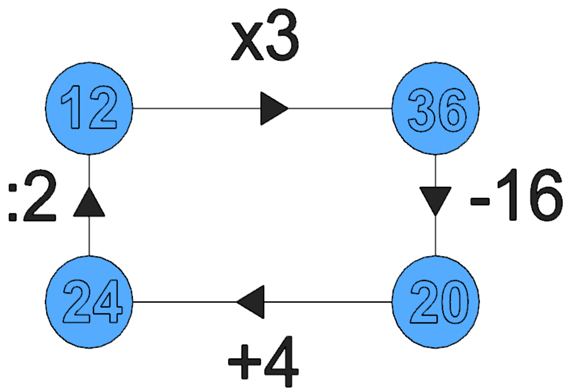
triangolo + pentangono = 13

mentre la riga 3 dice

triangolo + pentagono + pentagono = 20

Quindi significa che il pentangono vale 7. E di conseguenza il triangolo vale 6.

334.



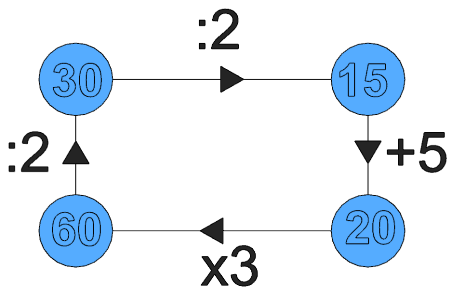
Puoi trovare la soluzione a tentativi oppure con una equazione, chiama *x* il valore del primo cerchietto:

$(3x - 16 + 4) : 2 = x$

$3x - 16 + 4 = 2x$

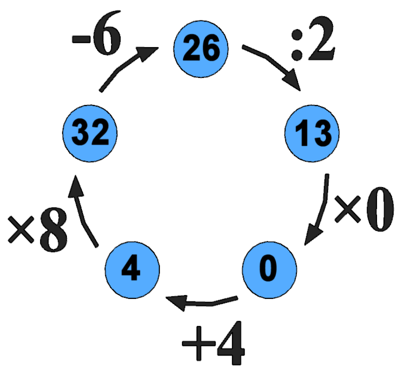
$x = 12.$

335.



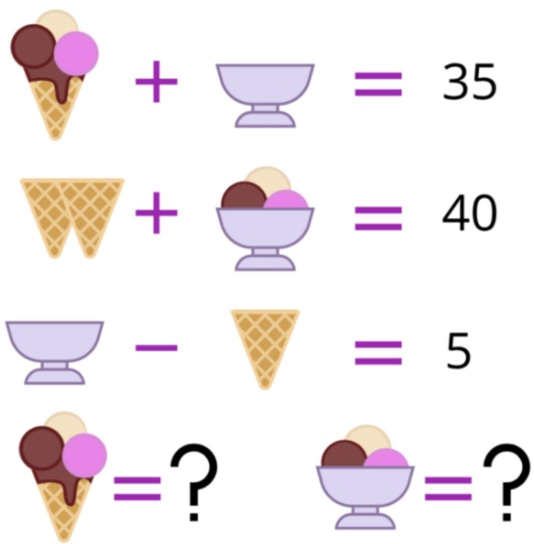
Puoi trovare la soluzione a tentativi oppure con una equazione, chiama x il valore nel primo cerchietto: $(\frac{x}{2}+5)\cdot 3\cdot\frac{1}{2}=x$.

336.



La soluzione in questo caso è semplice perché il numero dopo la moltiplicazione per 0 deve essere 0.

337.



La differenza tra la prima riga e la seconda sta nel fatto che nella seconda riga compare un cono in più: quindi un cono vale 5. Dalla terza riga deduci allora che la coppetta vale 10. Dalla prima riga deduci che il cono con 3 palline di gelato vale 25 e la coppetta con 3 palline di gelato vale 30.

338.

$$\blacksquare + 3\bigstar = 10$$
$$\bigstar - \blacksquare = 2$$
$$\blacksquare + \bigstar = ?$$

La seconda riga ti dice che una stella vale come un quadrato più 2.

Quindi la prima riga diventa

un quadrato + 3 quadrati + 6 = 10

da cui

4 quadrati = 4

e quindi un quadrato vale 1 e una stella vale 3.

339.

$$\heartsuit \times 4 = \star$$
$$\spadesuit \,/\, 4 = \star$$
$$\clubsuit + 4 = \star$$
$$\diamondsuit - 4 = \star$$
$$\heartsuit + \spadesuit + \clubsuit + \diamondsuit = 100$$

L'ultima riga si può riscrivere così:

$$\frac{\ast}{4} + 4\ast + \ast - 4 + \ast + 4 = 100$$

quindi, se moltiplichi per 4 tutti i termini:

$$\ast + 16\ast + 4\ast + 4\ast = 400$$

cioè:

25✱ = 400

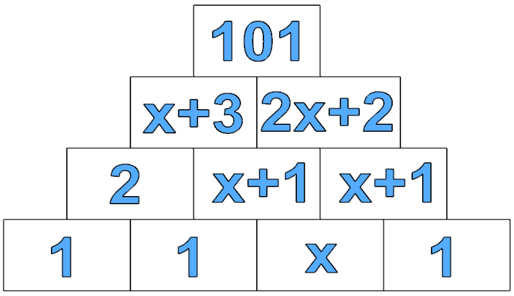
e quindi ✱ = 16, ♥ = 4, ♠ = 64, ♣ = 12, ♦ = 20.

340.

❤❤❤❤ - ♣♣♣ + ♦♦ - ♠ = 1234

♥=2; ♣=9; ♦=1; ♠=0 .

341.



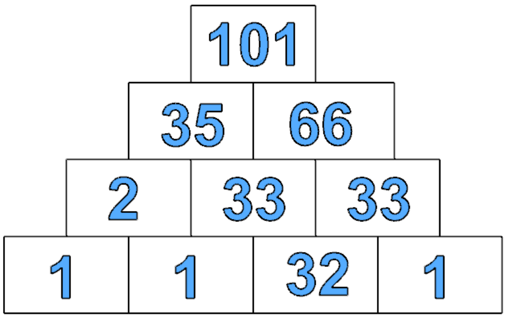
Puoi risolvere il quesito per tentativi oppure puoi chiamare *x* il numero mancante nella base e fare le somme nella piramide come mostrato in figura. Dall'ultima somma ottieni:

$3x + 5 = 101$

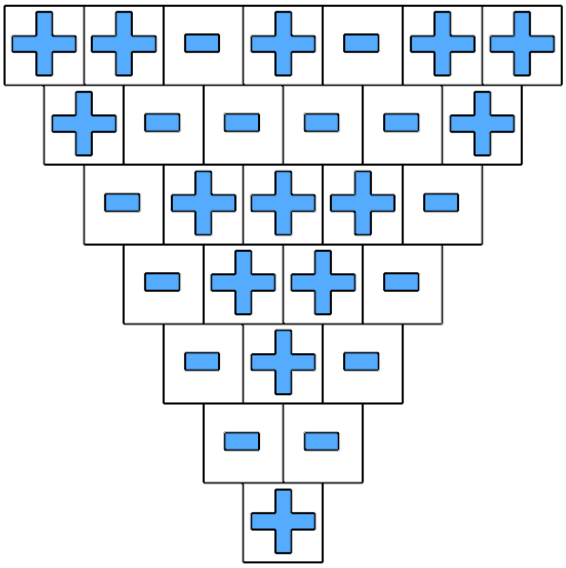
quindi

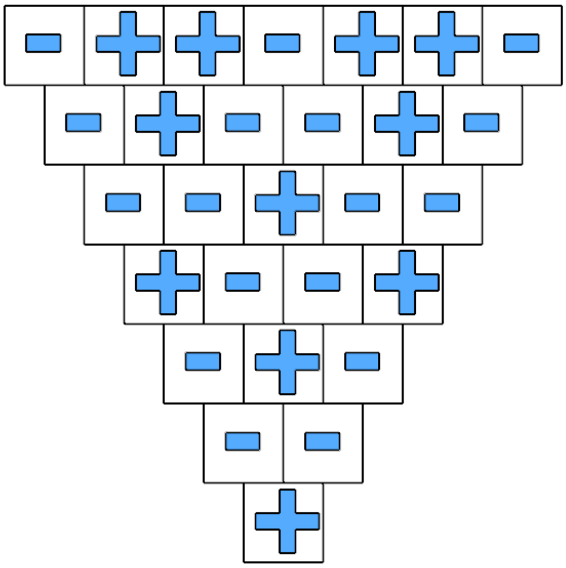
$3x = 96$

$x = 32$



342.





La prima piramide è un esempio con lo stesso numero di segni + e segni – (14).

La seconda piramide è un esempio con il maggior numero possibile di segni – (17).

343.

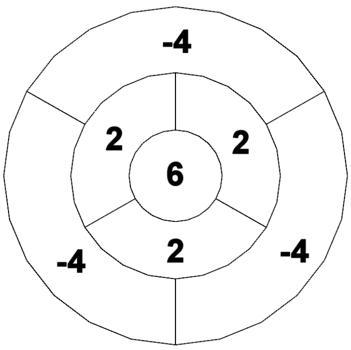
Puoi risolvere il quesito a tentativi oppure puoi chiamare *x* il valore nella seconda casella, allora i valori devono essere:

8, x, 24-8-x, 8, x, 24-8-x, 8, x, 7

Siccome le ultime 3 caselle devono avere somma 24 ottieni x = 7 e

8, 9, 7, 8, 9, 7, 8, 9, 7.

344.



Figure

345.

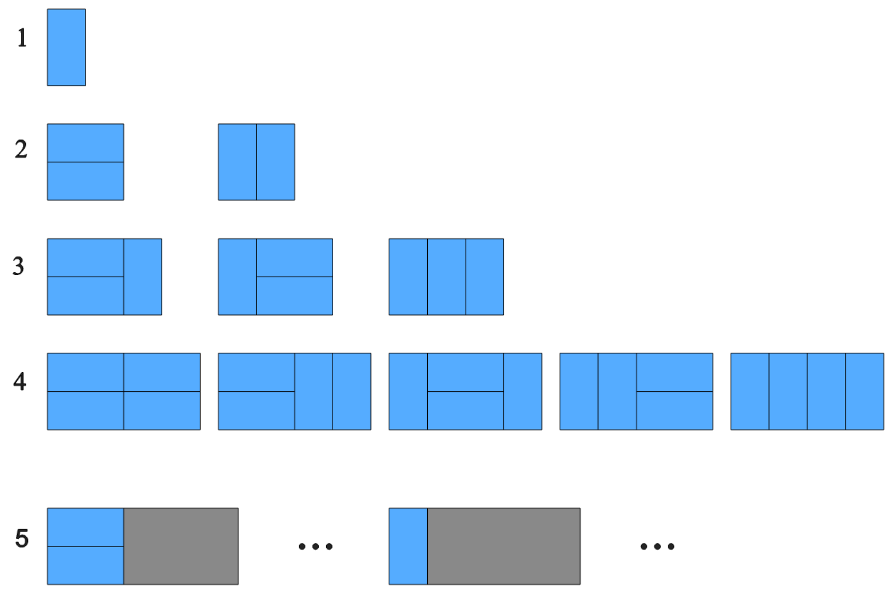
Nella scacchiera 10×10 ci sono 50 scacchi neri e 50 bianchi.

Nella scacchiera 11×11 ci sono 61 scacchi neri e 60 bianchi.

Se n è pari, nella scacchiera $n \times n$ ci sono: $\dfrac{n^2}{2}$ scacchi neri (o bianchi)

Se n è dispari, nella scacchiera $n \times n$ ci sono: $\dfrac{n^2+1}{2}$ scacchi neri e $\dfrac{n^2-1}{2}$ scacchi bianchi.

346.



Ci sono: una soluzione per il caso 1; 2 soluzioni per il caso 2; 3 per il caso 3; 5 per il caso 4.

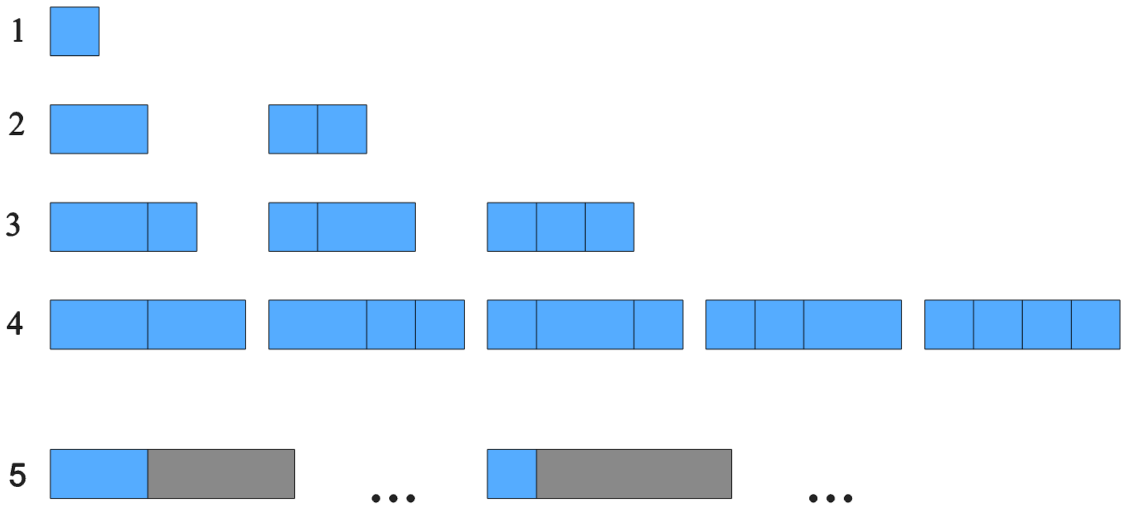
Se consideri il caso 5 noti che puoi iniziare con due tessere di domino orizzontali e poi usare le soluzioni del caso 3 oppure puoi iniziare con una tessera di domino verticale e poi usare le soluzioni del caso 4. In questo modo ottieni che il numero di soluzioni del caso 5 è uguale al numero di soluzioni del caso 3 più il numero di soluzioni del caso 4.

In generale quindi il numero di soluzioni del caso n è uguale alla somma dei due casi precedenti. Ottieni così la famosa sequenza di Fibonacci:

$$1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, \ldots$$

in cui ogni numero è la somma dei due numeri precedenti.

347.

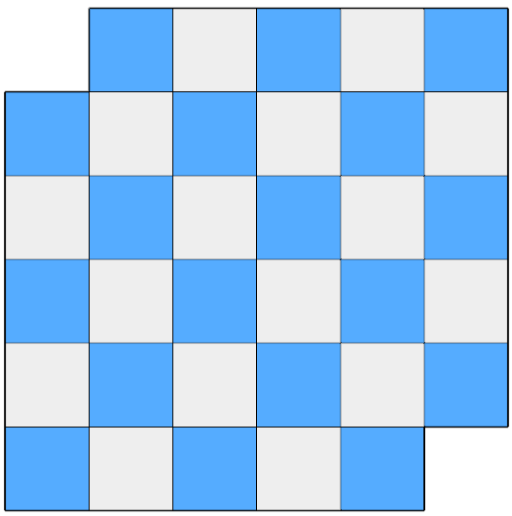


Se confronti con l'esercizio precedente ti rendi conto che si tratta delle stesse soluzioni tagliate a metà per lungo:

1 → 1; 2 → 2; 3 → 3; 4 → 5; 5 → 8 ...

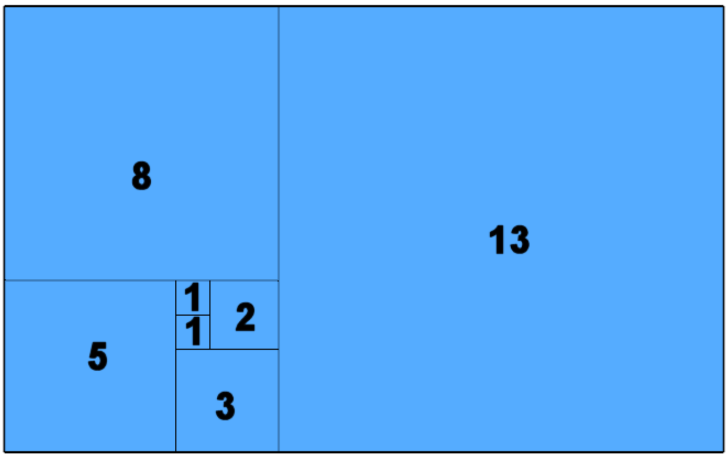
Se ragioni nello stesso modo dell'esercizio precedente ottieni che anche in questo caso il numero di soluzioni segue la sequenza di Fibonacci.

348.



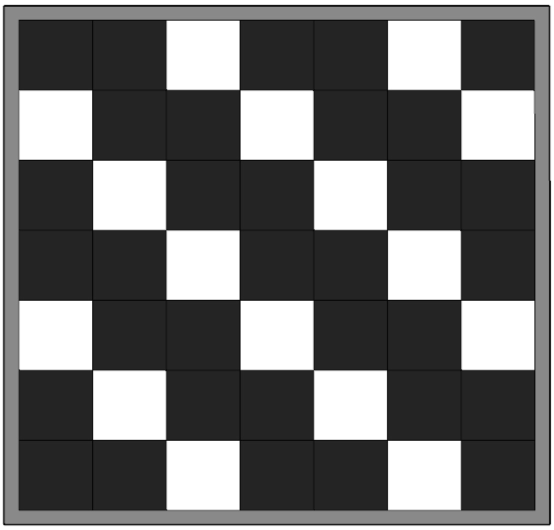
Ogni volta che posizioni una tessera di domino (2×1) su questa scaccchiera monca copri uno scacco blu e uno scacco bianco. Siccome gli scacchi blu sono 18 e quelli bianchi sono 16, questa scacchiera monca non può essere ricoperta con pezzi di domino. Il numero di soluzioni è 0.

349.



Le misure dei lati seguono la Sequenza di Fibonacci: ogni numero è la somma dei due numeri precedenti.

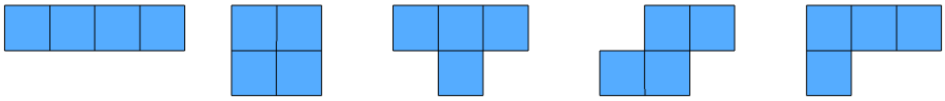
350.



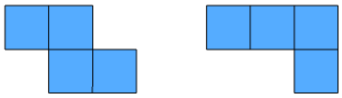
Puoi annerire al massimo 33 caselle.

351.

Questi sono i 5 tetramini (figure con quattro quadratini attaccati per i lati) a meno di rotazioni e ribaltamenti:

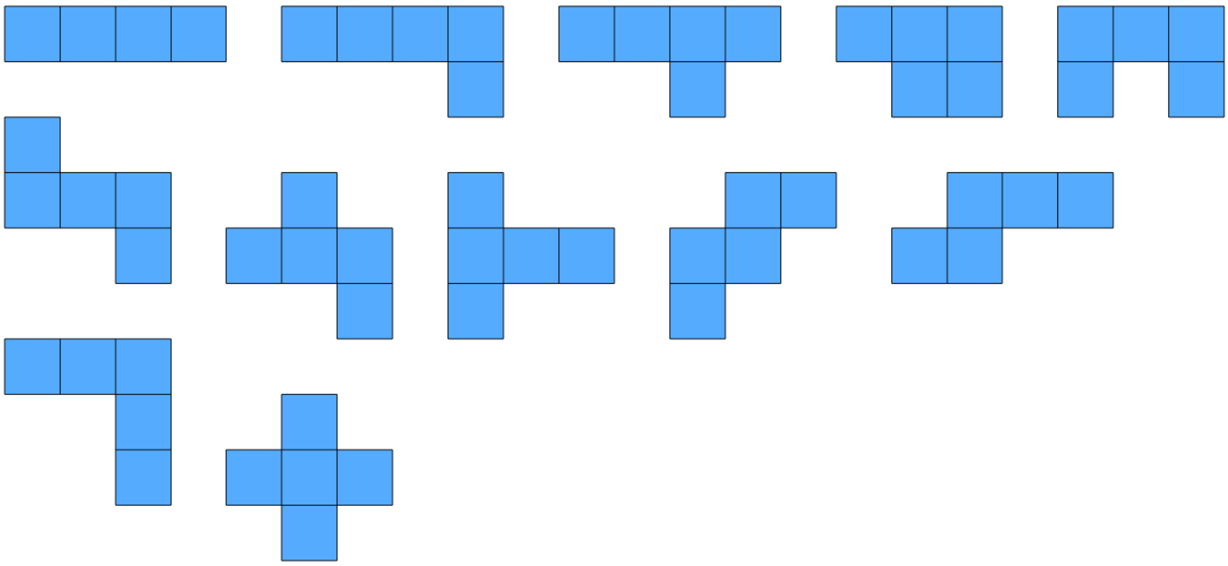


Le ultime due figure sono diverse quando ribaltate:



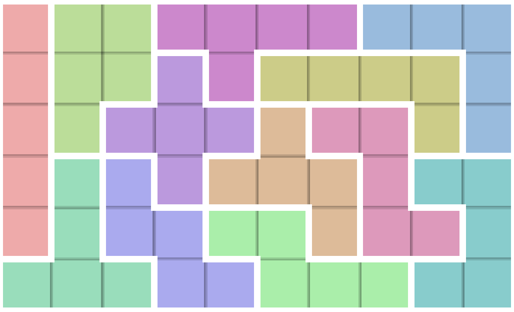
352.

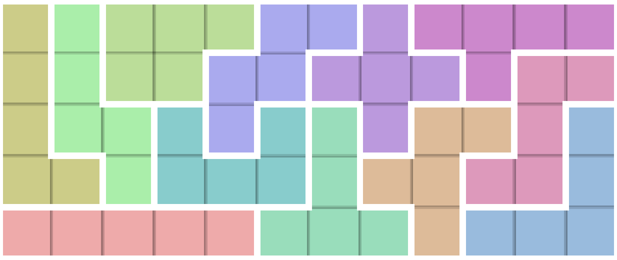
I pentamini sono 12:

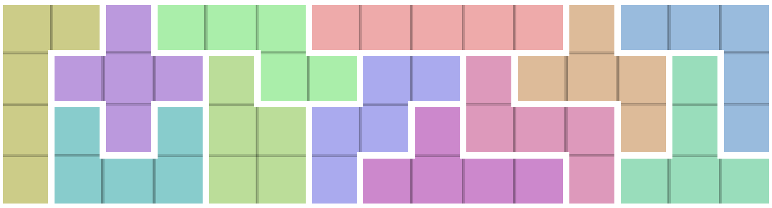


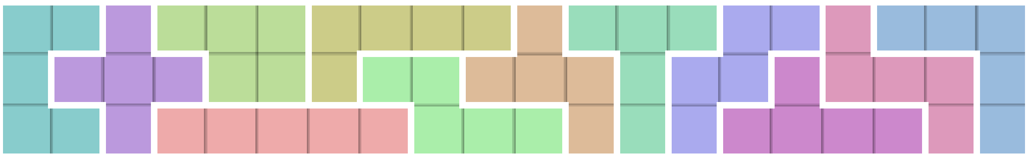
Puoi incastrare 12 pentamini in un rettangolo 3×20, 4×20, 5×12 o 6×10.

Prima di guardare le soluzioni sei ancora a tempo a provare.



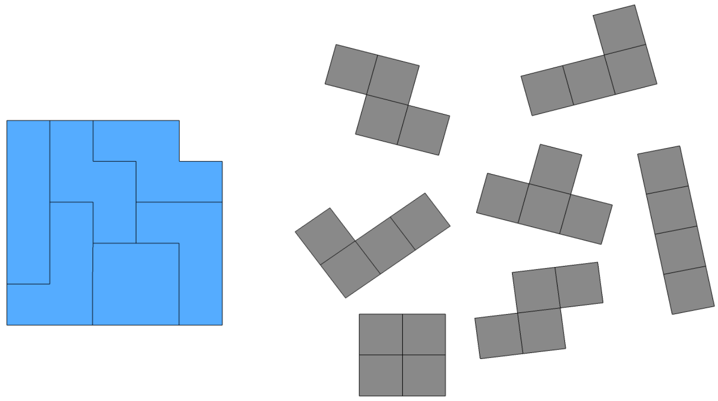






Se ti sei divertito puoi provare a riempire con i 12 pentamini un rettangolo 8×8 con un buco 2×2 al centro.

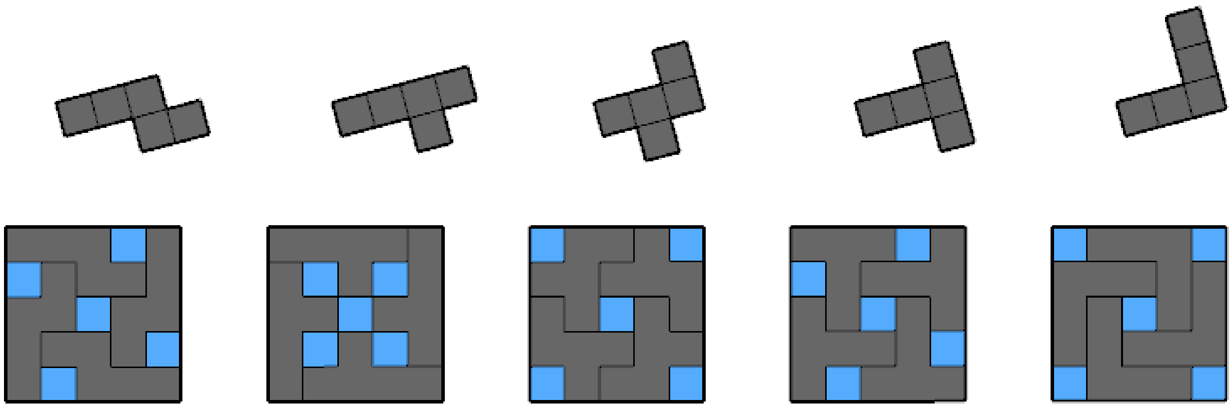
353.



La tessera esclusa è la T.

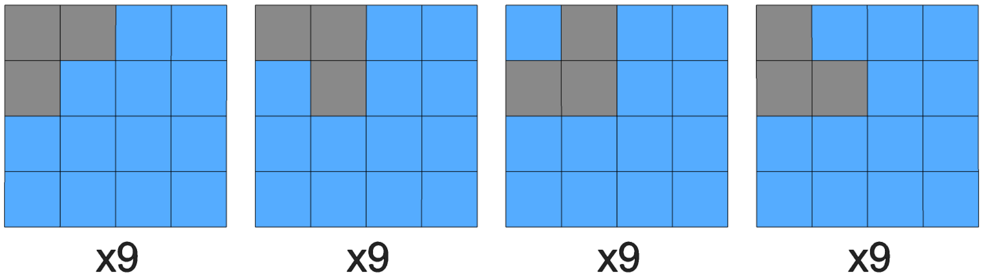
354.

Ecco tutte le soluzioni:



355.

Griglia 4×4, 3×3×4=36 modi:

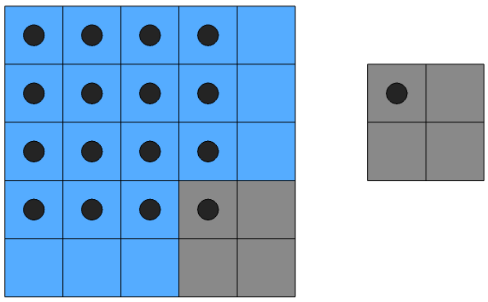


Griglia 4×5: 3×4×4 = 48 modi.

Griglia n×m: $4(n-1)(m-1)$.

356.

Griglia 5×5. Il blocco 2×2 può essere posizionato sulla scacchiera, senza ruotarlo, per far combaciare il pallino nero in una delle 16 posizioni:

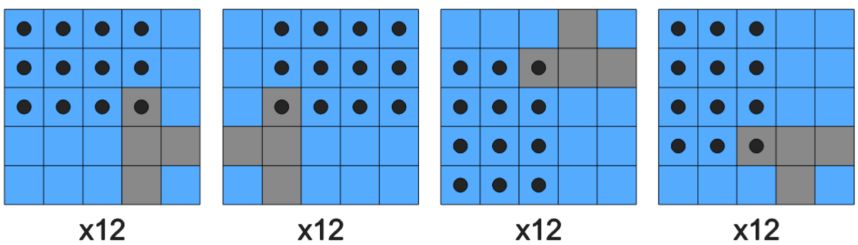


Griglia n×n: $(n-1)^2$.

Griglia n×m: $(n-1)(m-1)$.

357.

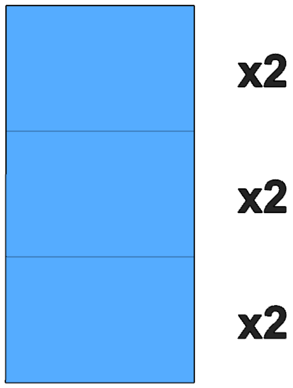
Griglia 5×5, 48 modi:



Griglia n×n: $4(n-1)(n-2)$.

Griglia n×m: $2(n-1)(m-2)+2(n-2)(m-1)$.

358.



Puoi facilmente renderti conto che le sei L devono formare tre rettangoli come mostrato in figura. Non ci sono altri modi per incastrare queste sei forme.

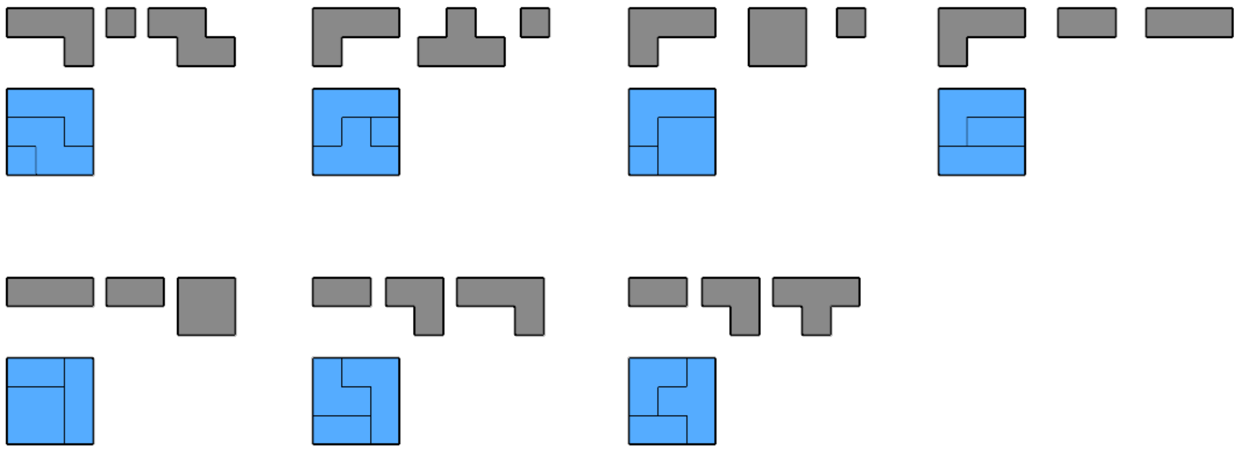
Dentro a ciascun rettangolo puoi mettere due L in due modi diversi. Quindi hai due scelte per ognuno dei rettangoli e in totale **2×2×2 = 8 possibilità**.

In una griglia 3×8 dovrai formare 4 rettangoli ciascuno con 2 scelte per mettere le formine a L: quindi avrai 2×2×2×2 = 16 possibilità.

In generale in una griglia 3×2n dovrai formare *n* rettangoli ciascuno con 2 scelte: quindi avrai 2^n possibilità.

359.

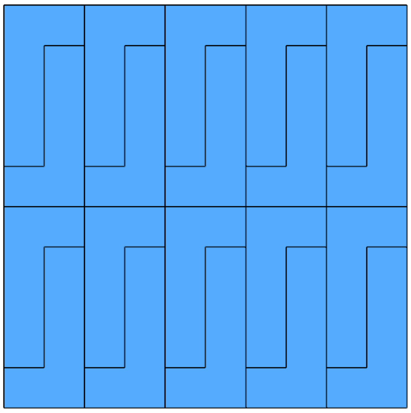
Si possono scegliere 3 pezzi in vari modi diversi:



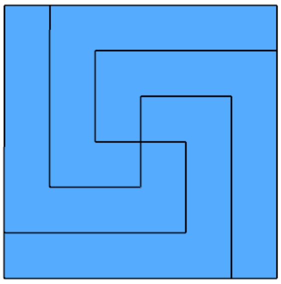
Spesso i pezzi si possono incastrare anche in altri modi per fare un quadrato 3×3, la domanda tuttavia chiede solo di capire come si possono scegliere 3 pezzi diversi.

360.

Servono, al minimo, 20 tessere per fare un quadrato:

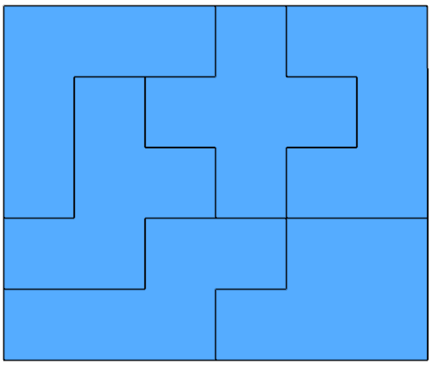


361.



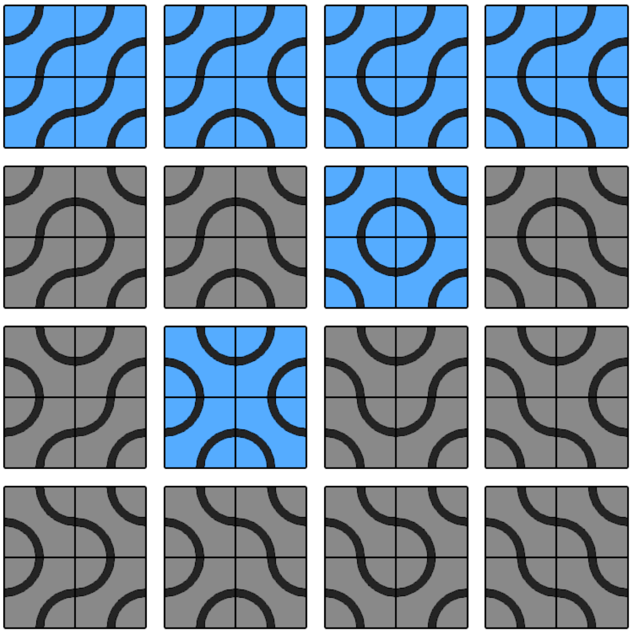
Servono, al minimo, 4 tessere.

362.



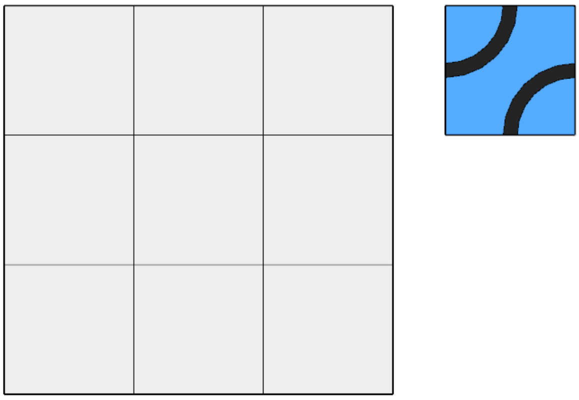
363.

Ogni mattonella può essere messa in due modi e le mattonelle da mettere sono 4 quindi i disegni diversi che si possono ottenere sono $2^4 = 16$ (come i numeri binari di 4 cifre perché le due possibili posizioni della mattonella corrispondono alle 2 cifre binarie, confronta anche con il Quesito 188.):



Di questi, 6 sono veramente diversi, gli altri si ottengono per rotazione.

364.



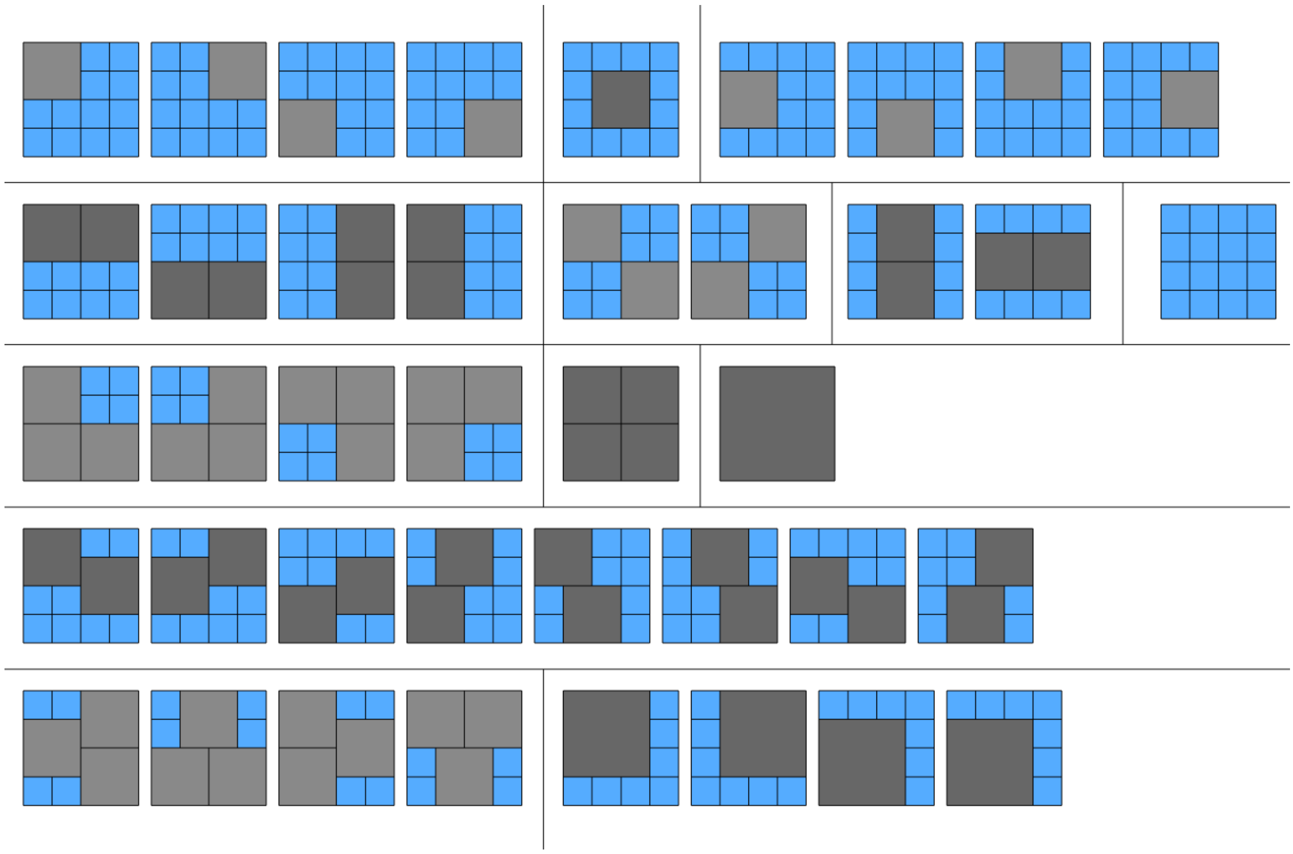
Confronta con il quesito precedente.

In una griglia 3×3 ci sono 9 mattonelle e ognuna ha due orientamenti possibili, i disegni possibili sono $2^{3\times 3}=2^9=512$.

In una griglia $n\times n$ i disegni possibili sono $2^{n\times n}=2^{n^2}$.

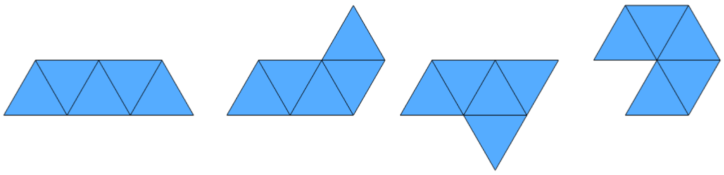
365.

Ci sono 40 suddivisioni, di queste solo 13 sono diverse se si considerano uguali le rotazioni e i ribaltamenti:

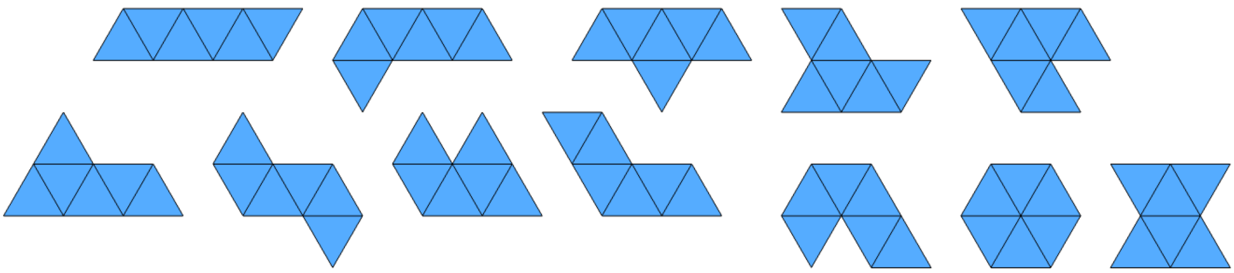


366.

Con 5 triangoli, 4:

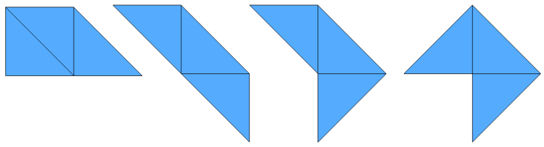


Con 6 triangoli, 12:

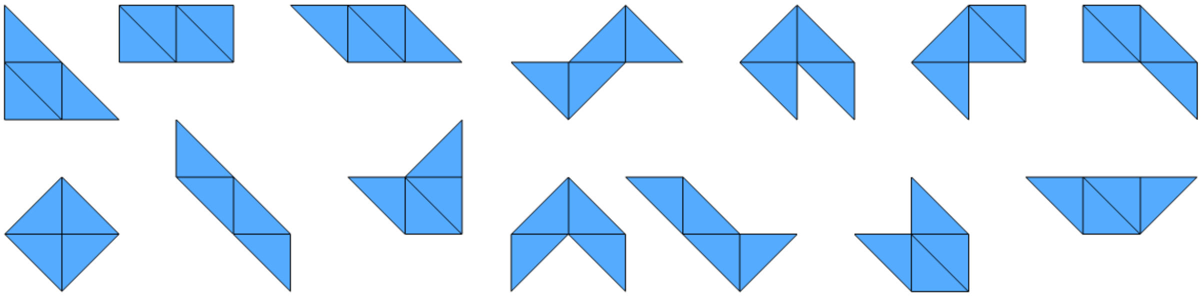


367.

Con 3 triangoli, 4:

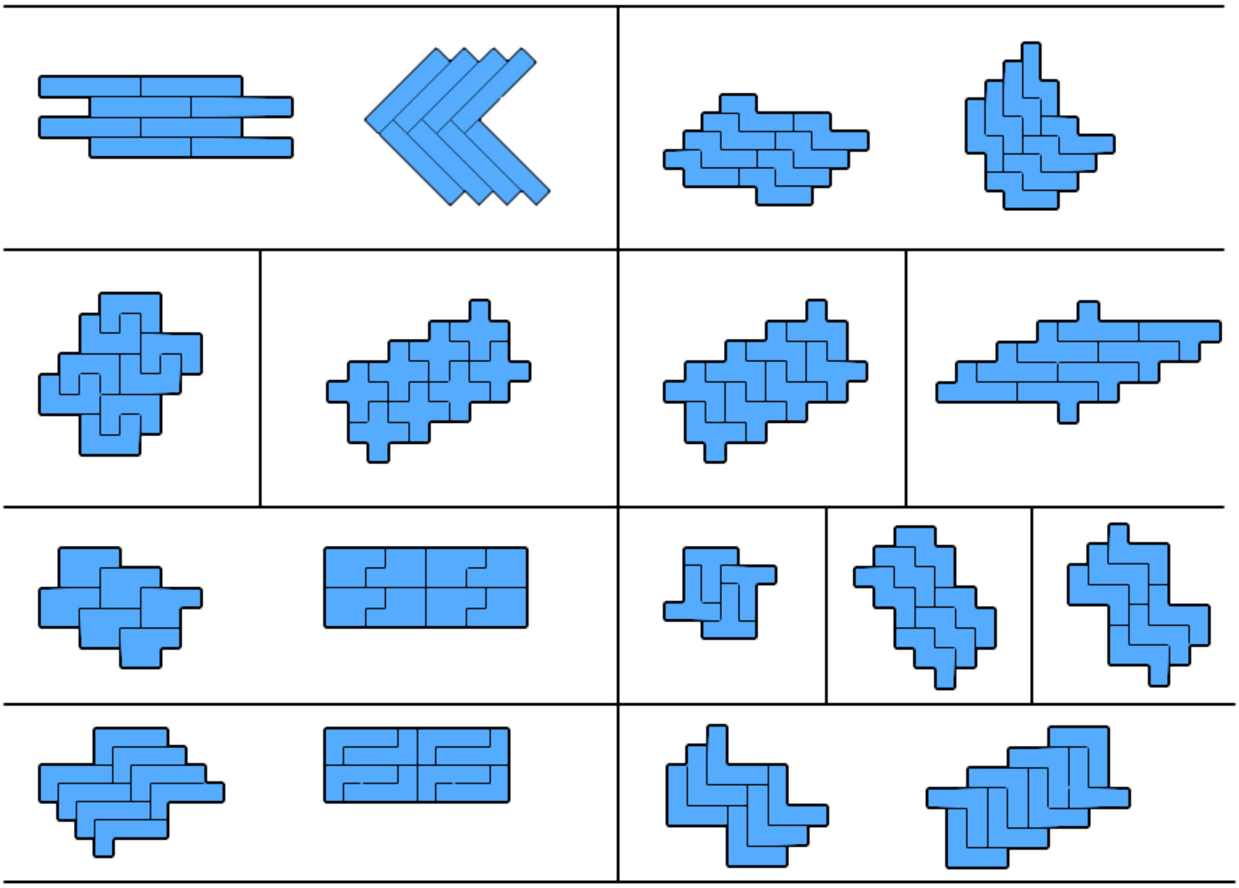


Con 4 triangoli, 14:

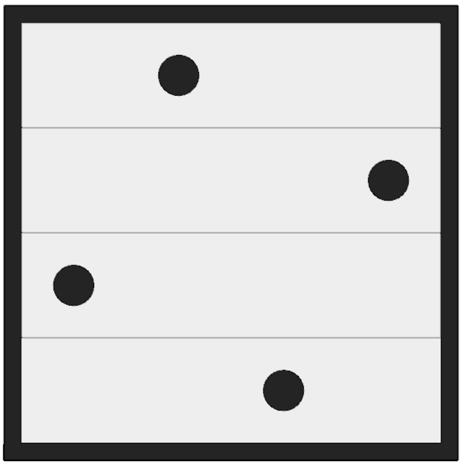


368.

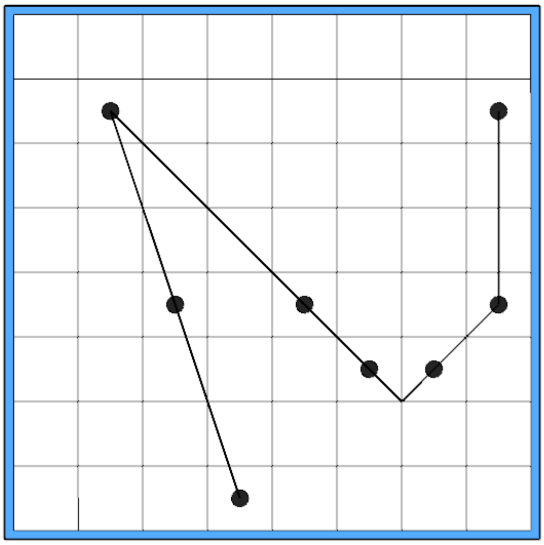
E' possibile creare una pavimentazione ripetitiva con qualunque dei pentamini, anzi con ciascuno dei pentamini è possibile creare più pavimentazioni diverse, ecco alcuni esempi:



369.

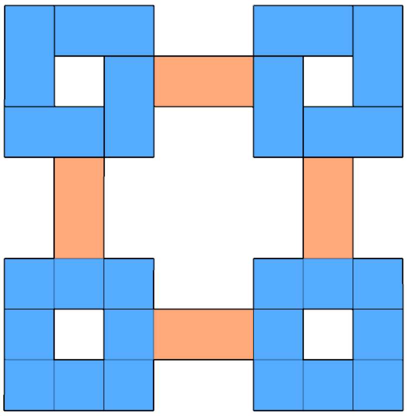


370.



Sono sufficienti 4 segmenti senza staccare la mano.

371.



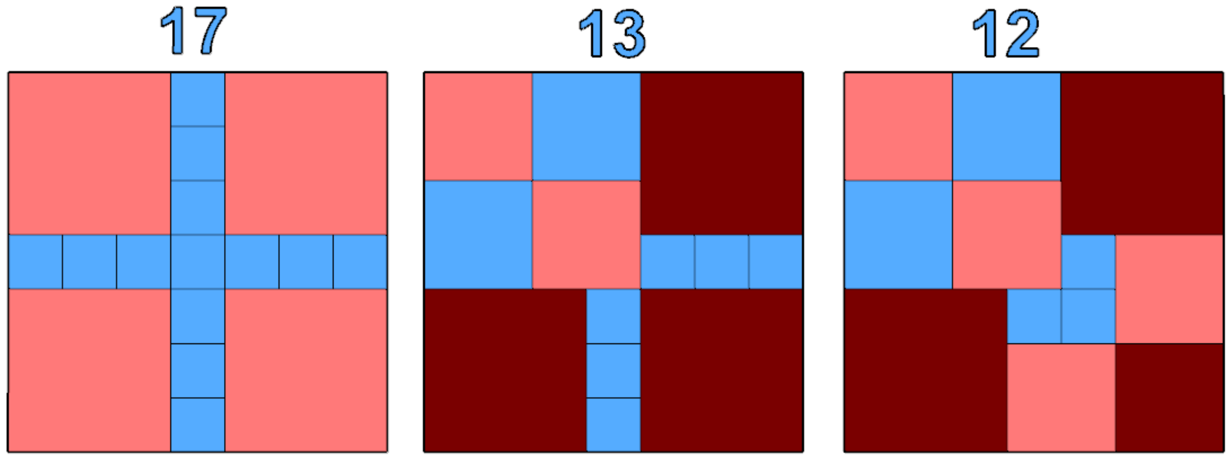
Puoi facilmente renderti conto che l'unico modo di coprire i "ponti" è coprendoli con dei pezzi di domino come mostrato in figura; se non copri il ponte con un pezzo di domino scopri che ti blocchi poco dopo.

Immagina quindi di aver coperto i ponti. Ognuna delle cornici blu può essere ricoperta in due modi possibili: come mostrato dalle due cornici blu in alto nella figura.

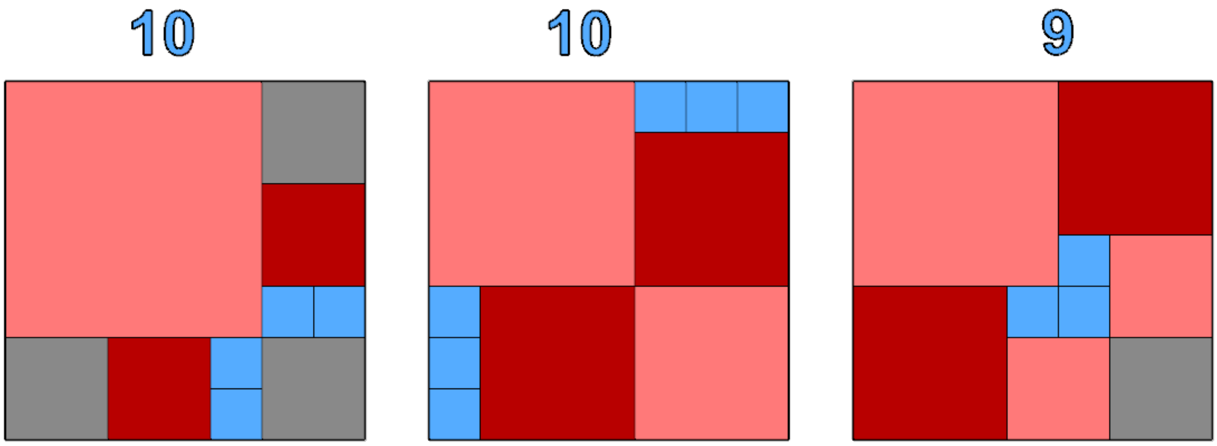
Quindi ogni per cornice hai due scelte e le cornici sono 4: in tutto hai $2^4 = 16$ possibilità.

372.

Ecco alcune soluzioni con quadrati 1×1, 2×2 e 3×3. Bastano 12 quadrati.

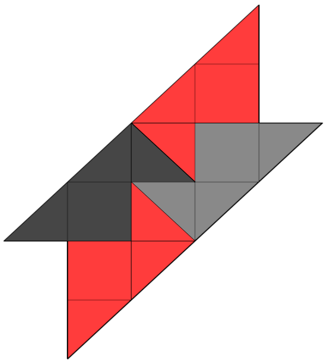


Ecco alcune soluzioni con quadrati di qualunque dimensione (esclusa la dimensione 7×7):



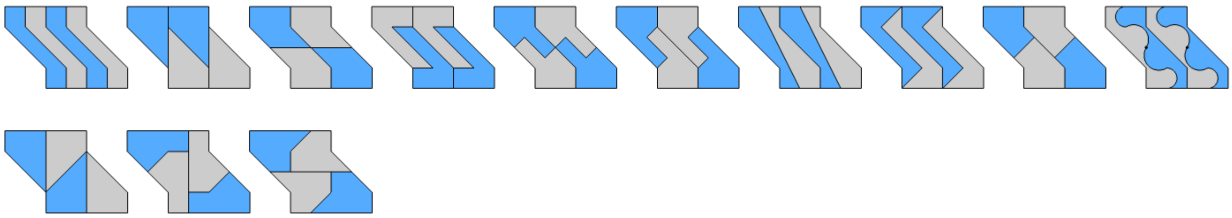
In Parti Uguali: Rotazioni e Simmetrie

373. ✂

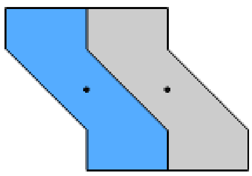


374. ✂

Le soluzioni sono infinite:



Puoi ottenere le soluzioni della prima riga in questo modo: dividi la figura in due strisce uguali. Poi nella prima metà traccia un curva simmetrica rispetto al punto mostrato nella seguente figura:

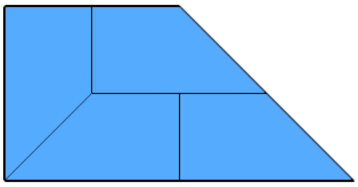


e traccia la stessa curva nella seconda metà.

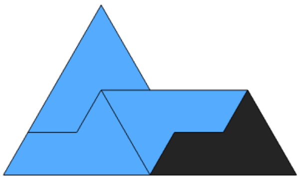
Le figure della seconda riga sono invece soluzioni di altro tipo.

375. ✂

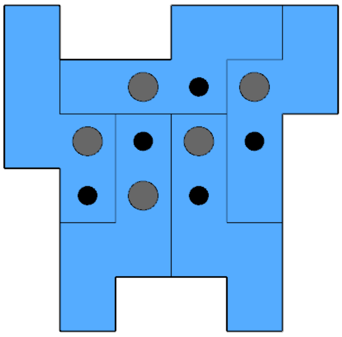
376. ✂



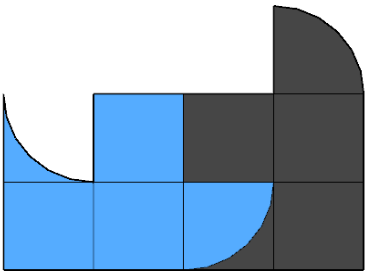
377. ✂



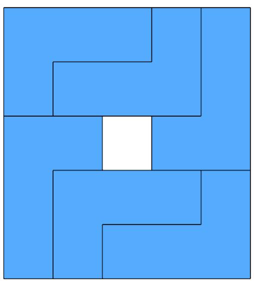
378. ✂



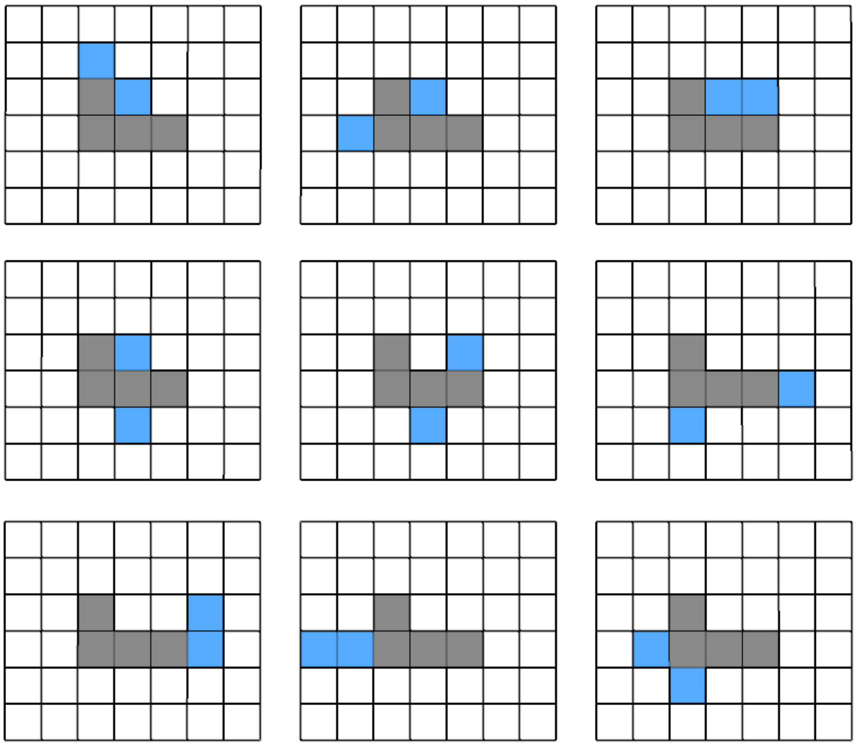
379. ✂



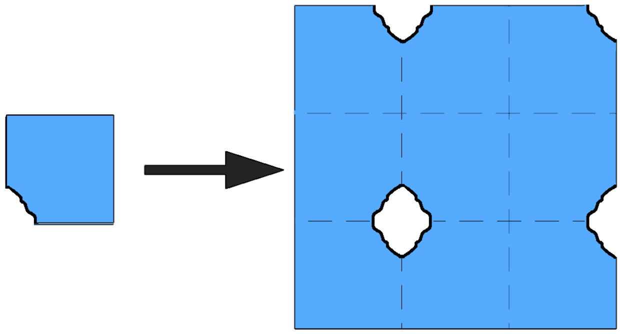
380. ✂



381.



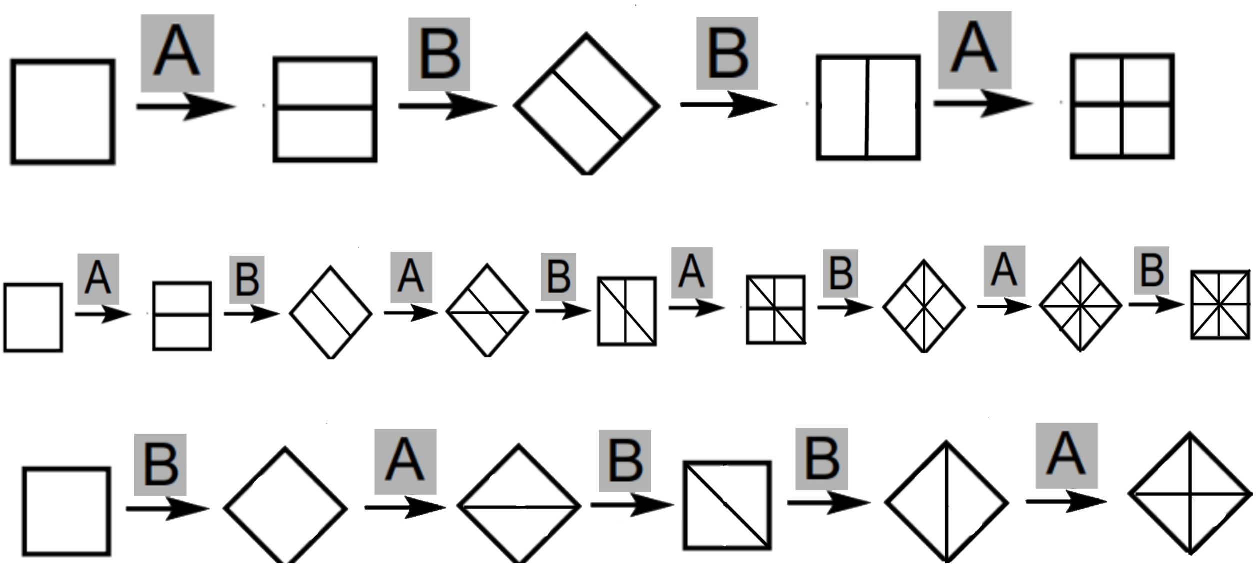
382.



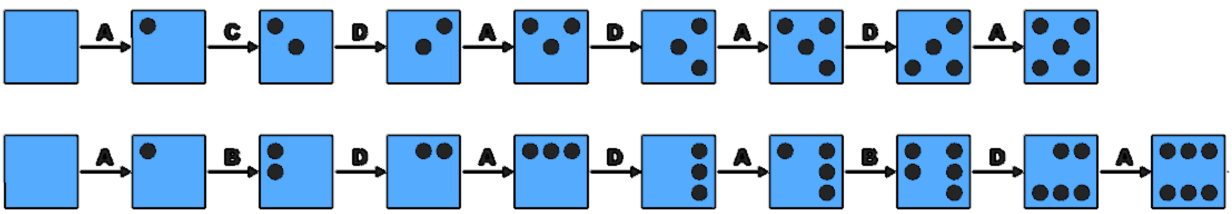
Quando riapri il foglio trovi un solo buco circondato da carta. Prova!

Pensiero Computazionale e Percorsi

383.

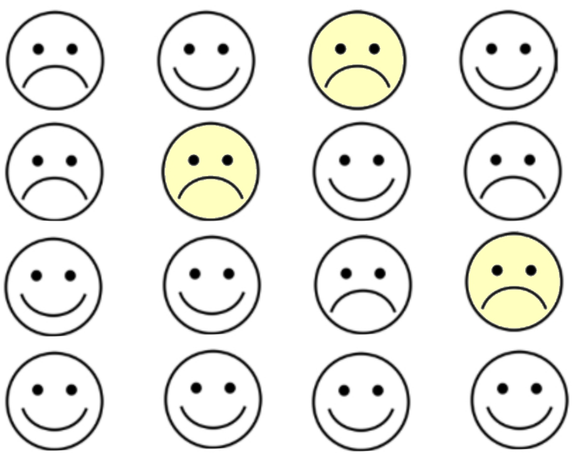


384.



385.

Puoi premere, consecutivamente, 3 bottoni per far diventare tutte le faccine sorridenti, per esempio:



386.

Questo è il risultato delle trasformazioni dopo 8 passaggi:

b → a → ab → aba → abaab → abaababa → abaababaabaab →

abaababaabaababaababa → abaababaabaababaababaabaababaabaab

Dopo 8 passaggi ci sono quindi 21 **a** e 13 **b**.

Puoi renderti conto che la sequenza dopo 8 passaggi si ottiene unendo le due sequenze che avevi ottenuto dopo il passaggio 7 e dopo il passaggio 6:

abaababaabaababaababa + abaababaabaab

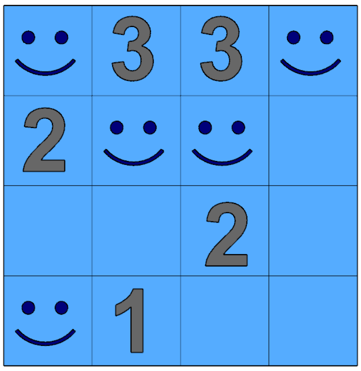
e che questa proprietà e vera dopo ogni passaggio.

Il numero di **a** e il numero di **b** seguono entrambi la regola di Fibonacci:

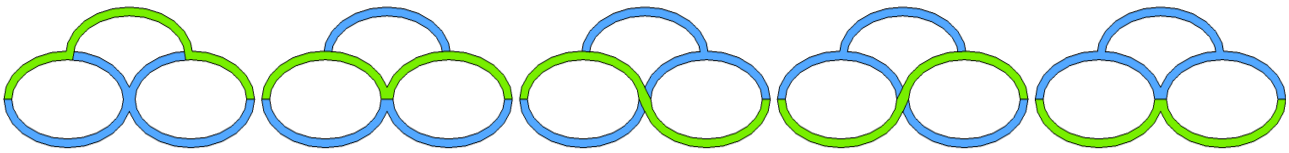
Passaggi	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Numero a	1	1	2	3	5	8	13	21
Numero b	0	1	1	2	3	5	8	13
Lunghezza	1	2	3	5	8	13	21	34

387.

Questa è l'unica disposizione possibile degli smilies:

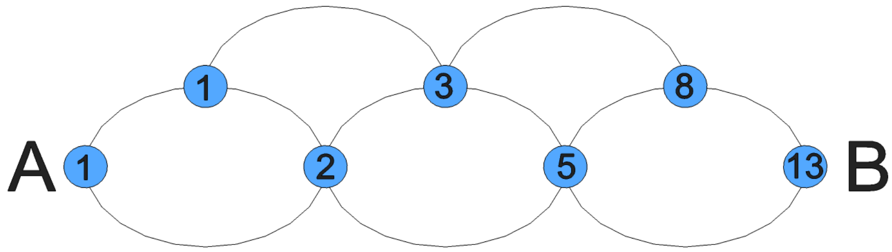


388.



389.

Per risolvere il quesito ti conviene iniziare da sinistra e scrivere in ogni cerchietto il numero di percorsi che portano fino a quel cerchietto:

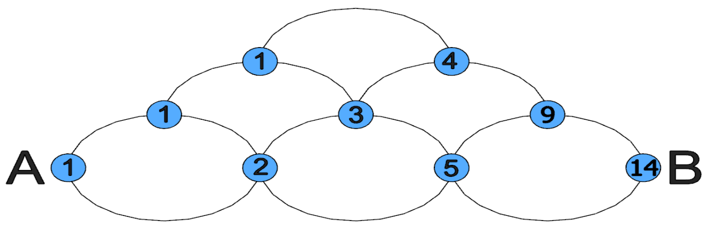


Ti renderai conto che il numero in ogni cerchietto è la somma dei due numeri precedenti per cui ottieni la sequenza di Fibonacci:

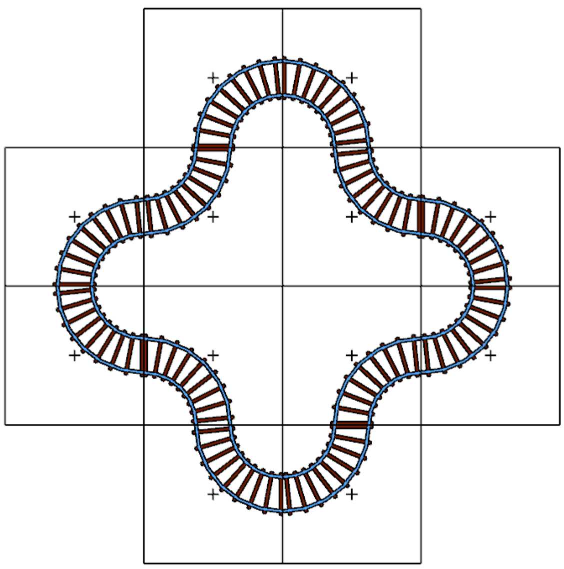
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610 ...

390.

Procedi come nel quesito precedente e scrivi in ogni cerchietto, partendo da sinistra, quanti percorsi portano fino a quel cerchietto:

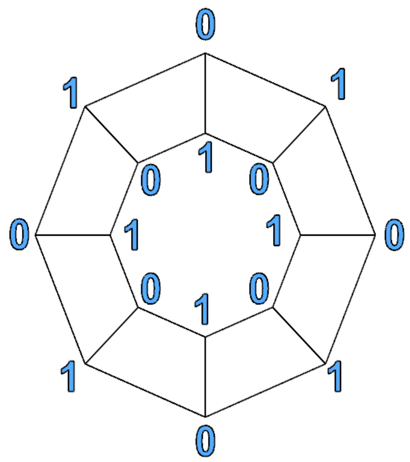


391.



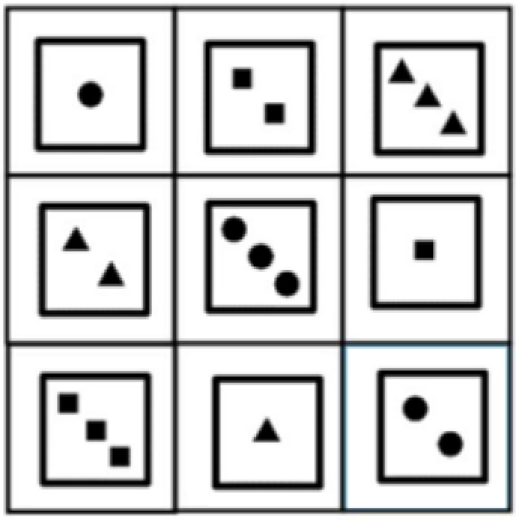
Con 12 pezzi può creare questo circuito.

392.



Indica con 1 le posizioni che la formica può raggiungere con un numero dispari di passi e con 0 le posizioni che può raggiungere con un numero pari di passi. Puoi renderti conto che gli 0 e gli 1 sono distribuiti come in figura. Siccome 2019 è dispari, dopo 2019 passi la formica, tra le posizioni P, Q, R, S, e T può trovarsi solo in Q.

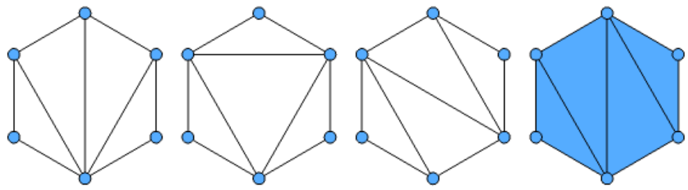
393.



Questa è una soluzione. Le altre soluzioni sono simili e le puoi ottenere scambiando alcune righe o alcune colonne.

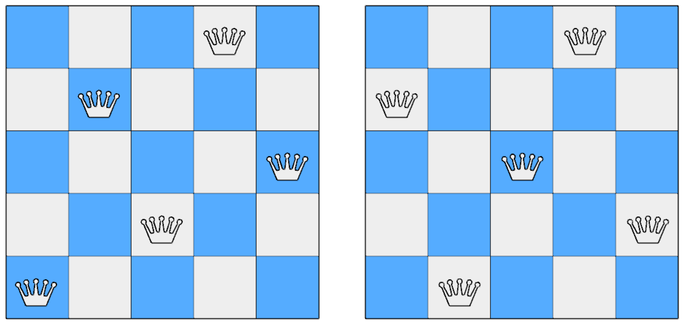
394.

Le triangolazioni diverse dell'esagono sono 3 se consideriamo i ribaltamenti come soluzioni equivalenti, altrimenti le triangolazioni diverse sono 4.

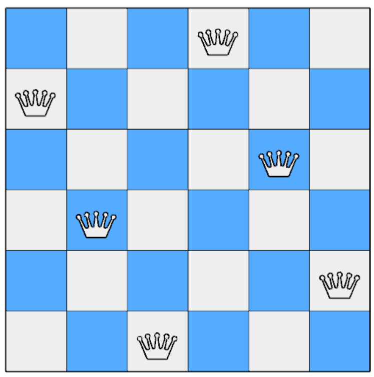


395.

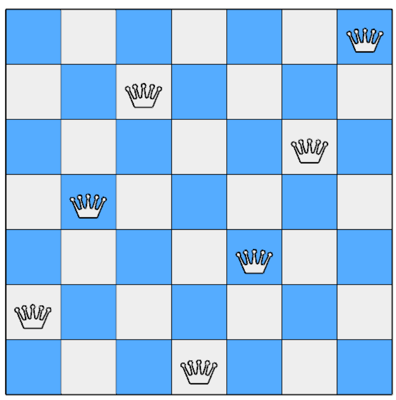
Nella scacchiera 5×5 ci sono 2 soluzioni (a meno di rotazioni o simmetrie):



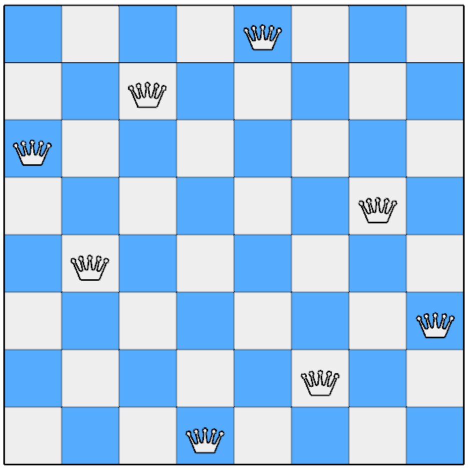
Nella scacchiera 6×6 c'è una sola soluzione (a meno di rotazioni o simmetrie):



Nella scacchiera 7×7 ci sono 6 soluzioni (a meno di rotazioni e simmetrie), eccone una:

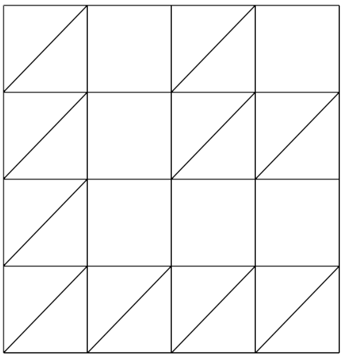


Nella scacchiera 8×8 ci sono 40 soluzioni (a meno di rotazioni e simmetrie), eccone una:



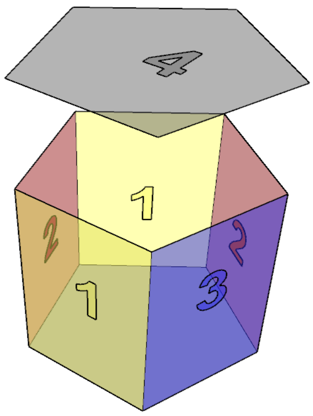
396.

10:



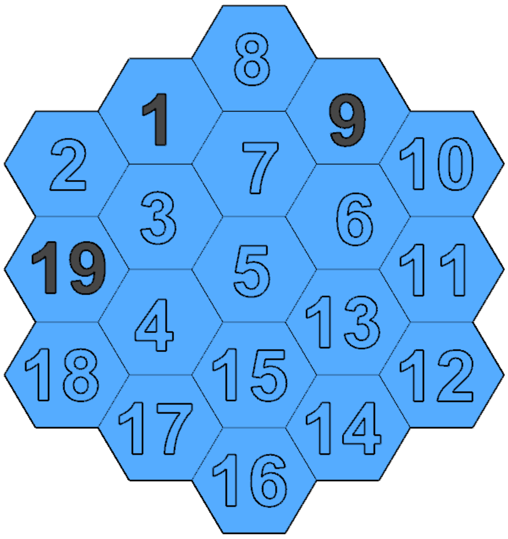
397.

Servono 4 colori:



Tre colori sono necessari per le facce laterali del prisma. Un quarto colore serve per le due basi.

398.

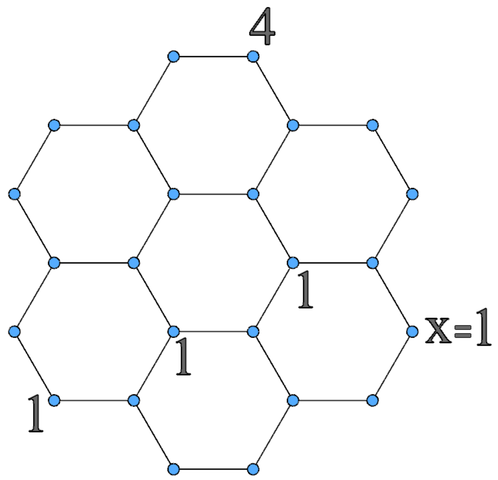


399.

A	B		C	D

Nelle due caselle blu non ci possono stare né la C né la D quindi nelle due caselle blu ci devi mettere la A e la B. Puoi osservare però che nella prima casella blu non puoi mettere la A perché altrimenti non sai più che colore mettere nelle caselle della colonna centrale. Quindi nelle caselle blu devi mettere i colori B e A in questo ordine. Allo stesso modo nelle caselle rosa devi mettere i colori C e D in questo ordine e infine nella casella grigia avrai necessariamente il colore A.

400.

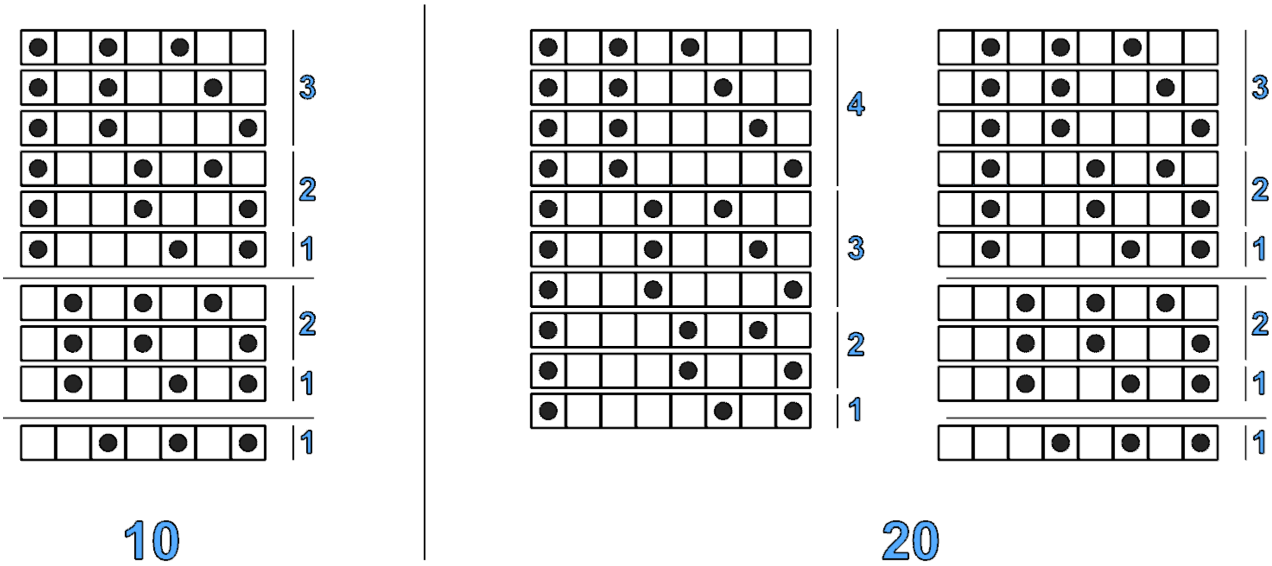


Se ragioni sui lati degli esagoni puoi facilmente renderti conto che i valori sui vertici degli esagono devono essere alternatamente 1 e 4. Nel vertice *x* ci va il valore 1.

401.

Tre pedine in 7 caselle: 10 modi.

Tre pedine in 8 caselle: 20 modi.

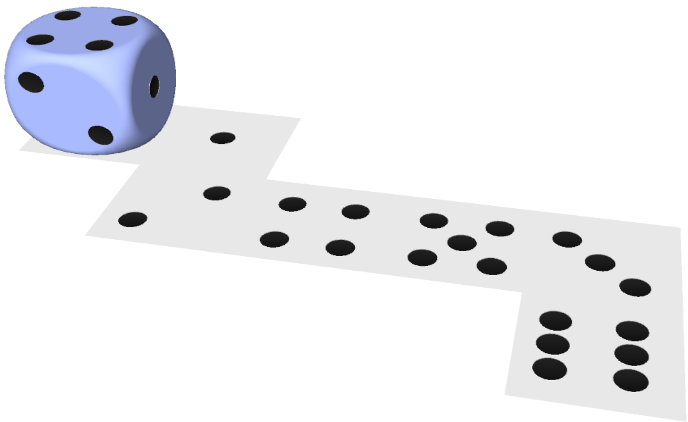


Si tratta delle somme dei numeri triangolari: 1 + 3 + 6 = 10; 1 + 3 + 6 + 10 = 20.

Capitolo 3

Quesiti 3D

402.



403.

$10 \rightarrow 46$;   n $\rightarrow$ $1+(n-1)\cdot 5=5n-4$

404.

$1 \rightarrow \; 2^3-1=7$; $2 \rightarrow \; 3^3-2^3=27-8=19$; $3 \rightarrow \; 4^3-3^3=64-27=37$; $4 \rightarrow 61$;
n $\rightarrow$ $(n+1)^3-n^3=3n^2+3n+1$.

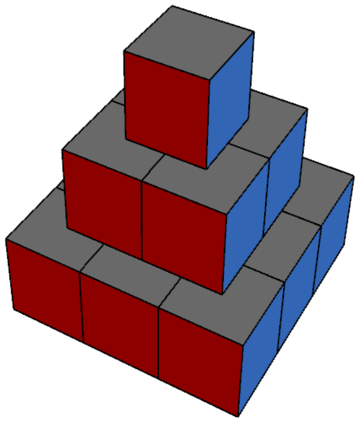
405.

6 piani $\rightarrow$ 1+4+9+16+25+36 = 91,

10 piani $\rightarrow$ 1+4+9+16+25+36+49+64+81+100 = 385,

Curiosità: *n* piani $\rightarrow$ somma dei numeri quadrati da 1 fino a n^2 $\rightarrow$ $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

406.



L'area totale del solido in figura è 4 (1+2+3) + 2 (9) = 42.

Le facce dipinte di rosso sono un numero triangolare: nel caso della piramide di 10 piani la somma dei numeri da 1 a 10 che fa 55.

Le parti esposte delle facce superiori, cioè le parti dipinte di grigio, formano tutte insieme un quadrato: nel caso della piramide di 10 piani formano un quadrato 10×10 = 100 quadretti.

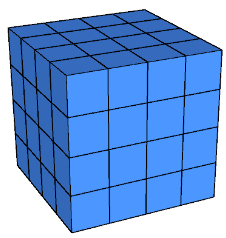
Anche la parte inferiore della piramide (non visibile in figura) è un quadrato 10×10.

Quindi in l'area totale della piramide con 10 piani è: 4×55 + 100 + 100 = 420 quadretti.

Nel caso di una piramide con *n* piani abbiamo:

$$4\frac{n(n+1)}{2}+n^2+n^2=2n(n+1)+2n^2=4n^2+2n$$

407.



I cubetti nei vertici sono sempre 8, indipendentemente dalla dimensione del cubo.

I cubetti lungo uno spigolo (esclusi i vertici) sono uguali al numero dei piani meno 2: quindi in cubo con 10 piani ci sono 8 cubetti per ogni spigolo e in totale 8×12 = 96 cubetti lungo gli spigoli.

I cubetti al centro di una faccia del cubo (quelli che mostrano una sola faccia verso l'esterno) sono uguali al numero dei piani meno 2 elevato alla seconda. Nel cubo di 10 piani ogni faccia ha 8×8 = 64 cubetti al centro, quindi in totale i cubetti al centro delle facce sono 64×6 = 384.

Totale cubetti in un cubo cavo a 10 piani: 8 + 8×12 + 8×8×6 = 8 + 96 + 384 = 488.

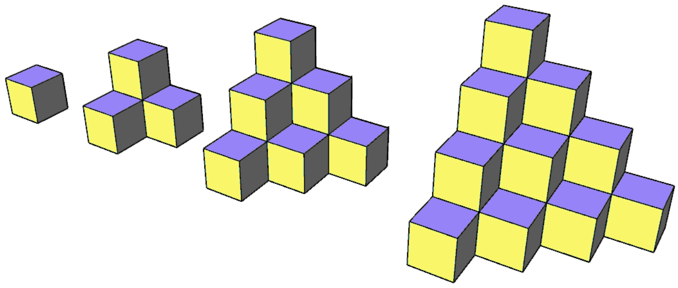
Totale cubetti in un cubo cavo con *n* piani: $8+(n-2)\times12+(n-2)^2\times6$.

408.

$1 \rightarrow 1$; $2 \rightarrow 4$; $3 \rightarrow 10$; $4 \rightarrow 20$; $5 \rightarrow 35$; $6 \rightarrow 56$;

Curiosità: $n \rightarrow \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$;

409.



I quadretti gialli sono un numero triangolare e lo sono anche le facce (non visibili) opposte ai quadretti gialli.

Anche i quadretti grigi sono un numero triangolare e lo sono anche le facce (non visibili) opposte ai quadretti grigi.

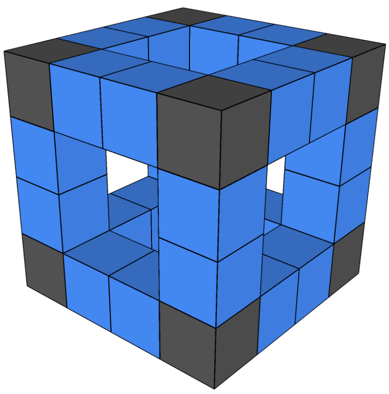
La stessa osservazione vale per i quadretti viola.

Quindi abbiamo 6 volte un numero triangolare: $6\frac{n(n+1)}{2}=3n(n+1)$.

Nel caso della figura 3: 3 × 3×4 = 36.

Nel caso della figura 5: 3 × 5×6 = 90.

410.



Gli angoli (o vertici, in nero) di un cubo sono sono 8.

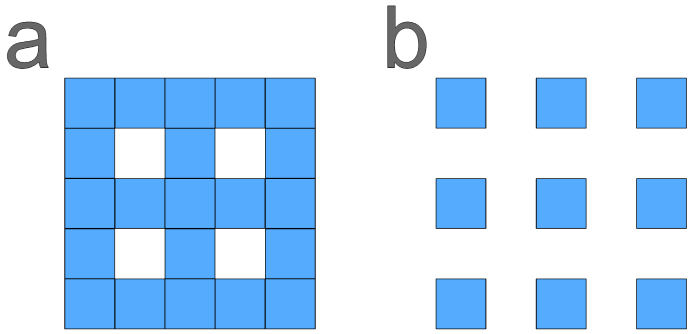
Il **cubo 4×4×4** ha un cubetto nero in ogni angolo e ha 2 cubetti per ogni spigolo. In totale quindi ci sono 8 + 12 × 2 = 32 cubetti.

Un **cubo 5×5×5** ha 8 cubetti negli angoli e 3 cubetti per ogni spigolo: 8 + 12 × 3 = 44.

Un **cubo *n*×*n*×*n*** ha 8 + 12 (n – 2) cubetti.

411.

Nel cubo di lato 5 ci sono 3 strati con 25 – 4 = 21 cubetti (tipo **a** in figura) e 2 strati con 3×3 = 9 cubetti (tipo **b** in figura) per un totale di 63+18 = 81 cubetti.



Curiosità. Nel cubo di lato 7 ci sono 4 strati con 49 – 9 = 40 cubetti (tipo **a**) e 3 strati con 4×4 = 16 cubetti (tipo **b**) per un totale di 160+48 = 208 cubetti.

412.

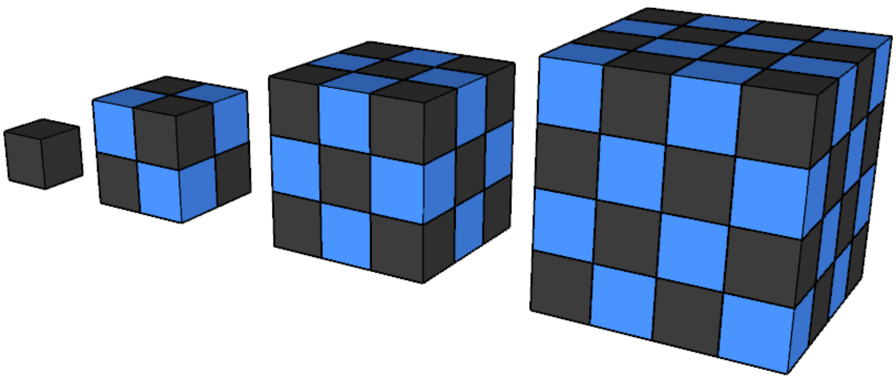
Nel cubo di lato 3: ci sono 3 fori ognuno di lunghezza 3, in totale quindi sarebbero stati tolti 3×3 cubetti, ma un cubetto è comune ai 3 fori quindi sono stati tolti 3×3 – 2 cubetti. Quindi il totale dei cubetti è 3×3×3 – (3×3 – 2) = 27 – 7 = 20. Puoi ottenere lo stesso risultato se osservi che è rimasto un cubetto per ogni vertice del cubo e un cubetto per ogni spigolo 12+8 = 20.

Nel cubo di lato 4: ogni foro ha lunghezza 4; ci sono 3 fori con un cubetto in comune e altri 3 fori con un altro cubetto in comune. Quindi totale cubetti: 4×4×4 – 2 (3×4 – 2) = 64 – 20 = 44.

Nel cubo di lato 5: 5×5×5 – 3 (3×5 – 2) = 125 – 39 = 86.

Nel cubo di lato *n*: $n^3-(n-2)(3n-2)$.

413.



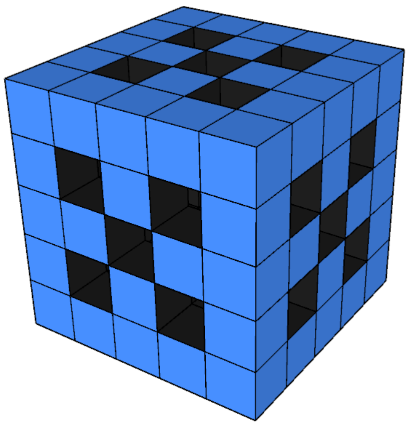
Numero di cubetti gialli:

$1 \to 1$; $2 \to 4$; $3 \to 14$; $4 \to 32$; $5 \to 63$;

In generale in un cubo di lato n :

- se n è pari anche n^3 è pari e il numero di cubetti gialli (e anche di cubetti blu) è $\frac{n^3}{2}$.
- se n è dispari anche n^3 è dispari e quindi ci sarà un cubetto giallo in più: il numero di cubetti gialli è $\frac{n^3+1}{2}$ mentre il numero dei cubetti blu è $\frac{n^3-1}{2}$.

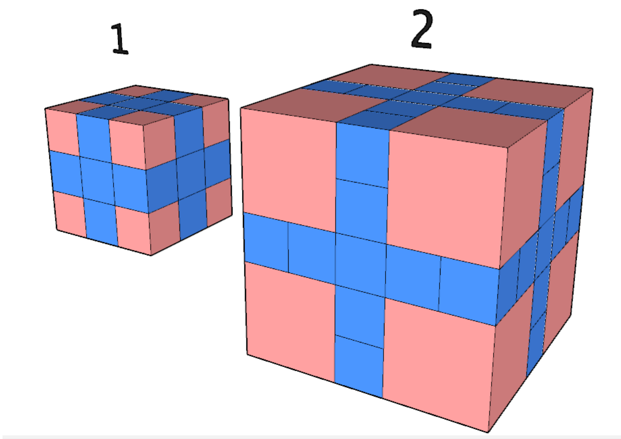
414.



Può essere sorprendente ma se ci pensi bene, tutti i cubetti interni del cubo sono stati rimossi perché appartenevano a uno dei fori che sono stati fatti. Non c'è nessun cubetto interno che non appartenga almeno a uno dei fori.

Adesso è facile fare il conto di quanti cubetti sono rimasti dopo aver fatto i fori: 8 cubetti negli angoli, 3 cubetti su ogni spigolo e 4 cubetti all'nterno di ogni faccia del cubo. Quindi sono rimasti 8 + 3×12 + 4×6 = 68 cubetti.

415.



La figura 1 è come un cubo di lato 3 cui sono stati gli 8 angoli: $3^3-8=27-8=19$.

La figura 2 è come un cubo di lato 5 a cui sono stati tolti dei cubi di lato 2 in ognuno degli 8 angoli:

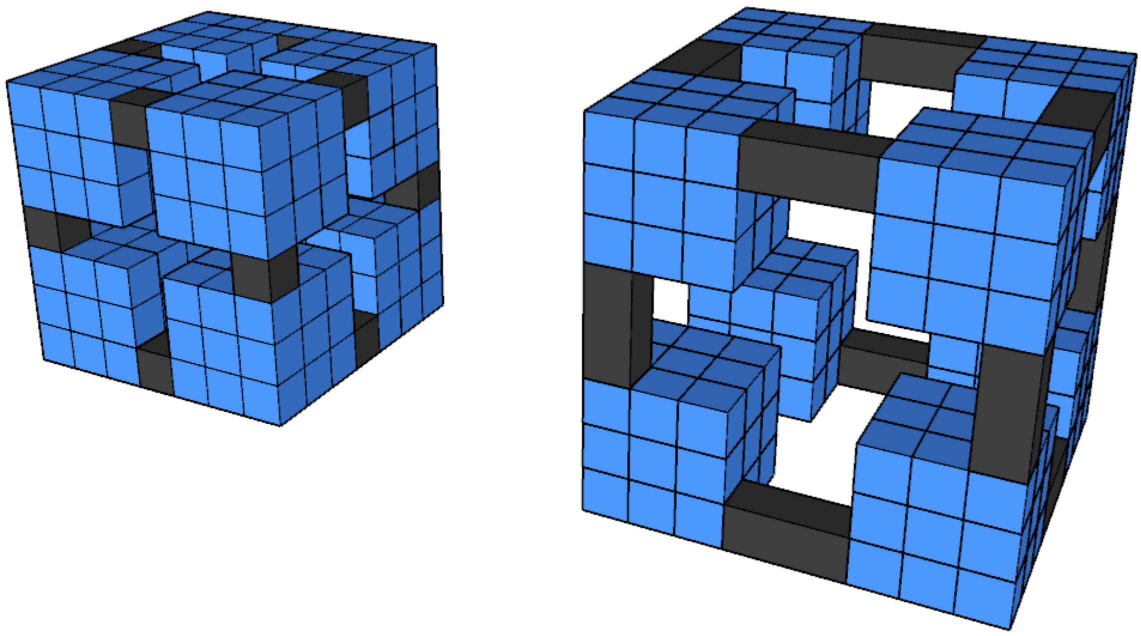
$5^3-8\cdot2^3=125-8\cdot8=61$.

La figura 10 sarà come un cubo di lato 21 a cui sono stati tolti dei cubi di lato 10 in ognuno degli 8 angoli: $21^3-8\cdot10^3=1261$.

Curiosità: la figura *n* sarà come un cubo di lato 2 n + 1 a cui sono stati tolti dei cubi di lato *n* in ogni angolo:

$$(2n+1)^3-8\cdot n^3=12n^2+6n+1$$.

416.



Se immagini di allungare i 12 cubetti grigi della figura di sinistra ottieni la figura di destra. Adesso è più chiara la struttura dell'oggetto: ci sono 8 cubi di lato 3 e 12 cubetti che li congiungono.

Quindi in totale ci sono $8\times3^3+12=8\times27+12=228$ cubetti.

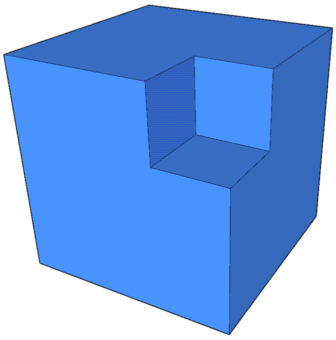
Curiosità, cubo di lato *2n+1*: in ogni angolo c'è un cubo di lato *n* formato da n^3 cubetti, in ogni spigolo c'è un cubetto singolo. In totale: $8n^3+12$.

417.

Sono servite 24 gocce di colla:

- 3 gocce per attaccare incollare la pallina in vetta con quelle sotto,
- 3 gocce per incollare tra loro le 3 palline dello strato intermedio,
- 3 gocce per ogni pallina dello strato intermedio per poterla incollare allo strato inferiore; 9 gocce in totale,
- 9 gocce per incollare tra loro le palline dello strato inferiore.

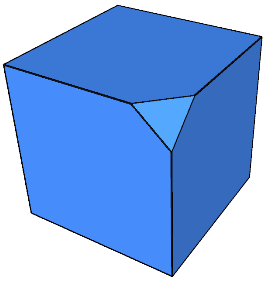
418.



Al posto di ogni vertice del cubo compaiono 3 superfici. Al posto di ogni faccia del cubo resta una superficie a forma di croce.

In totale $3 \times 8 + 6 = 30$ superfici delimitano il solido.

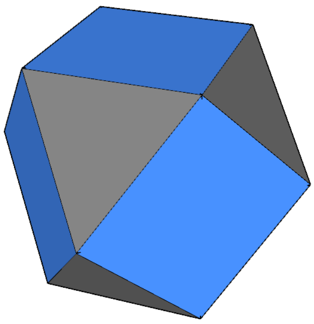
419.



Al posto di ogni vertice compaiono 3 spigoli, una faccia e 3 vertici.

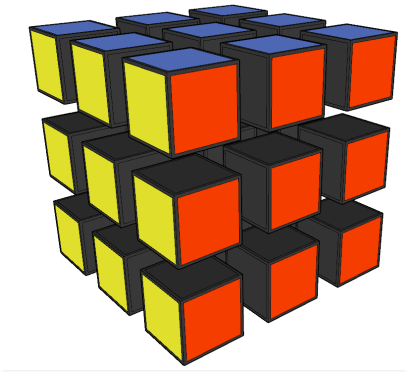
Matteo ottiene un solido con 24 vertici, 14 facce e 36 spigoli.

420.



Matteo ottiene la figura mostrata in figura. Questa figura si chiama cubottaedro e ha 24 spigoli, 12 vertici e 14 facce.

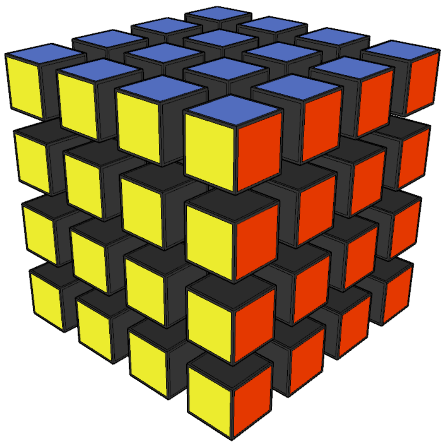
421.



Cubetti totali: $3\times3\times3 = 27$. Cubetti con adesivi: 26. Nel cubo come gioco al posto del cubetto centrale c'è il meccanismo.

I cubetti con 3 adesivi sono gli 8 angoli. I cubetti con 2 adesivi sono i 12 spigoli. I cubetti con un solo adesivo sono i centri delle 6 facce.

422.



Cubo 4×4×4. I cubetti con 1 adesivo sono i 4 cubetti al centro delle 6 facce: $4 \times 6 = 24$.

I cubetti con 2 adesivi sono i 2 cubetti al centro di ogni spigolo: $2 \times 12 = 24$.

I cubetti con 3 adesivi sono gli 8 cubetti negli angoli: 8.

Totale cubetti con adesivi: $24 + 24 + 8 = 56$.

Un cubo 4×4×4 sarebbe composto di 64 cubetti; di questi, 8 formano un cubo 2×2×2 centrale non visibile dall'esterno dove risiede in realtà il meccanismo.

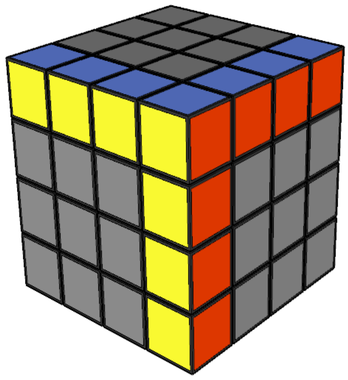
Cubo *n*×*n*×*n*. I cubetti con 1 adesivo sono $(n-2)^2$ su ogni faccia per un totale di $6(n-2)^2$.

I cubetti con 2 adesivi sono $(n-2)$ su ogni spigolo per un totale di $12(n-2)$.

I cubetti con 3 adesivi sono gli 8 angoli.

I cubi non visibili dall'esterno sono $(n-2)^3$.

423.



Del cubo puoi vedere al massimo 3 facce.

Su ciascuna di queste ci sono 9 cubetti (in grigio nella figura) che non appartengono alle altre due facce in vista.

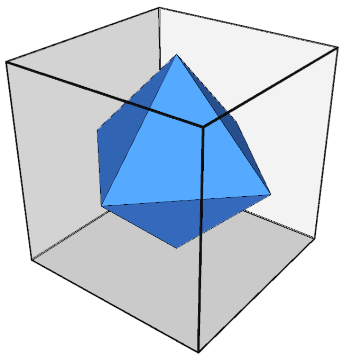
Poi puoi vedere 4 angoli e puoi vedere 6 cubetti degli spigoli.

In totale puoi vedere 9×3 + 4 + 2×3 = 37 cubetti.

In cubo n×n×n: puoi vedere $(n-1)^2$ cubetti su ogni faccia (corrispondenti ai cubetti grigi della figura), puoi vedere quattro angoli e puoi vedere *(n – 2)* cubi su ciascuno dei tre spigoli in vista.

In totale puoi vedere $3(n-1)^2+3(n-2)+4$ cubetti.

424.



Il solido che ottieni si chiama ottaedro e ha: 6 vertic, 12 spigoli e 8 facce.

425.

Devi sommare i numeri triangolari:

1 → 1 = 1;

2 → 1+3 = 4;

3 → 1+3+6 = 10;

4 → 1+3+6+10 = 20;

5 → 1+3+6+10+15 = 35;

Curiosità, caso generale: la somma dei primi *n* numeri triangolari è

$$\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

questi numeri si chiamano numeri tetraedrici.

Sono anche i numeri che compaiono nella quarta diagonale del Triangolo di Tartaglia (la prima diagonale è fatta di soli 1, la seconda diagonale è la sequenza dei numeri naturali, la terza diagonale sono i numeri triangolari, la quarta diagonale sono i numeri tetraedrici, ...).

426.

Devi sommare i numeri quadrati:

1 → 1 = 1;

2 → 1+4 = 5;

3 → 1+4+9 = 14;

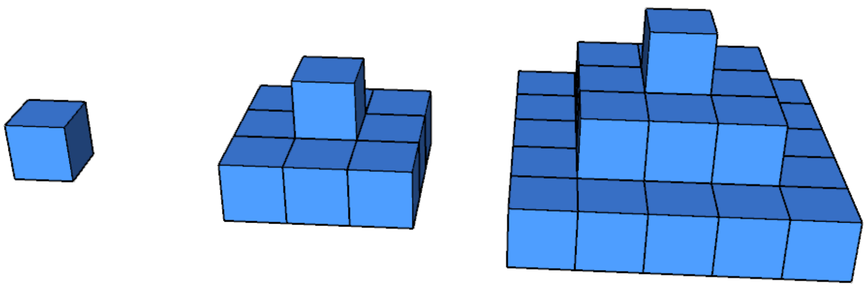
4 → 1+4+9+16 = 30;

5 → 1+4+9+16+25 = 55;

Curiosità, caso generale: la somma dei primi *n* numeri quadrati è

$$\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

427.



1 → 1 = 1;

2 → 1+9 = 10;

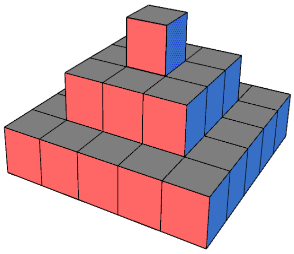
3 → 1+9+25 = 35;

4 → 1+9+25+49 = 84;

5 → 1+9+25+49+81 = 165;

Curiosità: n → $\frac{1}{3}n(4n^2-1)$

428.

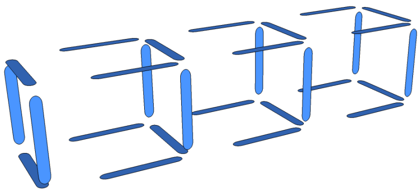


Le facce rosa della terza piramide sono 1 + 3 + 5 = 9. Le facce grigie invece sono 5×5. Quindi l'area totale della terza piramide è: 9×4 + 25×2 = 86.

Le facce rosa della quarta piramide sono 1 + 3 + 5 + 7 = 16 e le facce grigie sono 7×7. Quindi l'area totale della quarta piramide è: 16×4 + 49×2 = 162.

In generale le facce rosa in vista sono n^2 e le facce grigie superiori sono $(2n-1)^2$. Quindi l'area totale della piramide *n* è: $4n^2+2(2n-1)^2$.

429.



Le figure si possono scomporre come mostrato. Quindi per ogni nuova figura si aggiungono 8 sbarrette:

10 → 4 + 10 × 8 = 84; n → $4+8n$.

430.

Ragiona come nel quesito precedente.

5 → 7 + 5 × 13 = 72; n → $7+13n$.

431.

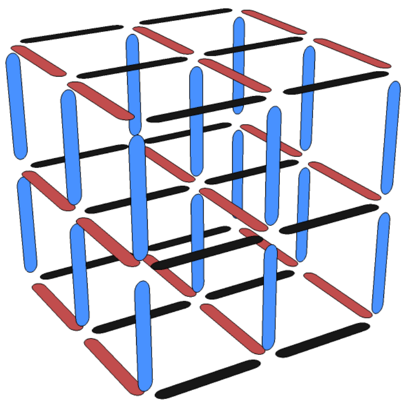
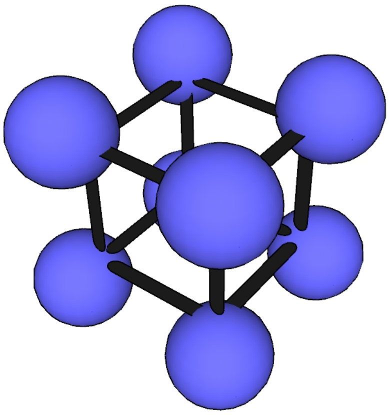


Figura 2. Puoi scomporre la figura in tre gruppi di sbarrette come mostrato. Le sbarrette di uno stesso colore sono 2×3×3 = 18. Quindi in totale ci sono (2×3×3)×3 = 54 sbarrette.

Figura 3. Puoi scomporre la figura in tre gruppi. Le sbarrette di uno stesso colore saranno 3×4×4 = 48. Quindi in totale ci saranno (3×4×4)×3 = 144 sbarrette.

Curiosità, figura n: $n(n+1)(n+1)\times 3$.

432.



Questo quesito è identico al precedente. Le gocce di colla rappresentano le sbarrette che collegano le sfere. La figura 1 del quesito precedente corrisponde al cubo 2×2×2 e la figura 3 del quesito precedente corrisponde al cubo 3×3×3.

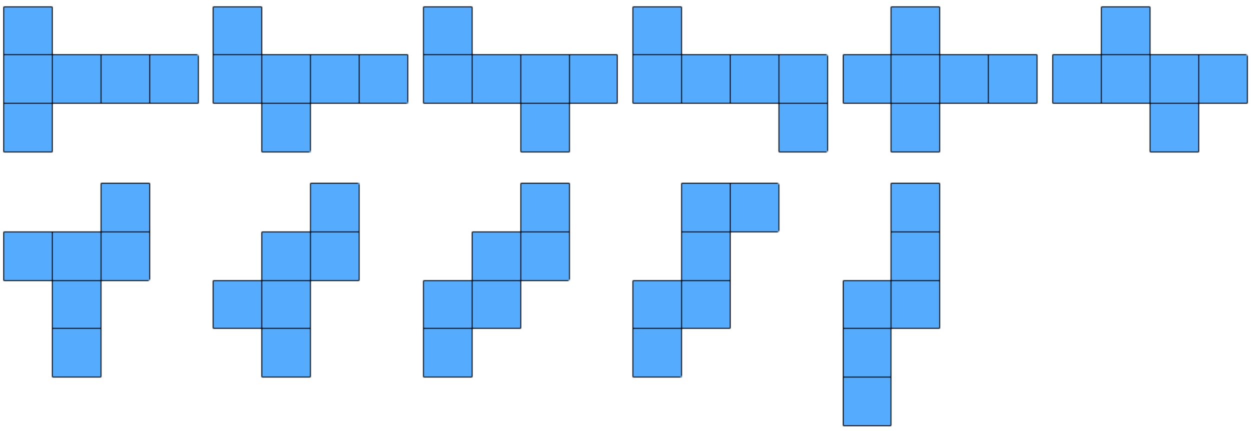
Per il cubo 2×2×2 servono 12 gocce di colla.

Per il cubo 3×3×3 servono 54 gocce di colla (vedi Figura 2 del quesito precedente).

Curiosità, cubo n×n×n: servono $(n-1)n^2\times 3$.

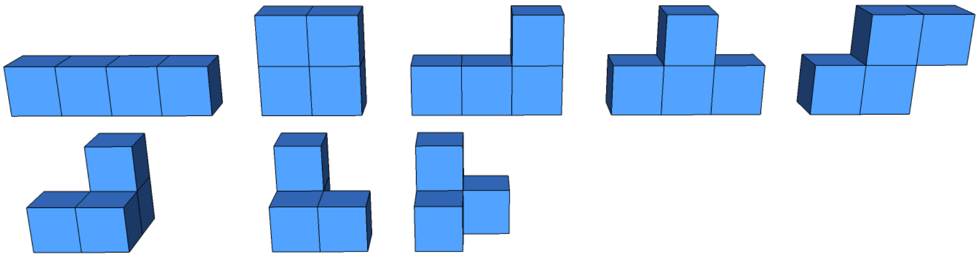
433.

11:

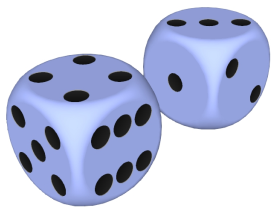


434.

Ci sono 8 tetracubi, di cui 2 simmetrici tra loro:



435.



La faccia opposta al 5 è il 2. La faccia opposta al 6 è il numero 1. Quindi nel primo dado le facce laterali del dado sono, in senso orario, 6, 5, 1, 2. Il secondo dado ha verso l'alto la faccia 3 che nel primo dado è verso il basso. Quindi le facce laterali del secondo dado sono in senso orario 2, 1, 5, 6.

Le facce a contatto sono il 2, del primo dado e il numero 1, del secondo dado.

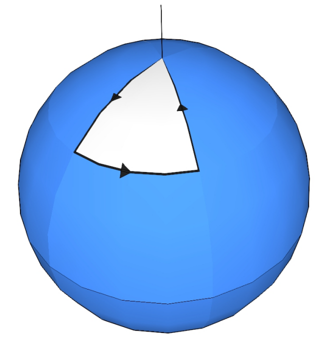
436.

437.

438.

Contrariamente a quello che potrebbe sembrare ci sono infiniti punti sulla terra in cui se si cammina 1 km a Sud, 1 km a Est, 1 km a Nord e si torna così al punto di partenza.

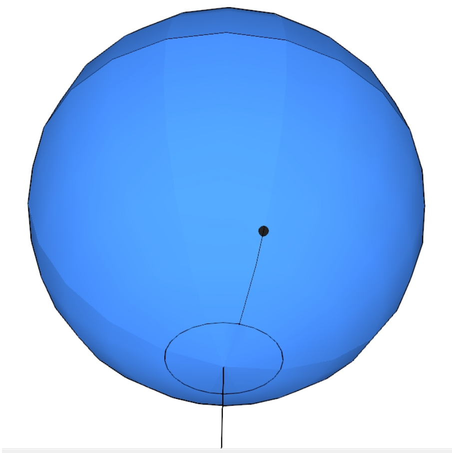
Un punto che viene abbastanza facilmente in mente è il Polo Nord: l'orso parte dal Polo Nord, si allontana dal polo camminando verso sud per 1 km poi cammina 1 km a Este, poi 1 km a nord e si ritrova di nuovo al Polo Nord:



Se l'orso è partito dal Polo Nord allora si tratta di un orso bianco.

Ci sono però infiniti altri punti con questa proprietà. Considera per esempio una circonferenza di lunghezza 1 km intorno al Polo Sud e poi considera un qualunque punto che si trovi 1 k

m a nord rispetto a questa circonferenza; fai partire l'orso da tale punto:

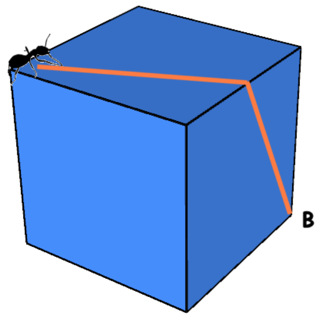


quando l'orso fa un kilometro verso sud raggiunge la circonfernza intorno al polo sud, poi quando fa un kilometro verso est fa un giro esatto della circonferenza e poi con un kilometro verso nord ritorna al punto di partenza.

Il meccanismo funziona anche se la circonferenza intorno al Polo Sud la si sceglie con una lunghezza di mezzo kilometro oppure di un terzo di kilometro oppure un quarto di kilometro ecc.

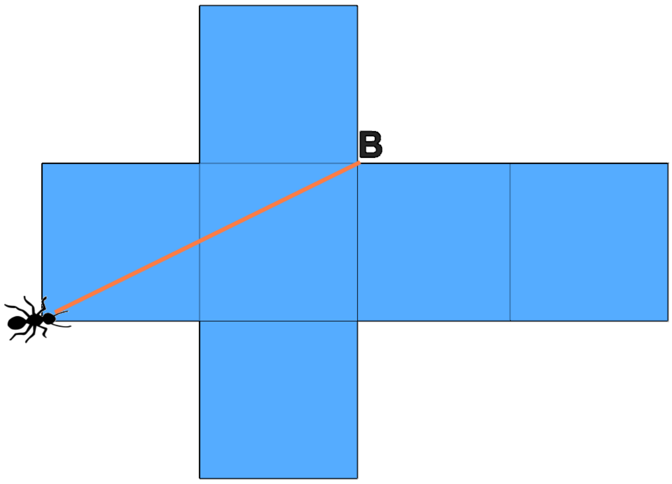
Tuttavia vicino al Polo Sud non ci sono orsi. Quindi l'unica soluzione accettabile è il Polo Nord.

439.



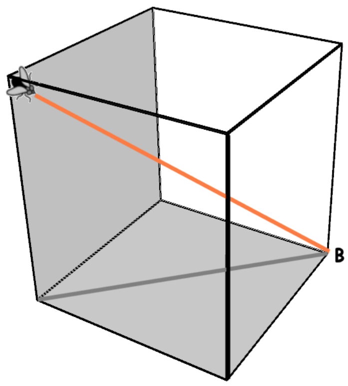
Il percorso più breve non è quello che attraversa una faccia in diagonale e poi scende in verticale.

Il percorso più breve è quello mostrato in figura. Lo puoi capire bene se immagini di fare lo sviluppo piano del cubo:



Se prendi il lato del cubo come unità di misura, puoi usare il Teorema di Pitagora per calcolare la lunghezza del percorso in figura e scoprire che viene $\sqrt{(5)}$ unità.

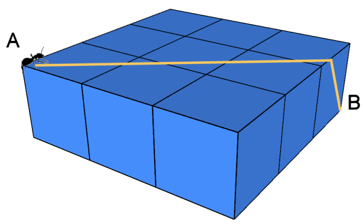
440.

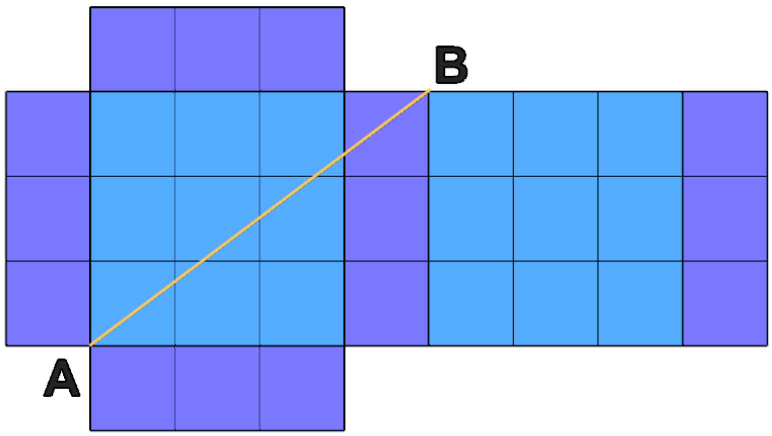


Il percorso più breve per la mosca è ovviamente volare in linea retta fino a B. Se prendi il lato del cubo come unità di misura e usi il Teorema di Pitagora puoi calcolare la lunghezza della diagonale di una faccia e poi, ancora con il Teorema di Pitagora, puoi calcolare la lunghezza della diagonale del cubo cioè del volo della mosca. Scoprirai che la diagonale del cubo è $\sqrt{(3)}$.

441.

Se fai lo sviluppo piano del parallelepipedo puoi renderti conto di qual è il percorso più breve:

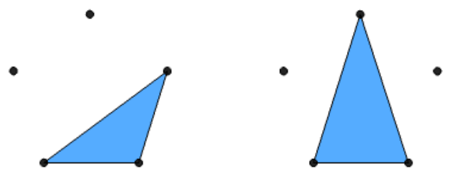




Se i singoli cubetti hanno il lato di 1 unità allora puoi usare il Teorema di Pitagora è scoprire che il percorso più breve è lungo 5 unità.

Quanti Ne Vedi?

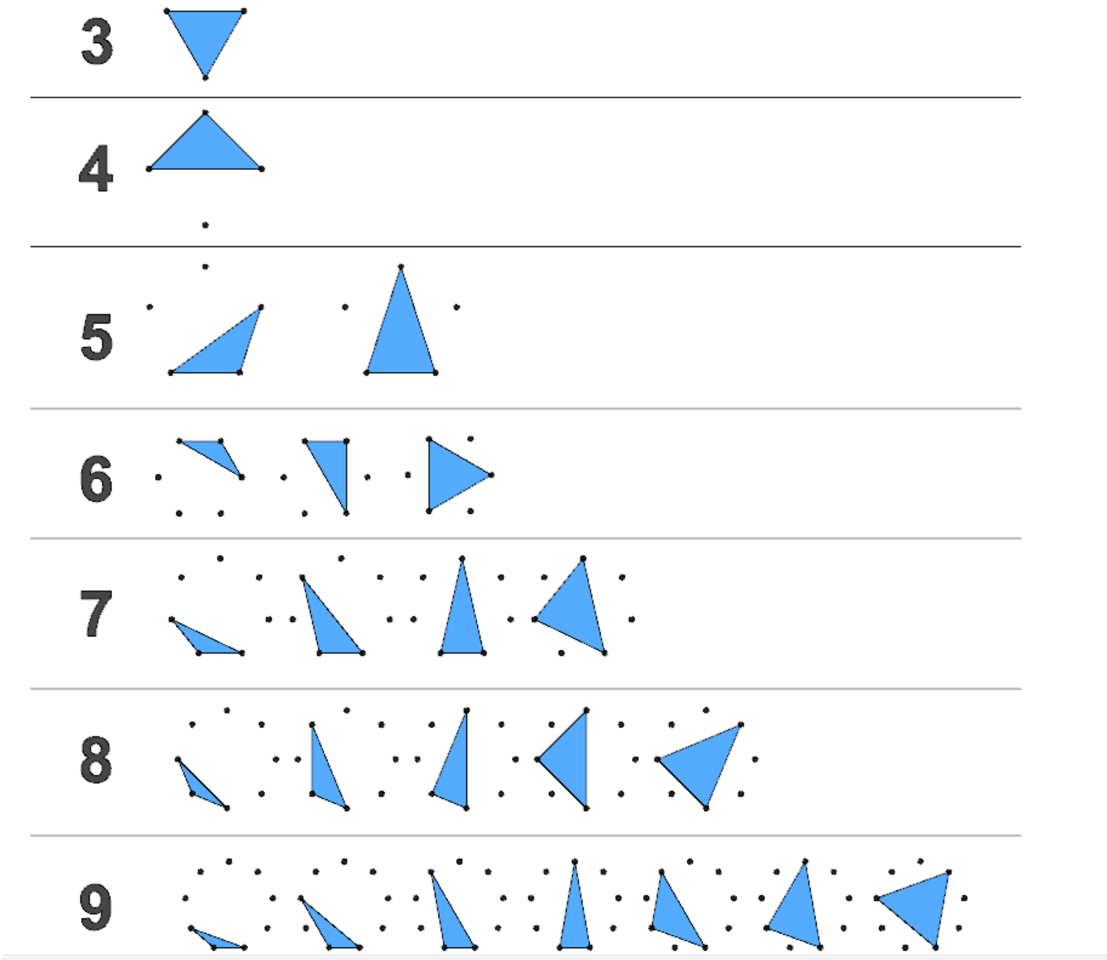
442.



443.

Diamo la risposta per diversi poligoni regolari:

3 → 1;   4 → 1;   5 → 2;   6 → 3;   7 → 4;   8 → 5;   9 → 7:

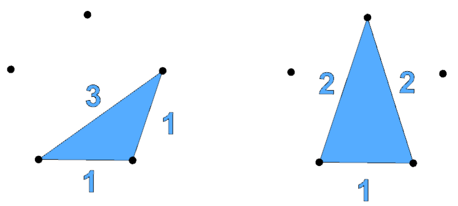


Sull'esagono regolare puoi ottenere 3 triangoli diversi.

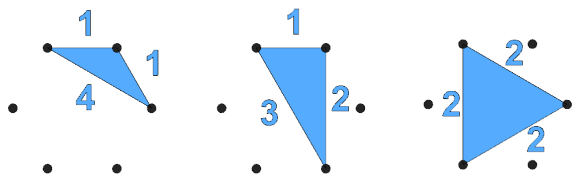
444.

La soluzione è identica a quella dei due esercizi precedenti.

Per esempio se ci sono 5 palline puoi disporle a forma di pentagono e puoi disegnare un triangolo che collega 3 di queste palline. Un lato del triangolo corrisponde a un secchio e prende tante palline quanto è la distanza circolare tra le palline che collega, nel caso di 5 palline ci sono solo 2 modi di distribuirle nei secchi:



Nel caso di 6 palline ci sono 3 soluzioni:

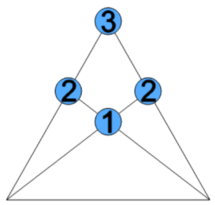


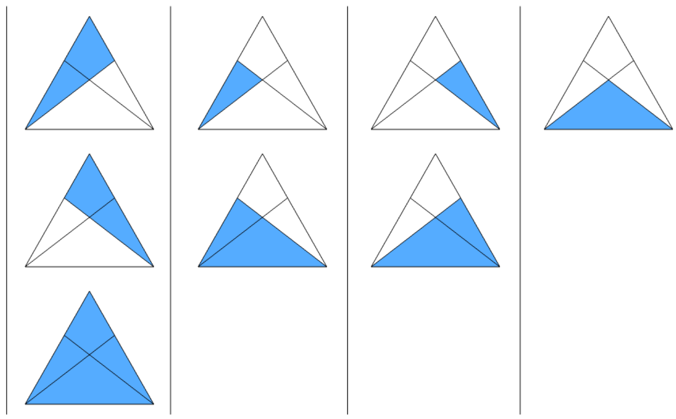
Altri casi:

$3 \rightarrow 1$; $4 \rightarrow 1$; $5 \rightarrow 2$; $6 \rightarrow 3$; $7 \rightarrow 4$; $8 \rightarrow 5$; $9 \rightarrow 7$

confronta con l'esercizio precedente.

445.





Totale 3+2+2+1=8= 2^3

446.

1	2	3
2	3	4
3	4	5

1 → 1;   2 → 8;   3 → 27;

Si intuisce che che si tratta dei numeri elevati al cubo.

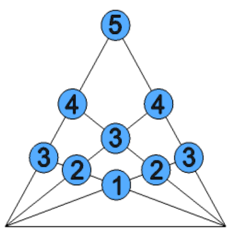
Quindi: 10 → 1000; n → n^3 .

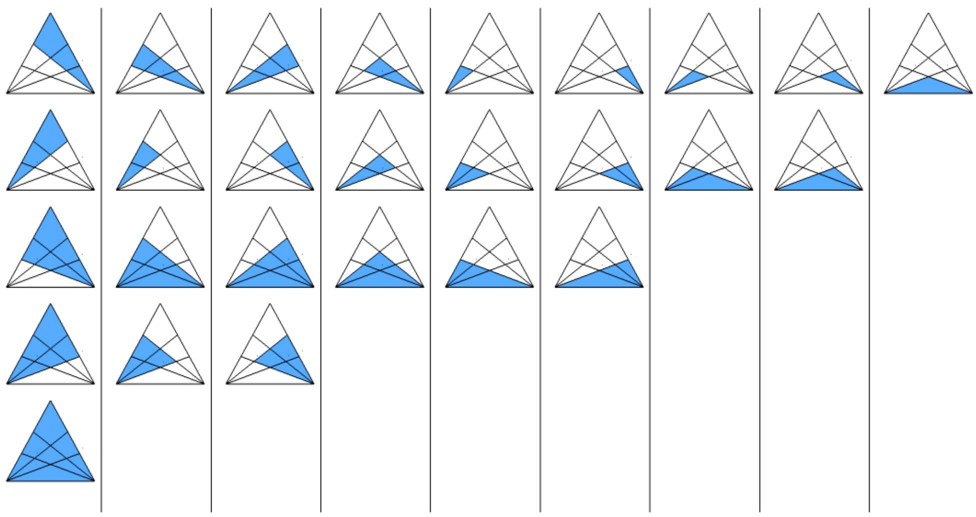
Puoi anche notare che i numeri delle diagonali in salita (cioè in numeri che hanno lo stesso colore in figura) hanno sempre come somma n^2 .

Difficile: facendo alcune prove puoi intuire che un'analoga somma in un rettangolo n×m fa

$$\frac{nm(n+m)}{2}$$

447.



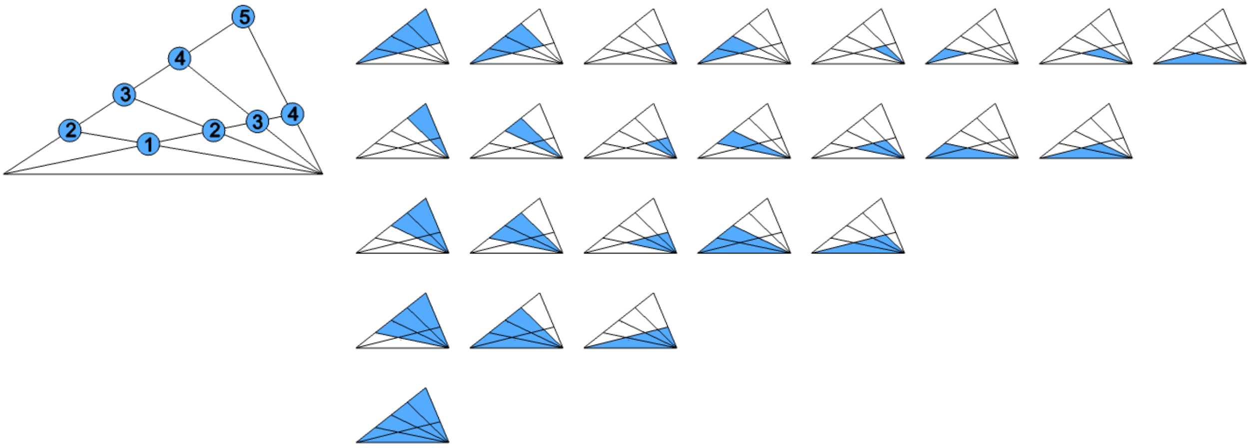


I numeri hanno una disposizione del tutto analoga a quella dell'esercizio precedente.

Caso 3×3 → triangoli: 27.

Caso n×n → triangoli: n^3 .

448.



I triangoli in tutto sono: 24.

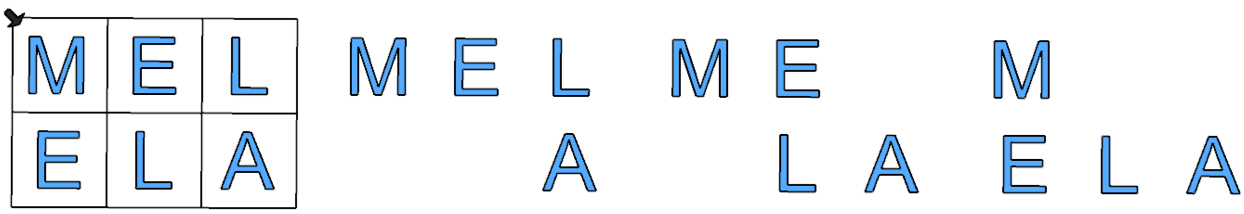
Nel caso di un triangolo $n \times m$ il totale dei triangolini è: $\frac{nm(n+m)}{2}$ (confronta con il Quesito 446).

Parole Tartagliate

449.

Il numero in ogni casella è uguale alla somma dei numeri nelle due caselle che le stanno sopra.
La somma dei numeri nelle righe è: 1, 2, 4, 8, 16, … e puoi osservare che sono le potenze del 2.
Quindi la somma dei numeri nella riga n è: 2^n .

450.

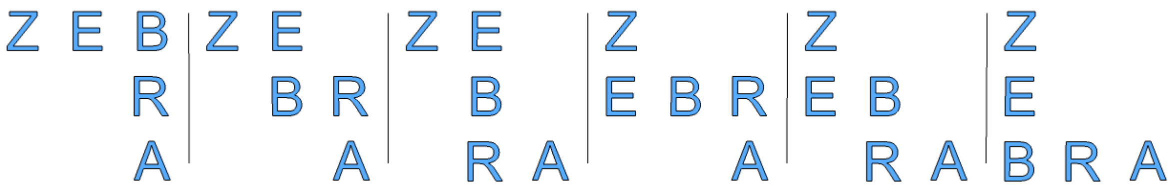


451.

In totale 8 modi.

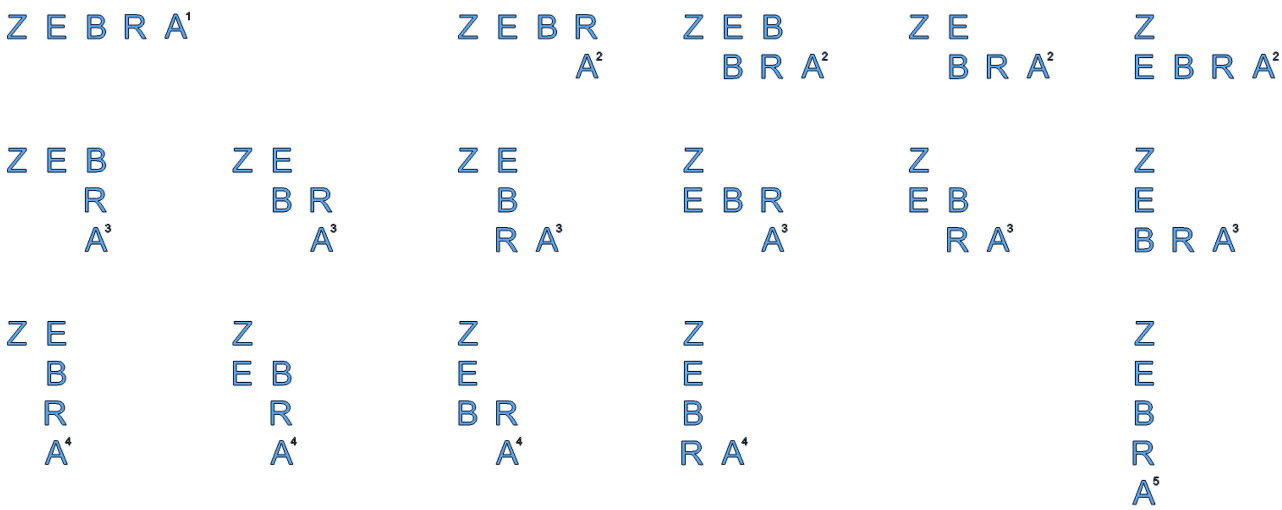
452.

6:



453.

454.



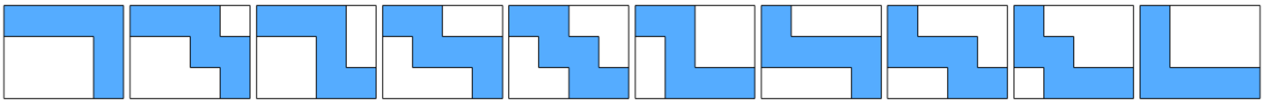
Un modo fino a A^1, 4 modi fino a A^2, 6 modi fino a A^3, 4 modi fino a A^4, un modo fino a A^5.

In totale $16=2^4$ modi.

Il numero di modi in cui si può leggere ZEBRA segue la quinta riga del Triangolo di Tartaglia (la riga in alto composta da un solo 1 nel Trianglo di Tartaglia si conta come riga 0). Per una parola di lunghezza *n* bisogna vedere la riga *n* del Triangolo di Tartaglia.

455.

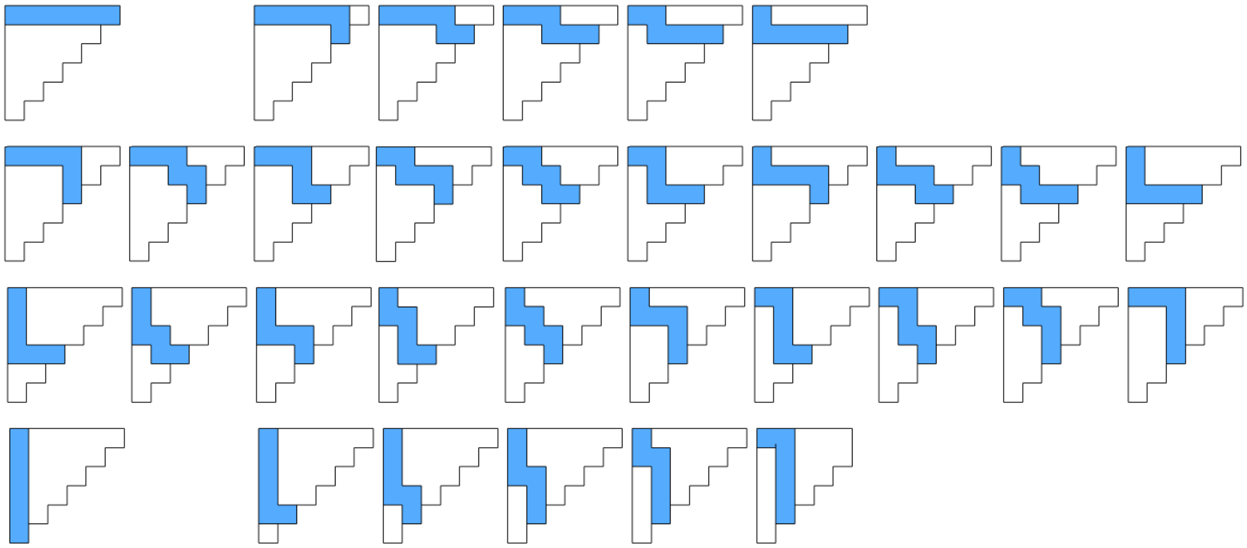
10:



456.

1 percorso fino a A^1, 5 percorsi fino a A^2, 10 percorsi fino a A^3,

10 percorsi fino a A^4, 5 percoresi fino A^5, 1 percorso fino A^6:

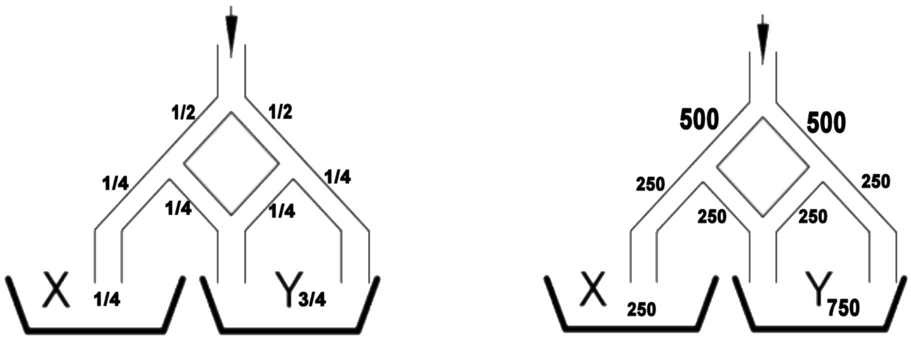


Il numero di percorsi corrisponde alla sesta riga del Triangolo di Tartaglia.

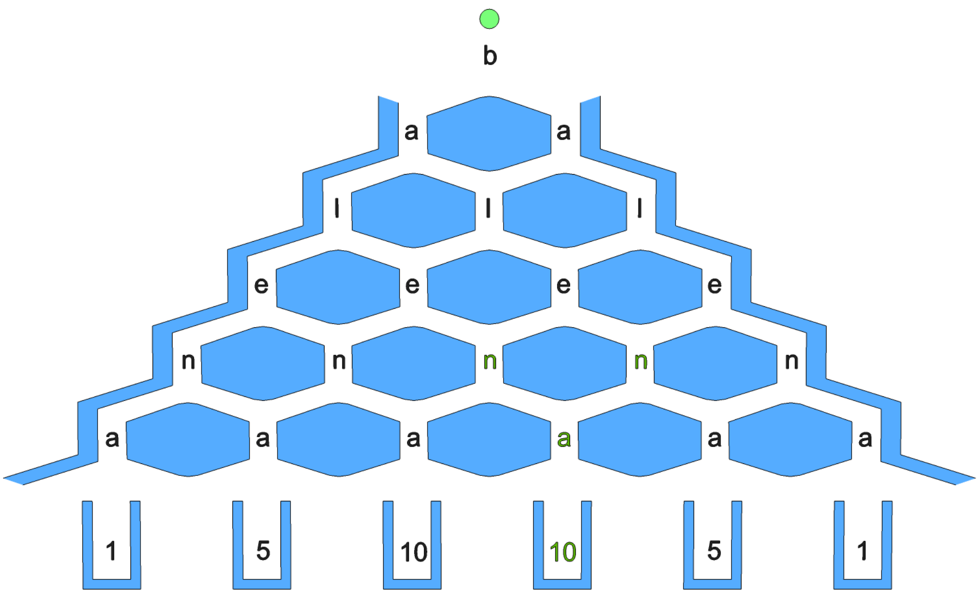
I percorsi fino a A^4, A^5, A^6 sono simmetrici rispetto a quelli fino a A^3, A^2, A^1.

In totale i percorsi sono $2^5=32$.

457.



458.



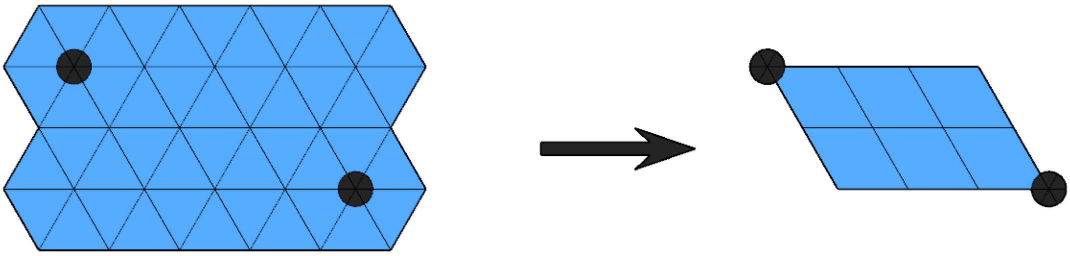
Questo quesito è identico al quesito Balena II, ha solo una veste diversa. Puoi aggiungere le lettere come mostrato in figura per scoprire l'analogia.

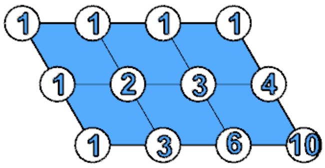
In questa forma è anche più facile vedere che i numeri di percorsi che portano a ogni contenitore sono i numeri del Triangolo di Tartaglia.

Infatti nel Triangolo di Tartaglia per definizione ogni numero è la somma dei due numeri sovrastanti ma anche per i percorsi di questo quesito vale la stessa regola: per esempio, il numero di percorsi che portano al quarto contenitore è uguale alla somma dei numeri di percorsi che portano alle due “n” sovrastanti (in verde) perché solo attraverso queste si può raggiungere il quarto contenitore.

Allo stesso modo il numero di percorsi che raggiungono una certa lettera è uguale alla somma dei numeri di percorsi che raggiungono le due lettere sovrastanti. Da ciò deriva che i numeri di percorsi sono esattamente uguali ai numeri di Tartaglia.

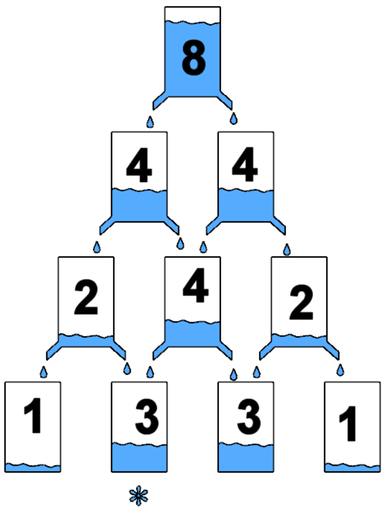
459.





Gli unici tratti che puoi percorrere se vuoi ottenere un percorso minimo sono quelli mostrati in figura. Il quesito è indentico al primo quesito della Balena e ha 10 soluzioni. Ogni numero in figura lo ottieni come somma dei due numeri precedenti.

460.

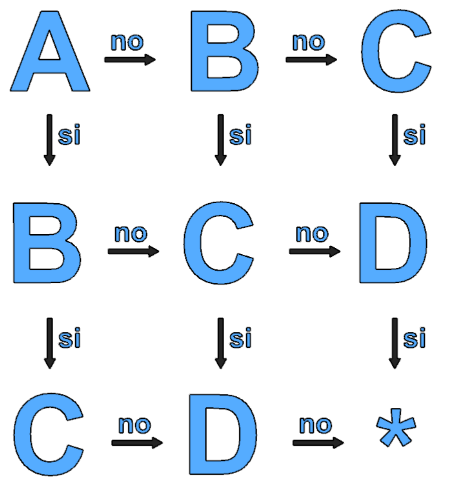


Ogni brocca versa metà del contenuto verso destra e metà del contenuto verso sinistra. Con qualche tentativo puoi scoprire che per avere 3 litri nella brocca con l'asterisco devi mettere 8 nella brocca in alto.

461.

Puoi scegliere due amici nei seguenti 6 modi: AB, AC, AD, BC, BD, CD.

Il quesito, anche se non sembra, è equivalente al Quesito della Zebra. Puoi capirlo meglio con questo schema che mostra come scegliere gli amici:



Ogni percorso da A fino a * rappresenta una possibile scelta di due dei quattro amici. Come vedi, a parte le lettere usate, i percorsi sono gli stessi che nel quesito Zebra.

462.

1 → 5 modi: A, B, C, D, E.

2 → 10 modi: AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE.

3 → 10 modi: ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE (sono i complementari del caso 2 cioè gli amici scelti sono quelli che avevi escluo nel caso 2).

4 → 5 modi: ABCD, ABCE, ABDE, ACDE, BCDE (basta decidere chi escludere).

5 → 1 modo: ABCDE.

Puoi osservare che questi numeri sono gli stessi della quinta riga del Triangolo di Tartaglia (la riga in alto composta da un solo 1 nel Trianglo di Tartaglia si conta come riga 0).

Sono anche gli stessi numeri del Quesito Pinko: puoi immaginare che nel gioco Pinko andare a destra significa "si" e andare a sinistra significa "no", al primo livello si sceglie se prendere l'amico A oppure no, al secondo livello si sceglie per l'amico B, ecc.

463.

15 modi per scegliere 2 amici: AB, AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF, CD, CE, CF, DE, DF, EF.

20 modi per sceliere 3 amici: ABC, ABD, ABE, ABF, ACD, ACE, ACF, ADE, ADF, AEF, BCD, BCE, BCF, BDE, BDF, BEF, CDE, CDF, CEF, DEF.

Hai visto nel quesito precedente che la scelta fra 5 amici segue la sesta riga del Triangolo di Tartaglia. Per 6 amici devi vedere la sesta riga di Tartaglia (la riga in alto composta da un solo 1 nel Trianglo di Tartaglia si conta come riga 0).

464.

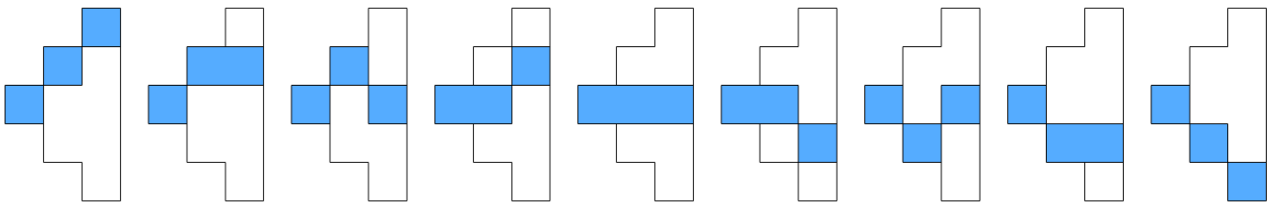
					1						1
				1	1	1					3
			1	2	3	2	1				9
		1	3	6	7	6	3	1			27
	1	4	10	16	19	16	10	4	1		81
1	5	15	30	45	51	45	30	15	5	1	243

Ogni numero è la somma dei tre numeri che si trovano sopra di lui.

La somma dei numeri nella riga n farà 3^n.

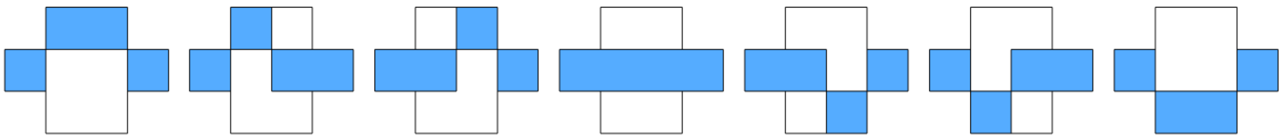
465.

9:



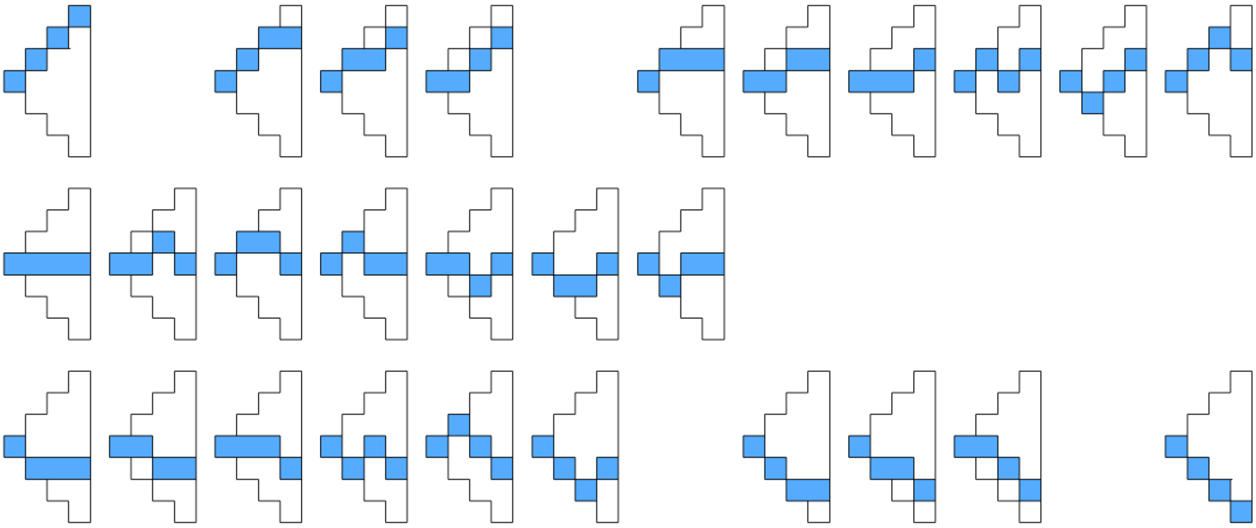
466.

7:



467.

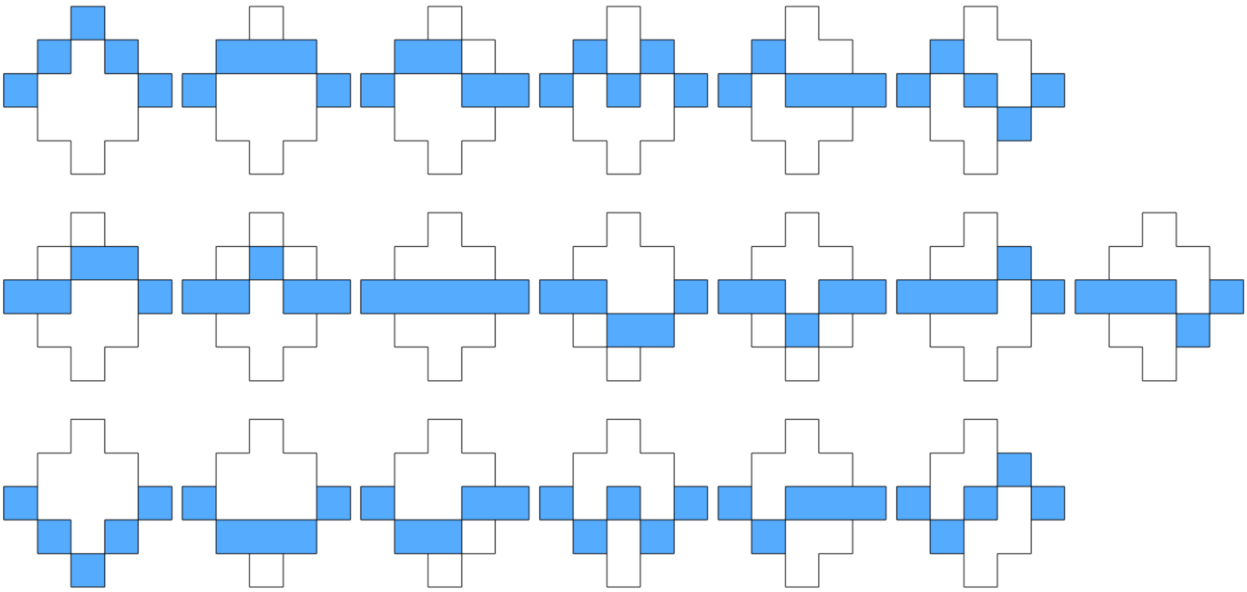
Ci sono 1 + 3 + 6 + 7 + 6 + 3 + 1 = 27 modi per leggere MELA: 1 soluzione raggiunge la prima A in alto, 3 soluzioni che raggiungono la seconda A, ...



Se confronti con il quarto rigo (contando da 0) del Triangolo di Tartaglia Trinomiale vedrai che sono esattamente gli stessi numeri. Allo stesso modo per una parola con 5 lettere bisogna usare il quinto rigo del Triangolo di Tartaglia Trinomiale.

468.

19:



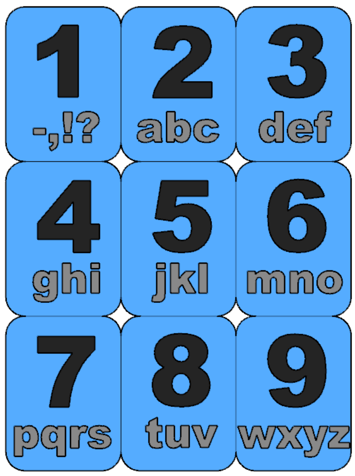
Pensiero Computazionale e Percorsi

469.

1 → (	-1 →)
2 → ((	-2 →))
3 → (((	-3 →)))

- 3, -1, 1, -2, 1 – 2 corrisponde a ((( ) ( )) ( ))
- Se la somma dei numeri fa 0 le parentesi sono bilanciate. Tuttavia anche se la somma fa 0 le parentesi possono essere messe male, per esempio la seequenza -1, 1 ha somma 0 è corrisponde a) (.

470.

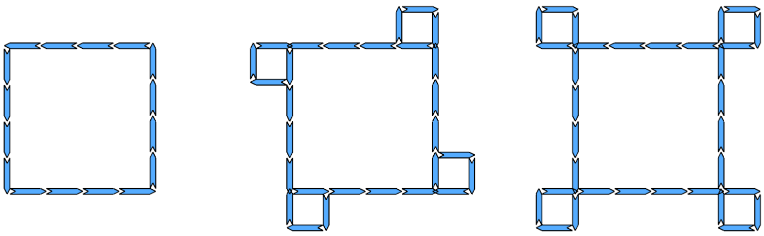


- 227521 corrisponde a “Carla!” (oppure “Carla?” o “Carla,” o “Carla-”).

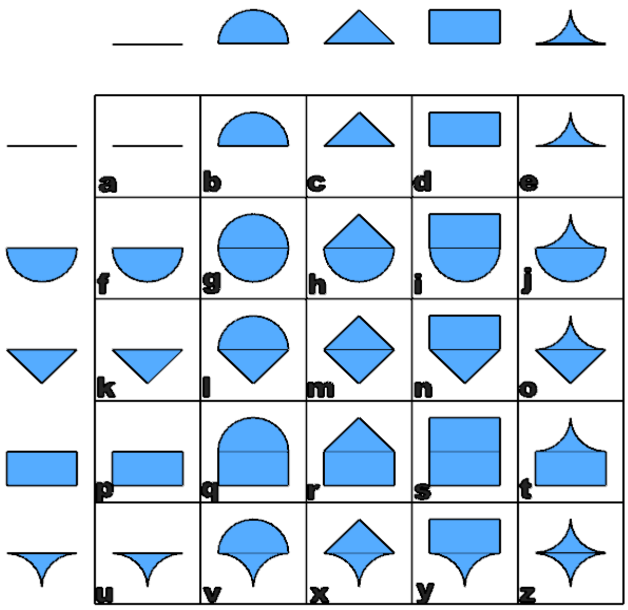
471.

- **4 (4 (→) ↺)**
- **4 (4 (→) ↺ 4 (→ ↻))**
- **4 (4 (→) 4 (→ ↻) ↺)**

Corrispondono a:



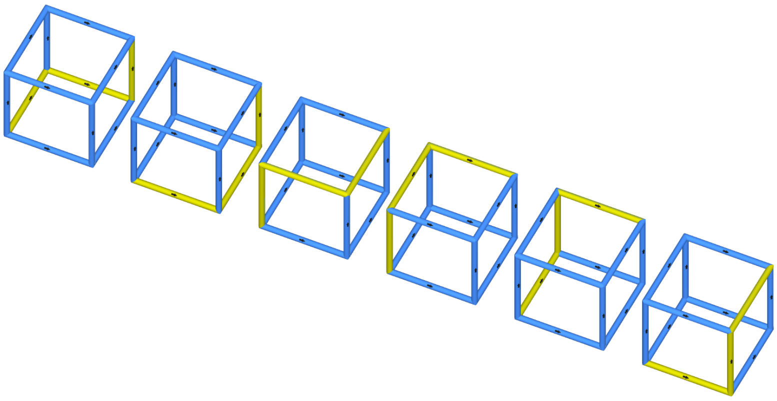
472.



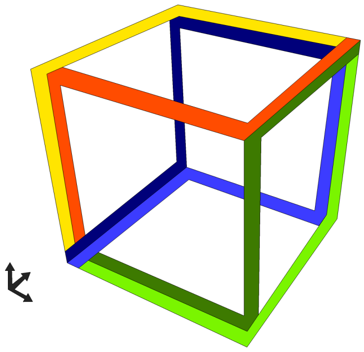
- Nella sequenza di simboli c'è scritto “ciaomondo”.

473.

I percorsi sono 6:



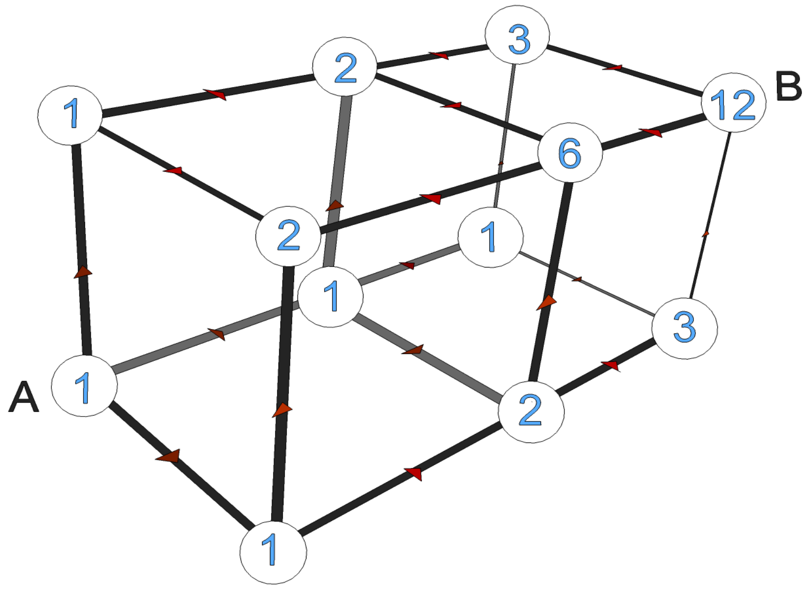
Possiamo anche visualizzarli tutti insieme così:



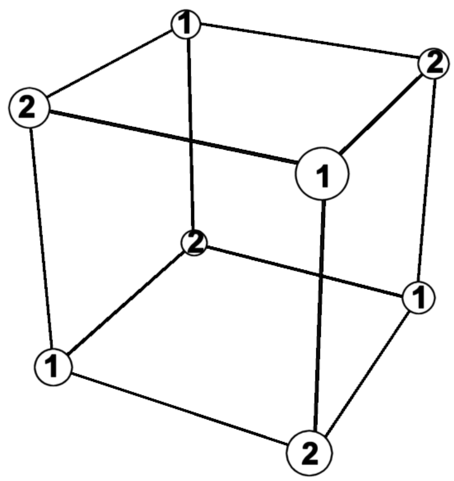
Non è un caso che sono proprio 6. Ci sono 3 dimensioni nello spazio: larghezza (L), altezza (A), profondità (P) e dobbiamo scegliere un ordine per queste tre dimenisoni. Se per esempio scegliamo L,A,P significa che andiamo prima lungo la larghezza, poi lungo l'altezza e poi in profondità. Gli ordini possibili di 3 oggetti sono 6.

474.

Puoi scrivere, partendo dal vertice A, quanti percorsi raggiungono ogni vertice. Il numero da scrivere su un vertice è uguale alla somma dei numeri scritti nei vertici che possono raggiungere quel vertice, ricorda che ti puoi muovere solo nel verso delle frecce:



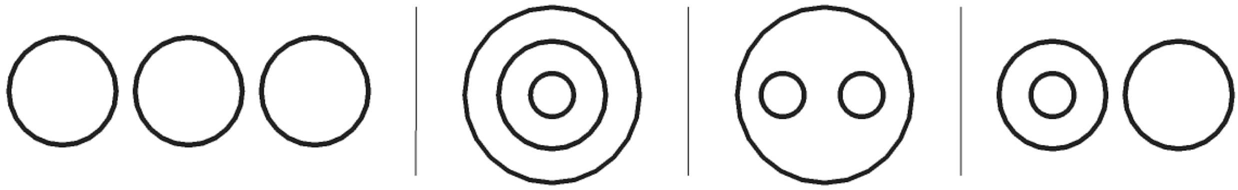
475.



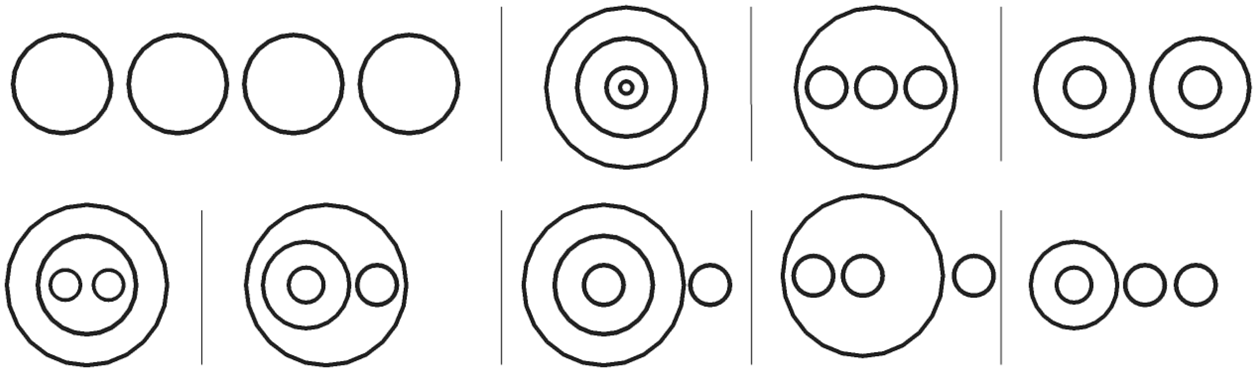
Sono sufficienti due numeri per fare in modo che vertici collegati abbiano numeri diversi.

476.

Con 3 circonferenze, 4 modi:



Con 4 circonferenze, 9 modi:



Con 5 circonferenze i modi sono 20.

477.

3 → 8,

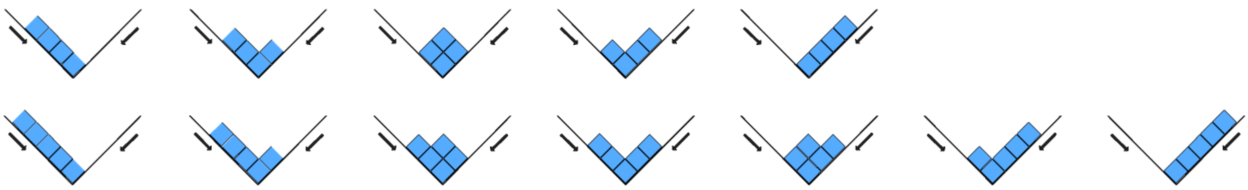
4 → 8 + (1+2) × 2 = 14,

5 → 10 + (1+2+3) × 2 = 22,

n → $2n+(n-2)(n-1)$.

478.

Le disposizioni con 4 cubi sono 5, con 5 cubi sono 7:

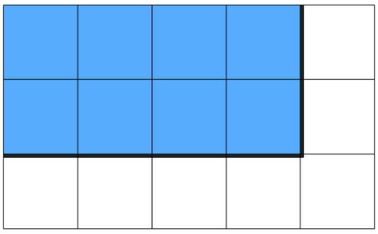


Queste configurazioni corrispondono alle cosiddette partizioni dei numeri. Quante somme diverse hanno come risultato 4? (due somme sono diverse se cambiano gli addendi) :

4 = 1+1+1+1, 1+1+2, 2+2, 1+3, 4;

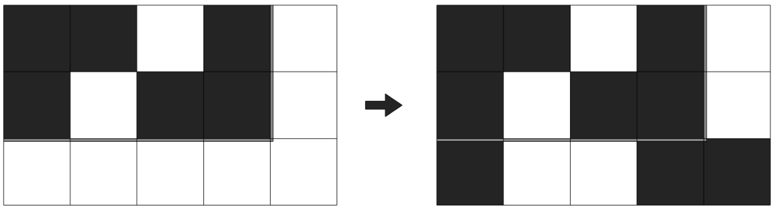
5 = 1+1+1+1+1, 1+1+1+2, 1+2+2, 1+1+3, 2+3, 1+4, 5.

479.



I quadretti nella zona colorata possono essere scelti liberamente, ciascuno può essere nero o bianco.

Il colore degli altri quadretti deve essere scelto di conseguenza. Esempio:



Quindi puoi scegliere i primi 8 quadretti, ciascuno bianco o nero, per cui ci sono $2^8=256$ **scelte possibili**.

480.

Lancio 2 volte, 4 esiti possibili: TT, TC, CT, TT.

Lancio 3 volte, 8 esiti possibili: TTT, TTC, TCT, TCC, CTT, CTC, CCT, CCC.

Lancio *n* volte, 2^n esiti possibili: ogni volta che si aggiunge un lancio, gli esiti possibili raddoppiano perché ci sono tutti gli esiti precedenti con la possibilità che nel nuovo lancio esca "testa" e ci sono tutti gli esiti precedenti con la possibilità che nel nuovo lancio esca "croce".

Il quesito è strettamente parente dei quesiti: Frullati 97. Alzata di Mano 96. Frutti 88.

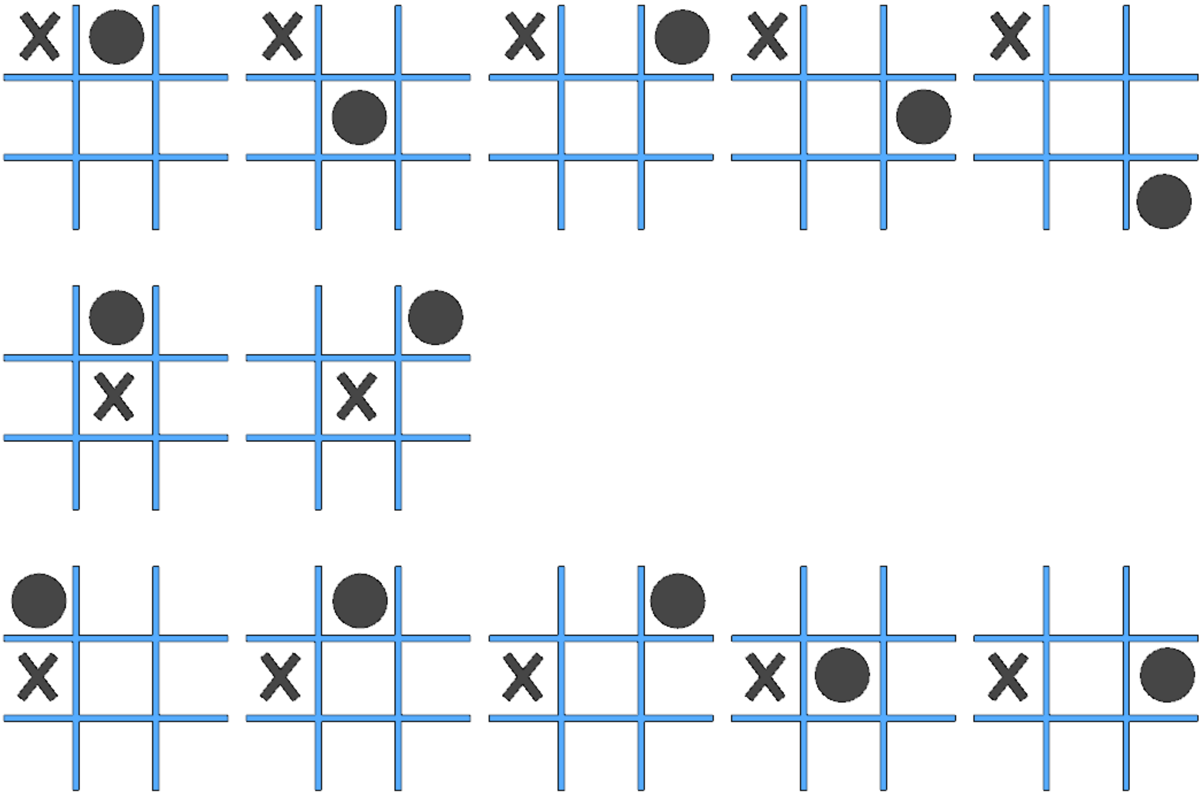
481.

Il primo giocatore (X) può iniziare in 3 modi diversi, nell'angolo, al centro, oppure su un lato.

Se X gioca nell'angolo, il secondo giocatore (O) ha cinque risposte possibili diverse.

Se X gioca al centro, il secondo giocatore (O) ha due risposte possibili diverse.

Se X gioca sul lato, il secondo giocatore (O) ha cinque risposte diverse:



Quindi le partite di filetto possono avere 12 inizi diversi se guardiamo le prime du mosse.

482.

=AΠA +I Π ΓINIA,

IΛ NYMΣΠ0 ΔI ΓI0ΠNI =hΣ MAN=AN0 PΣΠ +ΣΔΣΠ=I

Σ' YΓYAΛΣ AΛΛA ⊗0MMA ΔΣΛΛΣ ΛΣTTΣΠΣ ΔΣI

N0⊗TΠI N0MI M0ΛTIPΛI=AT0 PΣΠ 3.

QYANT0 MAN=A?

PAOΛO

La risposta è 13 perché il messaggio dice:

"Cara Virginia, il numero di giorni che mancano per vederci è uguale alla somma delle lettere dei nostri nomi moltiplicato per 3. Quanto manca? Paolo".

[L'idea del quesito è presa dalle gare della Bocconi ma il testo è stato modificato perché il testo originale del quesito era strettamente legato alle gare stesse].

483.

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25

Ti rendi ben presto conto che se scegli 5 numeri su righe e su colonnne diverse la somma di questi numeri è sorprendentemente sempre la stessa e fa 65 = 1+7+13+19+25.

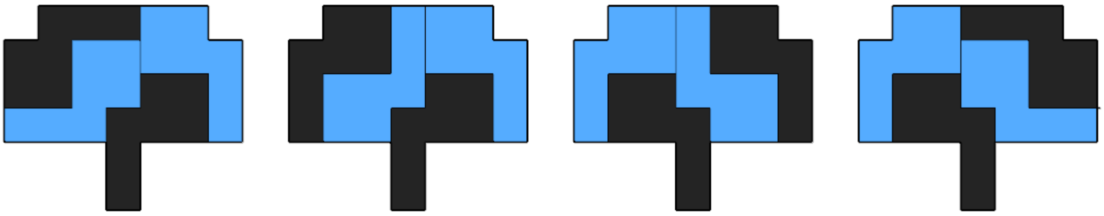
Anche in una scacchiera 6×6 se scegli 6 numeri su righe e su colonne diverse la somma è sempre la stessa è fa: 1+8+15+22+29+36 = 111.

Curiosità: la somma di n numeri scelti su righe e colonne diverse di una scacchiera $n \times n$ fa

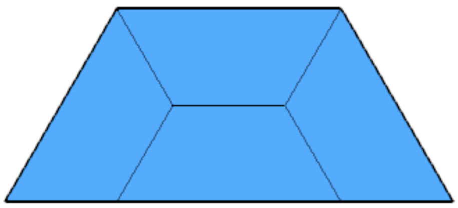
$$n+\frac{(n^2-1)n}{2} \quad .$$

In Parti Uguali: Rotazioni e Simmetrie

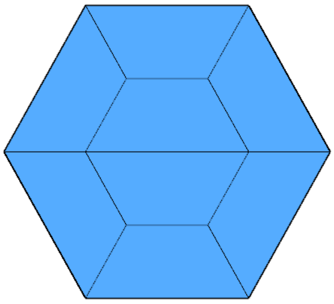
484. ✂



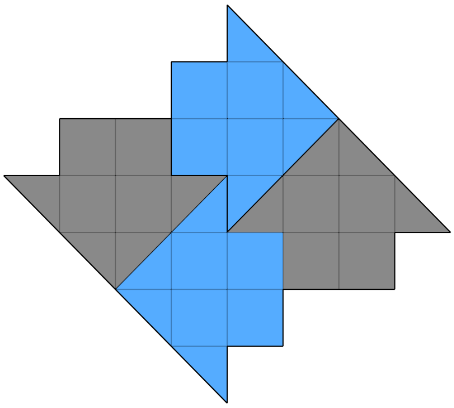
485. ✂



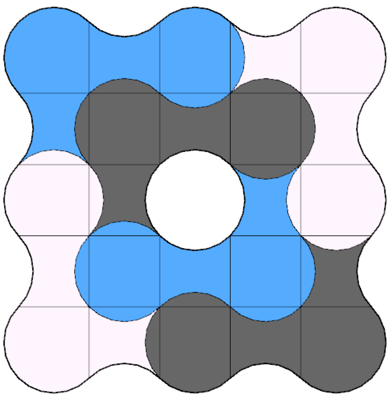
486. ✂



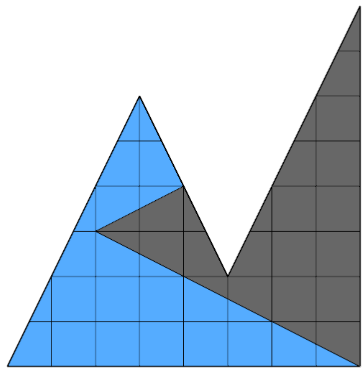
487. ✂



488. ✂



489.



Confronta con Balena 197. e con Proboscide 375.

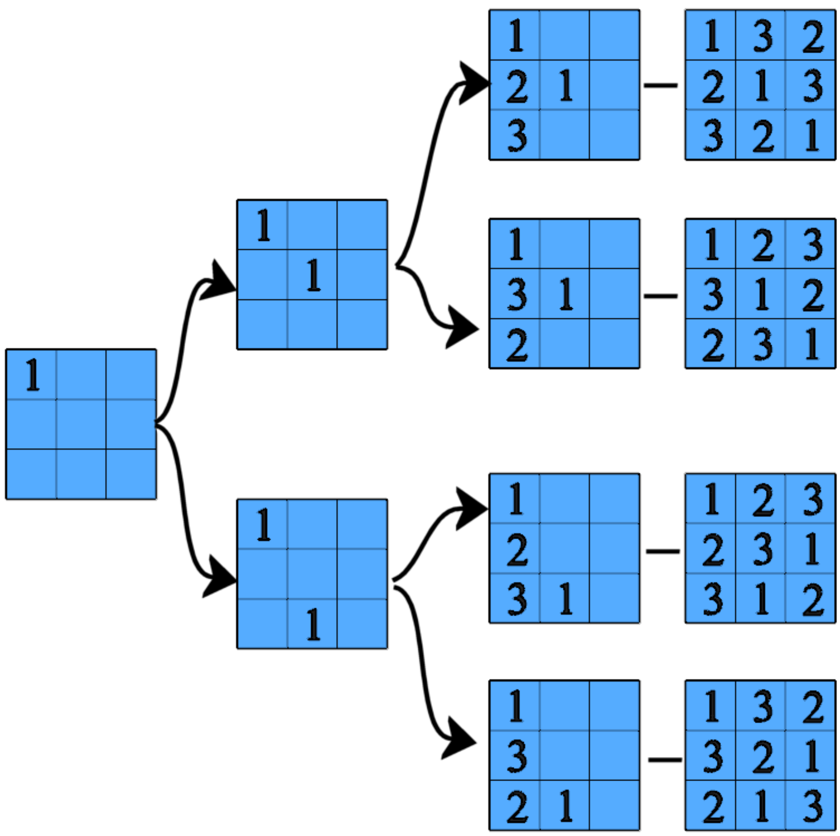
Moltiplicazioni e Permutazioni

490.

Gli esiti possibili sono 36: ogni numero da 1 a 6 sul dado giallo può essere abbinato a ogni numero da 1 a 6 sul dado blu.

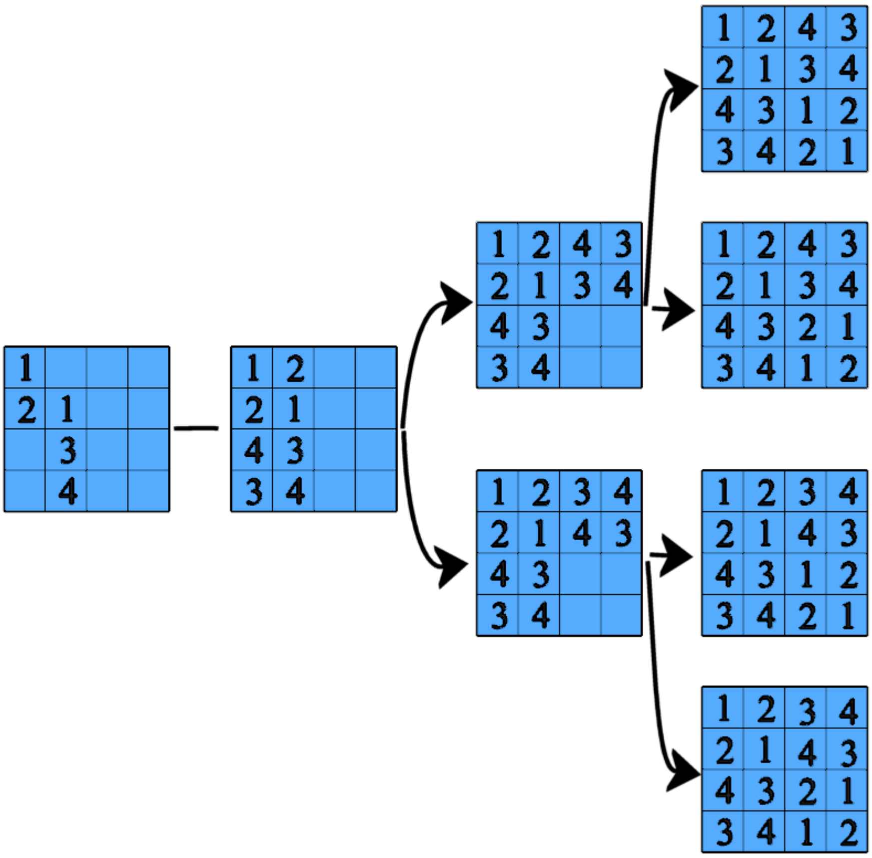
491.

Ci sono 4 modi di completare questo sudoku:



492.

Questo sudoku si può completare in 4 modi diversi:



493.

$3 \rightarrow \quad 6^3 \quad ;$

$n \rightarrow \quad 6^n \quad ;$

494.

Le parole di lunghezza 2 sono 9: AA, AT, AM, TA, TT, TM, MA, MT, MM

Le parole di lunghezza 3 sono 27 perché puoi aggiungere A oppure M oppure T davanti a ciascuna delle parole di lunghezza 2.

Le parole di lunghezza *n* sono 3^n .

495.

Lunghezza 4: per fare una parola di lunghezza 4 che sia uguale a se stessa quando messa davanti allo specchio devi scegliere solo le prime due lettere perché le ultime due lettere saranno speculari. Per esempio, se la parola inizia per AM, allora deve finire per MA e ottieni quindi la parola AMMA.

Le parole simmetriche di lunghezza 4, che usano le lettere AMT, sono 3^2 :

AAAA, AMMA, ATTA, MAAM, MMMM, MTTM, TAAT, TMMT, TTTT.

Lunghezza 5: per fare una parola di lunghezza 5 che sia uguale a se stessa quando messa davanti allo specchio devi scegliere le prime tre lettere. Per esempio, se la parola inizia per TAM allora deve finire per AT e ottieni al parola TAMAT. Le parole simmetriche di lunghezza 5 che usano le lettere AMT sono quindi $3^3=27$.

Le parole simmetriche di lunghezza 2*n* che usano le lettere AMT, sono 3^n .

496.

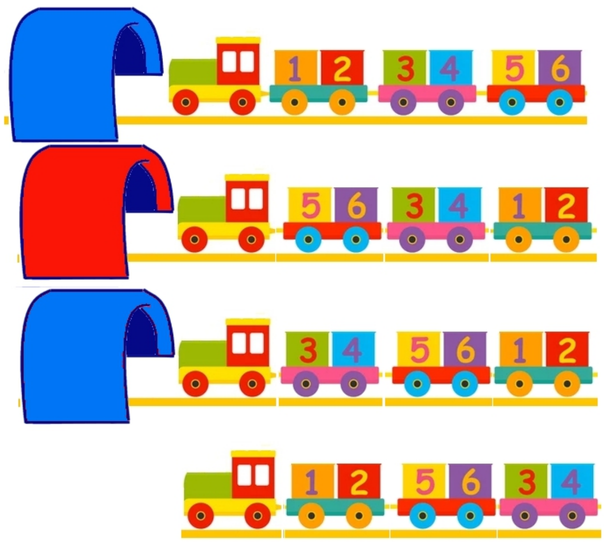
Lunghezza 6: devi scegliere solo le prime 3 lettere perché le altre 3 saranno simmitriche. Hai a disposizione 10 lettere quindi hai $10^3=1000$ possibilità.

Lunghezza *2n*: devi scegliere le prime *n* lettere, ciascuna tra le 10 lettere disponibili quindi ci sono 10^n possibilità.

497.

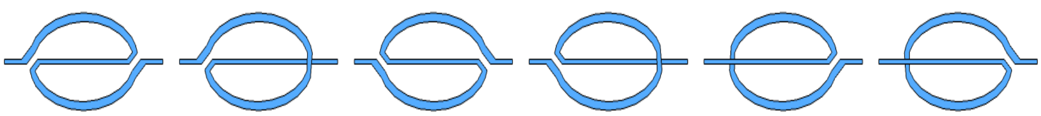
Ecco le trasformazioni dopo ogni tunnel:

12 34 56 diventa 56 34 12 diventa 34 56 12 diventa 12 56 34



498.

Ci sono 3 scelte al primo bivio e 2 scelte al secondo bivio, totale **6 percorsi possibili**:



499.

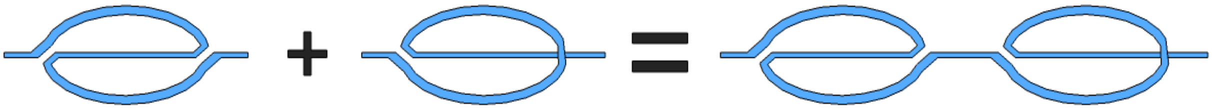
Devi ragionare come nel quesito precedente: ci sono 4 scelte al primo bivio, 3 scelte al secondo, 2 scelte al terzo, 1 scelta al quarto: totale **24 percoresi possibili**.

500.

Devi ragionare come nei due quesiti precedenti: ci sono 5 scelte al primo bivio, 4 scelte al secondo, 3 scelte al terzo, 2 scelta al quarto, 1 scelta al quinto: totale **120 percoresi possibili**.

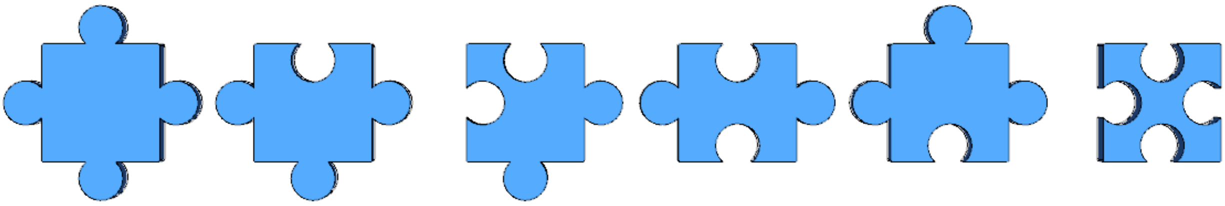
501.

Nei quesiti precedenti hai visto che le tre strade del primo ovale possono essere percorse in 6 modi diversi. Anche le strade del secondo ovale posssono essere percorse in 6 modi diversi. Qualunque modo di percorrere il primo ovale può essere abbinato a qualunque modo di percorrere il secondo ovale, per un totale di 6 × 6 = **36 percorsi possibili**. Esempio:

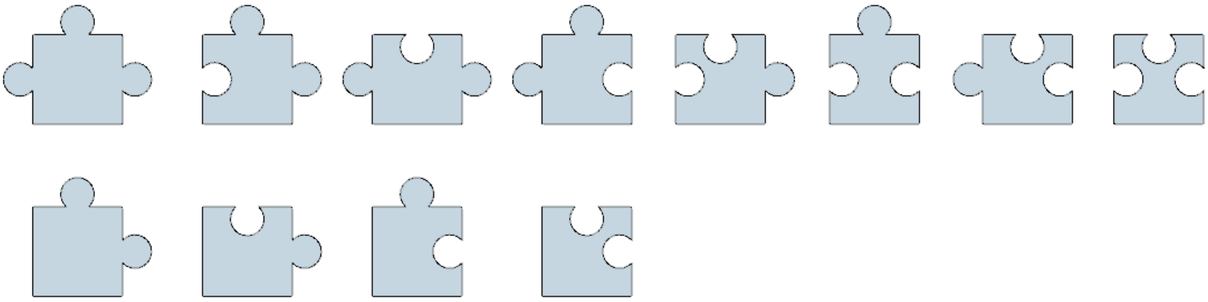


502.

6:

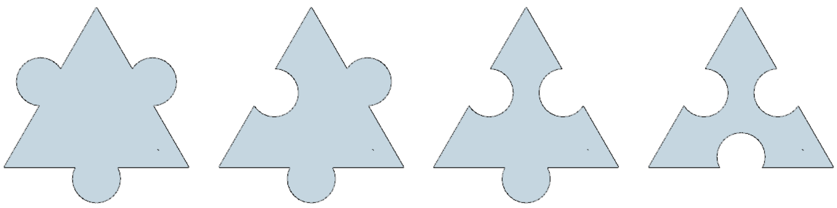


Bordi e angoli:



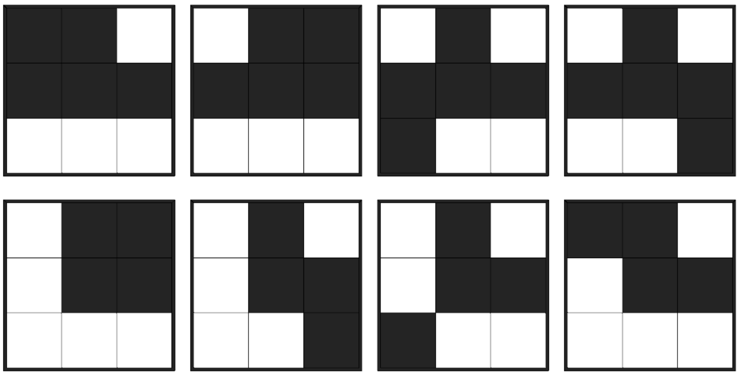
503.

4:



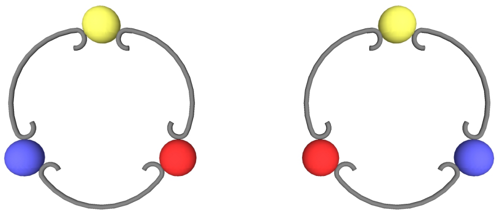
504.

8:



505.

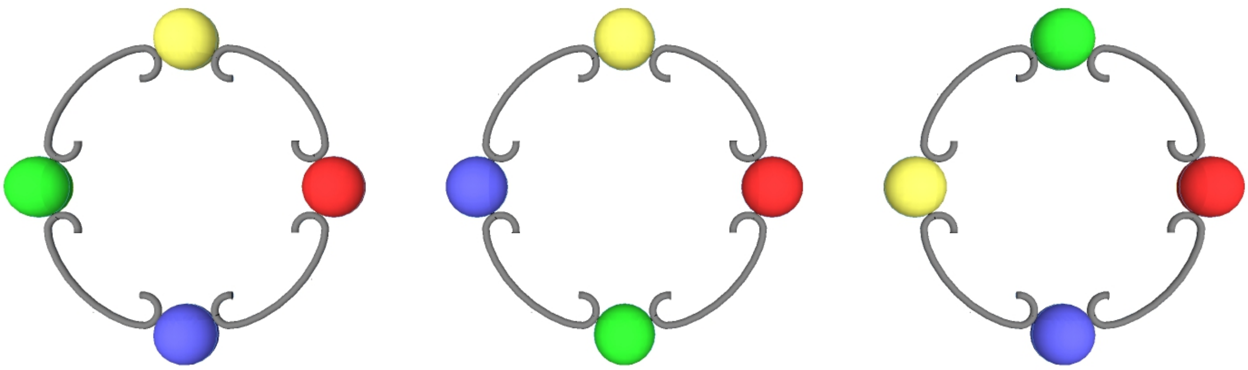
Miriam ha **un solo modo** per fare il suo braccialetto:



I due braccialetti in figura sono solo apparentemente diversi, è sufficente ribaltare uno dei due per scoprire che sono identici.

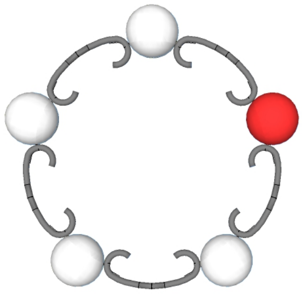
506.

Parti, per esempio, dalla perlina rossa; per definire il bracccialetto è sufficiente decidere quale sarà la perlina difronte al rosso, le altre due perline verranno di conseguenza; hai **3 scelte**:

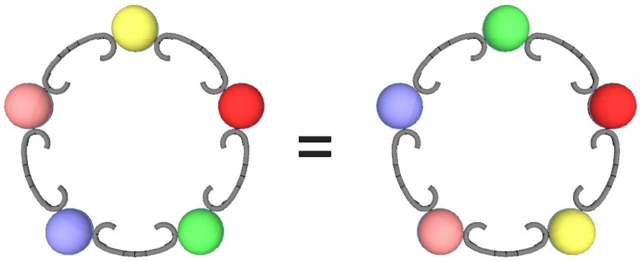


507.

Per fissare un punto di riferimento metti la prima perlina; per esempio, quella Rossa:



Restano quattro posti per le altre 4 perline. Ci sono 24 modi di mettere in ordine 4 perline (vedi il quesito In Coda 127.) ma un ordine e l'ordine opposto danno luogo allo stesso braccialetto, per esempio:



Quindi alla fine il numero di braccialetti con 5 perline diverse è $\frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2} = 12$. Se i colori si chiamano R, A, B, C, D **i 12 braccialetti sono**:

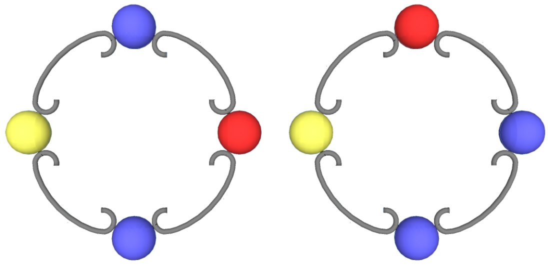
RABCD, RABDC, RACBD, RACDB, RADCB, RADBC,

RBACD, RBADC, RBCAD, RBDAC, RCABD, RCBAD.

Se hai *n* perline diverse allora il numero di braccialetti è: $\frac{(n-1)(n-2)\ldots 1}{2}$.

508.

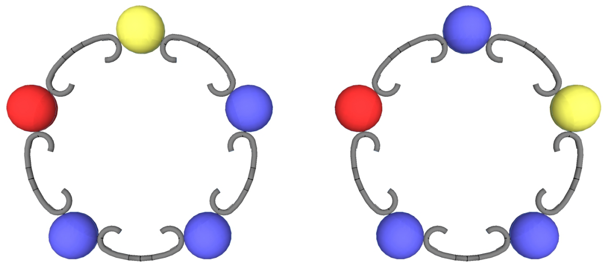
Caso RGBB. Ci sono solo 2 possibilità: o le due perline blu sono vicine oppure sono lontane tra loro



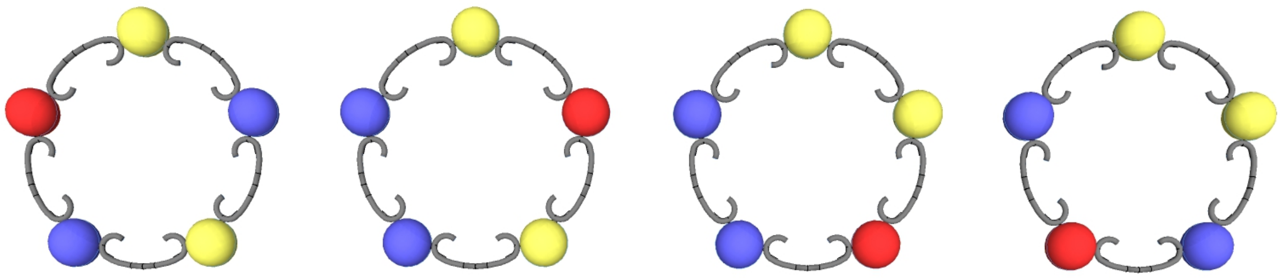
Caso GGBB. Ci sono due possibilità: GGBB oppure GBGB.

509.

Caso GRBBB. Ci sono solo 2 possibilità: o le tre perline blu sono tutte vicine oppure due perline blu sono vicine e una no:



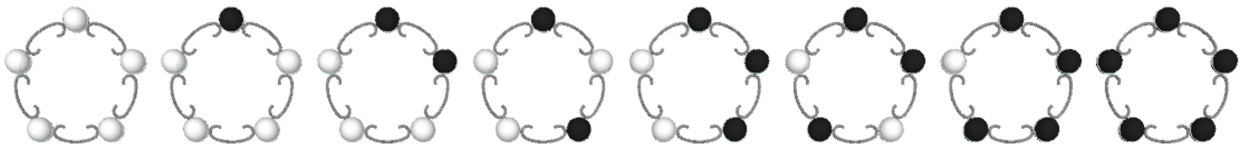
Caso GGBBR. Ci sono 4 possibilità: GBGBR, GRGBB, GGRBB, GGBRB:



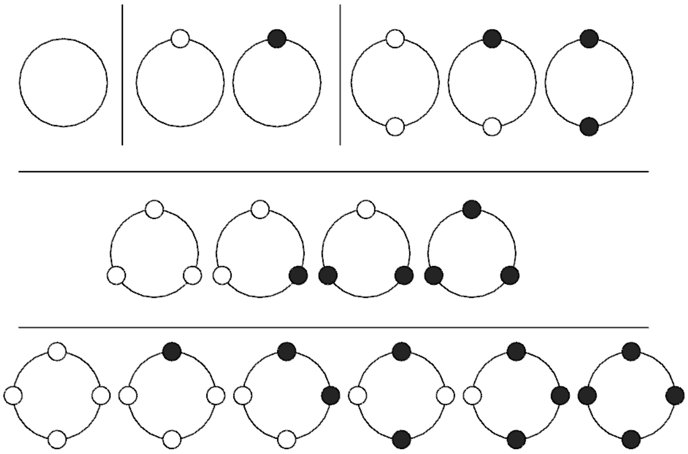
Ricorda che i braccialetti possono essere ruotati e ribaltati, per cui per esempio: GBGBR = BRGBG (per rotazione di due posti) = GBGRB (per ribaltamento).

510.

Con 5 perline bianche o nere puoi fare 8 braccialetti diversi:



Ecco invece le soluzioni da 0 a perline:



0 → 1
1 → 2
2 → 3
3 → 4
4 → 6
5 → 8

Se sei curioso la sequenza continua così: 13, 18, 30, 46.

511.

M = mamma, B = babbo, a = figlia, o = figlio. Ci sono 2 ordini possibili per mamma e babbo (o il babbo sta primo e la mamma ultima o viceversa) e 2 ordini possibili per i figli. In **totale 4 modi** di camminare in fila se primo e ultimo devono essere adulti: MaoB, BaoM, MoaB, BoaM.

512.

M = mamma, B = babbo, a-b-c = figli. Ci sono 2 ordini possibili per mamma e babbo e 6 ordini possibili per i figli. In totale quindi **12 modi** di camminare in fila se primo e ultimo devono essere adulti:

MabcB, MacbB, MbacB, MbcaB, McabB, McbaB
BabcM, BacbM, BbacM, BbcaM, BcabM, BcbaM.

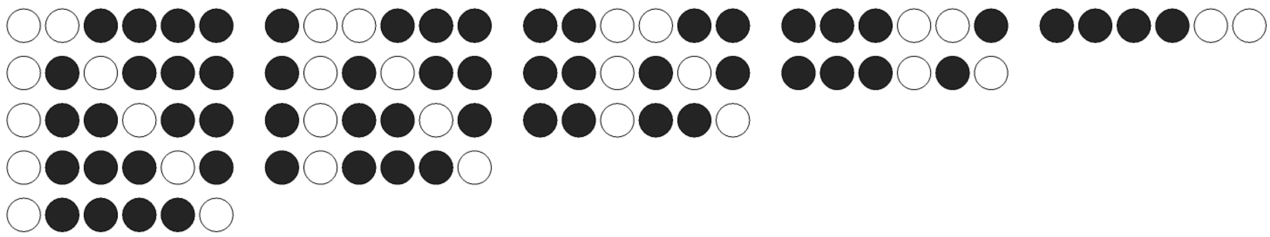
513.

Per l'adulto in testa hai 3 scelte, per l'adulto in coda hai 2 scelte. Quindi hai 6 modi di scegliere gli adulti che aprono e chiudono la fila. Poi restano 3 persone (2 bambini e 1 adulto) che devono essere messi in mezzo in tutti modi possibili: 3 persone possono essere messe in fila in 6 modi diversi.

Quindi 6 modi per scegliere aprifila e chiudifila e 6 modi per ordinare le persone nel mezzo: in **totale 36 modi** di mettere questo gruppo in fila con un adulto in testa e un adulto in coda.

514.

15:



$4 \rightarrow 15$, $\quad 5 \rightarrow 21$, $\quad n \rightarrow \dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$.

515.

bianche \ nere	0	1	2	3	4
0	1	1	1	1	1
1	1	2	3	4	5
2	1	3	6	10	15
3	1	4	10	20	35
4	1	5	15	35	70

Ogni numero può essere ottenuto sommando il numero sopra di esso e il numero alla sua sinistra. In effetti per esempio i modi di mettere in fila 4 palline nere e 2 bianche si possono ottenere così:

- metto una nera per prima e poi considero i modi di mettere 3 nere e 2 bianche (3 modi)
- oppure metto una bianca per prima e poi considero i modi di mettere 4 nere e 1 bianca (altri 3 modi).

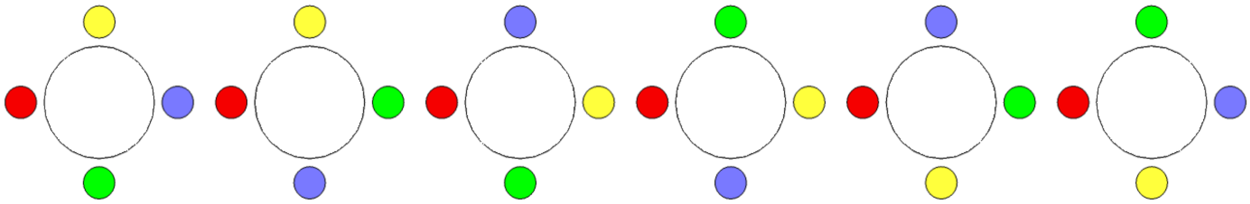
Osserva, anche se sembra un po' strano, che c'è un solo modo di mettere in fila 0 palline bianche e 0 palline nere: l'unico modo è quello di non mettere nessuna pallina in fila.

La Tabella che abbiamo ottenuto è la stessa del Triangolo di Tartaglia 449.

516.

Questo problema è molto simile a quello del "Braccialetto con 4 Perline" con la differenza che disporsi in senso orario o disporsi in senso antiorario fa differenza mentre per il braccialetto non faceva differenza perché il braccialetto si può ribaltare.

Dopo aver fissato la prima persona, restano 3 posti da assegnare alle rimanenti 3 persone e questo si può fare in **6 modi diversi**:



4 persone → 6 modi,

5 persone → 24 modi,

n persone → $(n-1)(n-2)...1$.

517.

Due maschi e due femmine. Si vede facilmente che ci sono solo 2 modi possibili. Usa le letere M e *m* per i maschi e le lettere F e *f* per le femmine. I modi sono

MFmf e MfmF

Tre maschi e tre femmine. Il primo maschio si siede in un posto a caso:

- alla sua destra una femmina (3 scelte),
- alla destra di questa femmina un maschio (2 scelte),
- alla destra di questo maschio una femmina (2 scelte),
- alla sua destra un maschio (una scelta),
- alla sua destra una femina (una scelta).

Quindi:

$$3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 12.$$

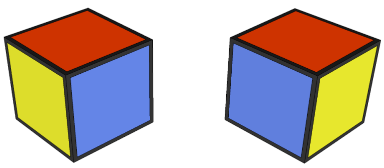
Caso *n* maschi e *n* femmine. Ragionando come prima si ottiene:

$$n(n-1)(n-2)...1 \cdot (n-1)(n-2)...1 = n!(n-1)!$$

Ricorda che $n! = n(n-1)(n-2)...1$.

518.

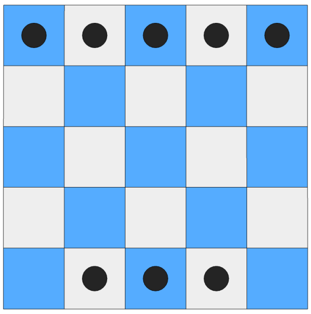
E' sufficiente colorare le 3 facce in vista (perché quelle opposte avranno gli stessi colori):



Questi, che sembrano due modi di colorare il cubo, sono in realtà lo stesso modo visto da punti diversi. Quindi esiste un modo solo di colorare il cubo con 3 colori, facce opposte uguali e facce adiacenti diverse.

519.

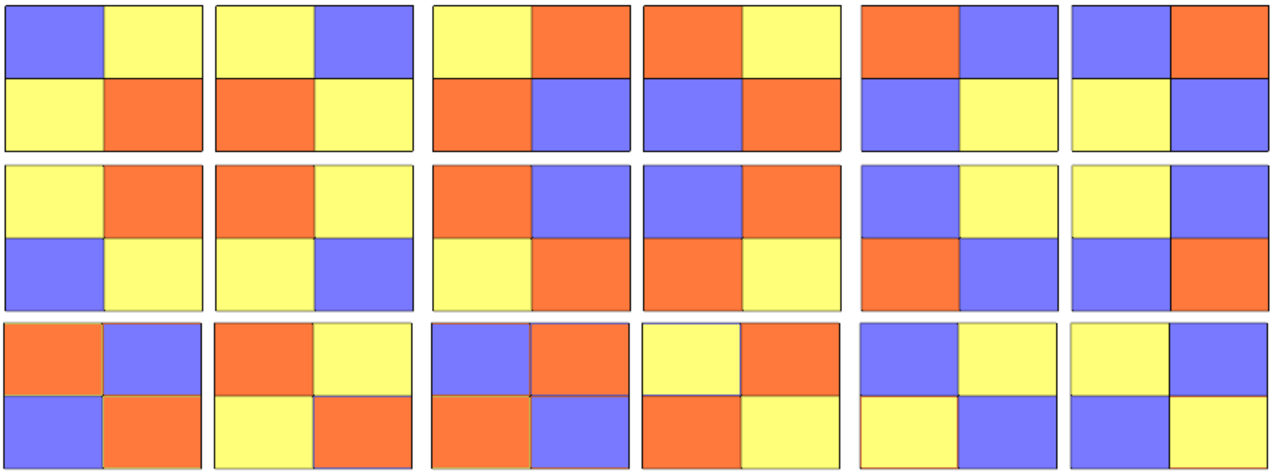
In una scacchiera 5×5 puoi posizionare **8 alfieri** che non si attaccano:



Allo stesso modo in una scacchiera $n \times n$ puoi posizionare $n + n - 2$ alfieri che non si attaccano.

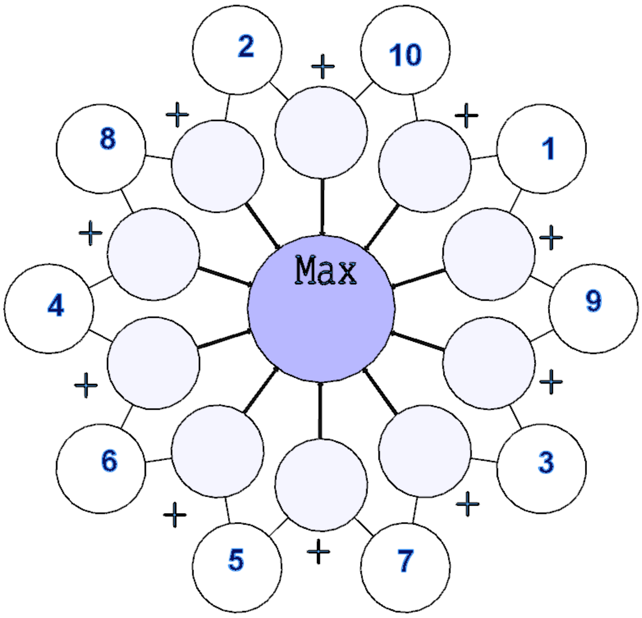
520.

18:



Con 4 colori ci sono 84 possibilità.

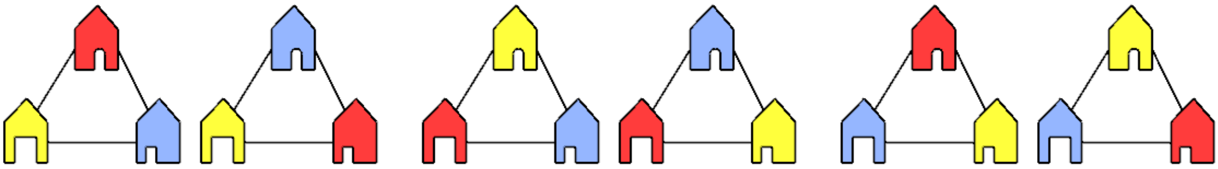
521.



Il 10 deve avere accanto due numeri piccoli: il numero 1 e il numero 2. Quindi sicuramente ci sarà una somma che fa almeno 12. La soluzione qua sopra mostra che puoi fare in modo che tutte le somme siano minori o uguali a 12. Quindi il varlore minimo per Max è 12.

522.

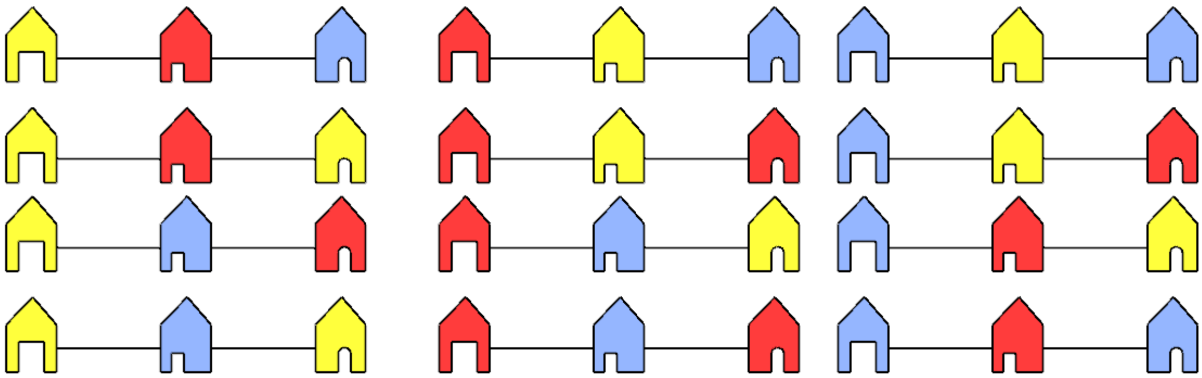
Con 3 colori:



Se hai 4 colori allora puoi ragionare così: hai 4 scelte per la prima casa, hai 3 scelte per la seconda casa (che deve essere diversa dalla prima), hai una scelta per l'ultima casa che deve essere diversa dalle altre due. In totale $4 \times 3 \times 2 = 24$ possibilità.

Nel caso di n colori puoi ragionare allo stesso modo e ottieni $n(n-1)(n-2)$ possibilità.

523.



Con 3 colori hai 12 modi diversi di verniciare le case.

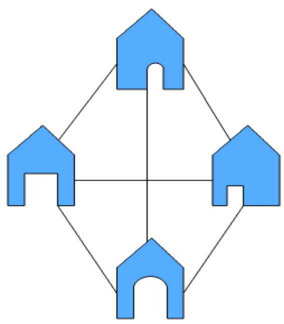
Con 4 colori puoi ragionare così: hai 4 scelte di colore per la prima casa, hai 3 scelte per la seconda che deve essere diversa dalla prima e 3 scelte per la terza che deve essere diversa dalla seconda. In totale $4 \times 3 \times 3 = 36$ possibilità.

Nel caso di n colori puoi ragionare allo stesso modo e ottieni $n(n-1)(n-1)=n(n-1)^2$ possibilità.

Più in generale ancora se le case in fila sono k e i colori a disposzione sono n allora hai $n(n-1)^{k-1}$ possibilità.

Questo quesito è equivalente al quesito Bandiere 122. (Fai attenzione perché l'uso delle lettere nei due quesiti è diverso).

524.



Dato che ogni casa è collegata con ogni altra, tutte le case devono avere colori diversi.

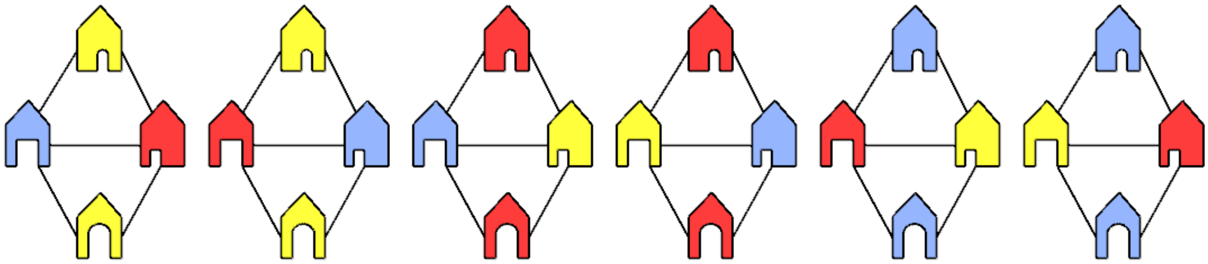
Se hai 4 colori: hai 4 scelte per la prima casa, 3 scelte per la seconda casa, 2 scelte per la terza e una scelta per l'ultima. Quindi hai $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ possibilità.

Se hai cinque colori hai $5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ possibilità.

In generale se hai n colori hai $n(n-1)(n-2)(n-3)$ possibilità.

Confronta con i quesiti Caselle da Colorare II 125. e In Coda 127.

525.



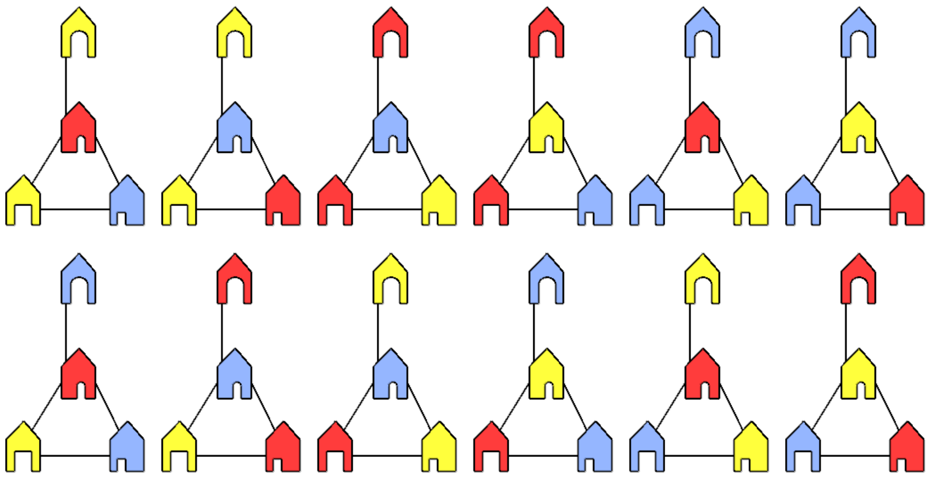
Con 3 colori hai 6 possibilità.

In generale se hai *n* colori a disposizione puoi ragionare così: per la prima casa a sinistra puoi scegliere tra *n* colori, per la casa a destra puoi scegliere tra *n-1* colori (perché deve essere diversa dalla prima), per la casa in alto puoi scegliere tra *n-2* colori (perché deve essere diversa dalle prime due) e per la casa in basso puoi scegliere tra *n-2* colori (perché anche questa deve essere diversa dalle prime due case). In totale hai $n(n-1)(n-2)^2$ possiblità.

Per n=3 ottieni il valore 6 che coincide con le case in figura.

Per n=4 ottiene il valore 48.

526.



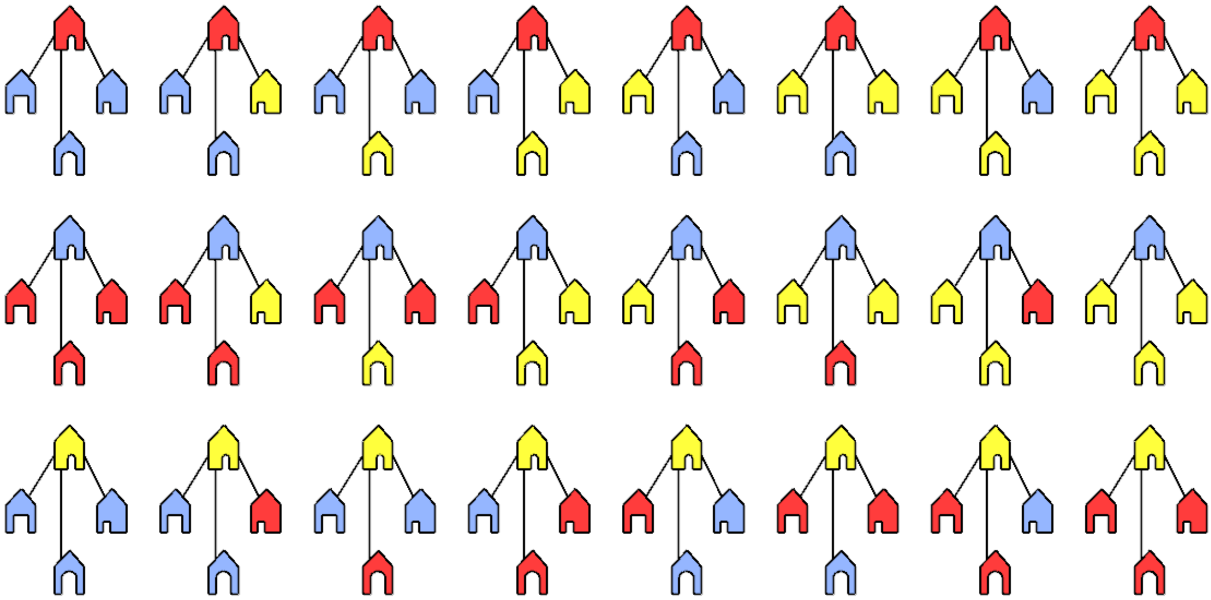
Con 3 colori hai 12 possibilità.

Con *n* colori puoi ragionare così: per la casa in basso a sinistra hai *n* possibilità di colore, per la casa in basso a destra hai *n-1* possibilità (perché deve essere diversa dalla precedente), per la casa al centro hai *n-2* possibilità (perché deve essere diversa da quelle sotto) e infine per la casa in alto hai *n-1* possibilità (percé deve essere diversa da quella al centro). In totale $n(n-1)^2(n-2)$ possibilità.

Per n=3 ottieni 12 possibilità che sono quelle mostrate in figura.

Per n=4 (cioè 4 colori a disposizione) ottieni 72 possibilità!

527.



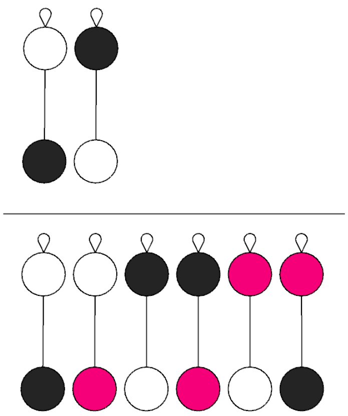
Con 3 colori hai 24 possibilità.

In generale con *n* colori: hai *n* scelte per la casa in alto mentre ciascuna delle case in baso ha *n-1* scelte (perché deve avere un colore diverso da quella in alto). Quindi in totale: $n(n-1)^3$ possibilità.

Nel caso di 4 colori le possibilità sono 108.

Ancora più in generale: se ci sono *k* case collegate a una casa in alto la formula generale diventa $n(n-1)^k$.

528.



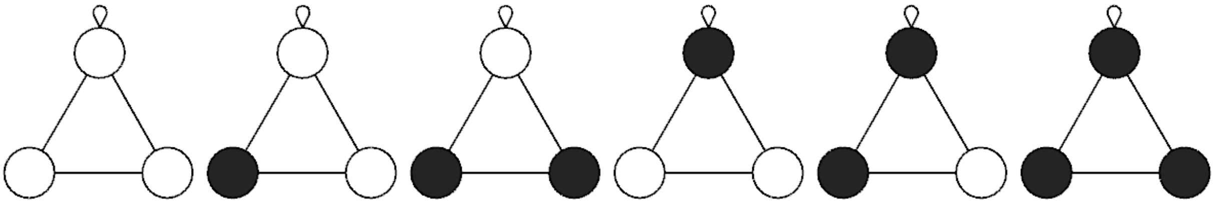
Con 2 colori hai 2 possibilità. Con 3 colori hai 6 possibilità.

In generale con *n* colori hai $n(n-1)$ possibilità (perché la seconda pallina deve essere scelta diversa dalla prima).

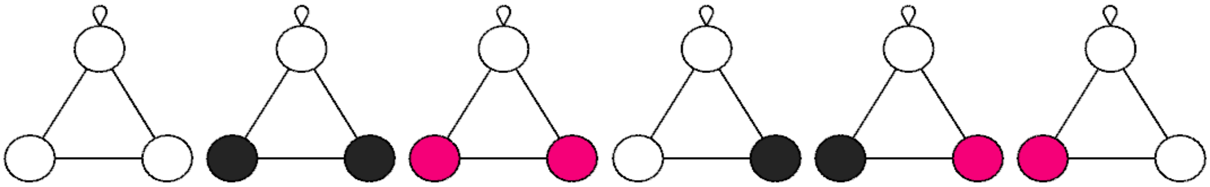
Con 4 colori hai 12 possibilità.

529.

Con 2 colori hai 6 possibilità:



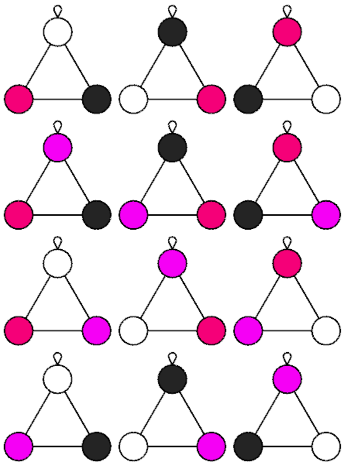
Con 3 colori hai 18 possibilità, 6 per ciascun colore della pallina in alto:



In generale con n colori hai $\frac{n^2(n+1)}{2}$ possibilità.

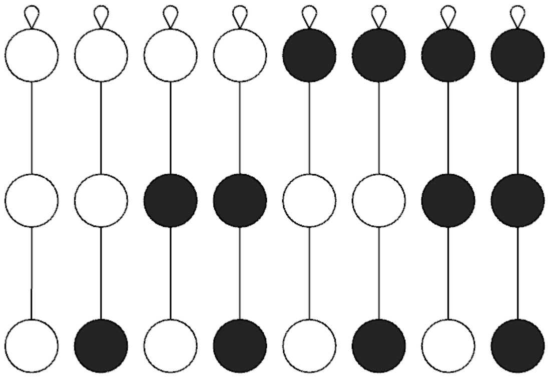
530.

Con 3 colori puoi creare 3 ciondoli diversi, è sufficiente scegliere quale sarà il colore della pallina in alto.



Con 4 colori puoi creare 12 ciondoli: devi scegliere i tre colori da usare (ossia devi sceligere il colore da escludere) e poi per ciascuna scelta di 3 colori puoi fare 3 ciondoli diversi.

531.



Con 2 colori hai 8 possibilità. Confronta con 91. 102. 96. si tratta delle potenze del 2.

Con 3 colori hai $3^3 = 27$ possibilità.

In generale con *n* colori hai *n* scelte per ogni pallina e quindi in totale n^3 possibilità.

532.

Con 2 colori hai solo due possibilità: se scegli il colore della prima pallina le altre vengono di conseguenza.

In generale con *n* colori:

- hai *n* scelte per la prima pallina
- *n-1* scelte per la seconda pallina (che deve essere diversa dalla prima)
- *n-1* scelte per la terza pallina (che deve essere diversa dalla seconda

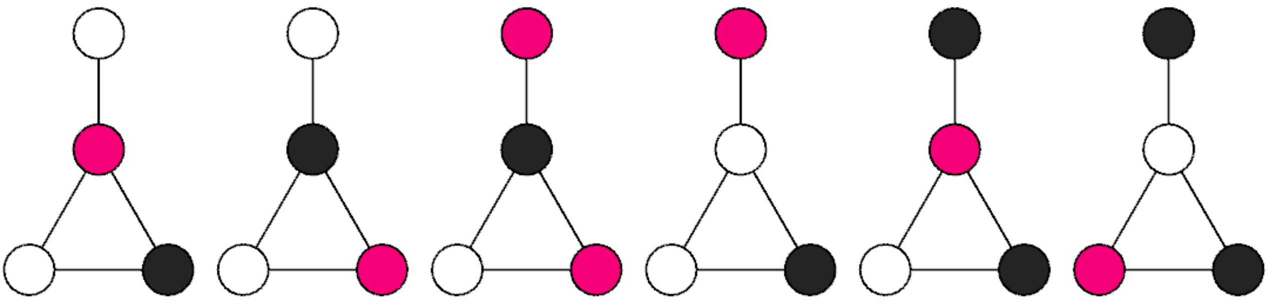
In totale: $n(n-1)^2$ possibilità.

Nel caso di 3 colori hai 12 possibilità.

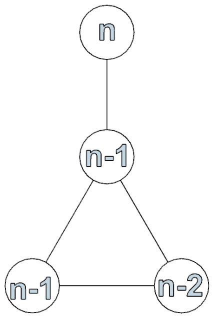
Ancora più in generale se hai un ciondolo dello stesso tipo con *k* palline hai $n(n-1)^{k-1}$ possibilità.

533.

Con 3 colori:



Nel caso di *n* colori puoi ragionare così:



- hai *n* scelte per la pallina in alto,
- hai *n-1* scelte per la seconda pallina (che deve essere diversa dalla prima),
- hai *n-1* scelte per la terza pallina in basso a sinistra (che deve essere diversa dalla seconda),
- hai *n-2* scelte per l'ultima pallina (che deve essere diversa dalla seconda e dalla terza).

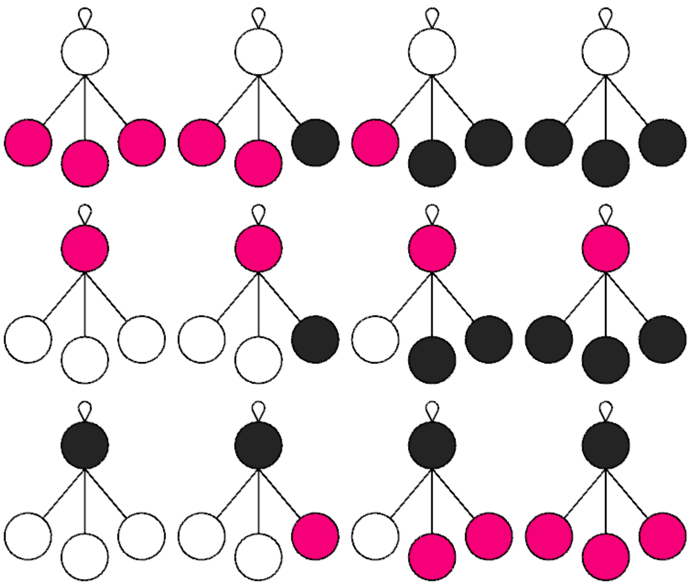
Osserva anche se scambi la terza e la quarta pallina ottieni lo stesso ciondolo!!

Quindi con *n* colori hai $\frac{n(n-1)^2(n-2)}{2}$ cindoli diversi.

Nel caso di 4 colori hai 36 possibilità.

534.

Se hai palline di 2 colori hai 2 possiblità: basta scegliere il colore della pallina in alto, tutte le altre saranno dell'altro colore.

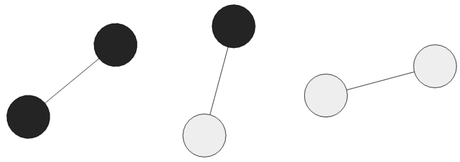


Osserva che le tre palline in basso possono scambiare di posizione tra loro ruotando il ciondolo.

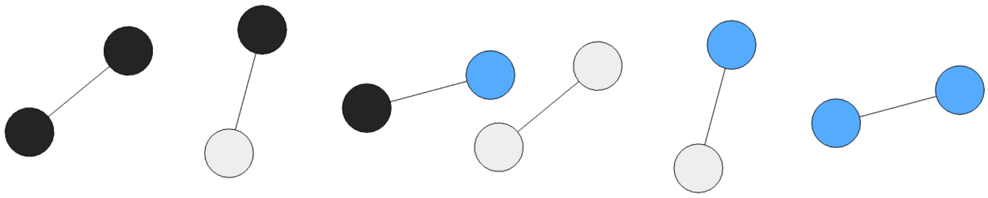
Con 3 colori puoi creare i 12 ciondoli figura.

535.

Con 2 colori hai 3 possibili catenelle:



Con 3 colori hai 6 possibili catenelle:



Con 4 colori (R, G, B, V) hai 10 possibili catenelle: RR, RG, RB, RV, GG, GB, GV, BB, BV, VV.

Con n colori hai $\frac{n(n+1)}{2}$ catenelle possibili (confronta con i Numeri Triangolari 44.).

536.

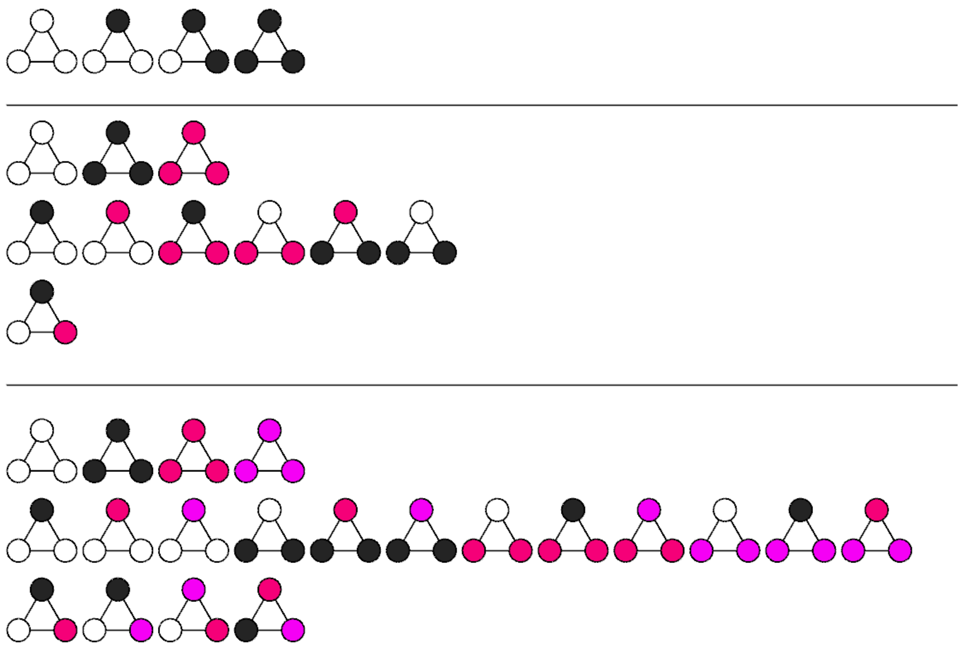
Con 2 colori (B e N) hai una sola catenella: BN.

Con 3 colori (R, G, B) hai 3 catenelle: RG, GB, BR.

Con 4 colori (R, G, B, V) hai 6 catenelle RG, RB, RV, GB, GV, BV.

Con n colori hai $\frac{n(n-1)}{2}$ catenelle.

537.



Con 2 colori puoi fare 4 catenelle diverse.

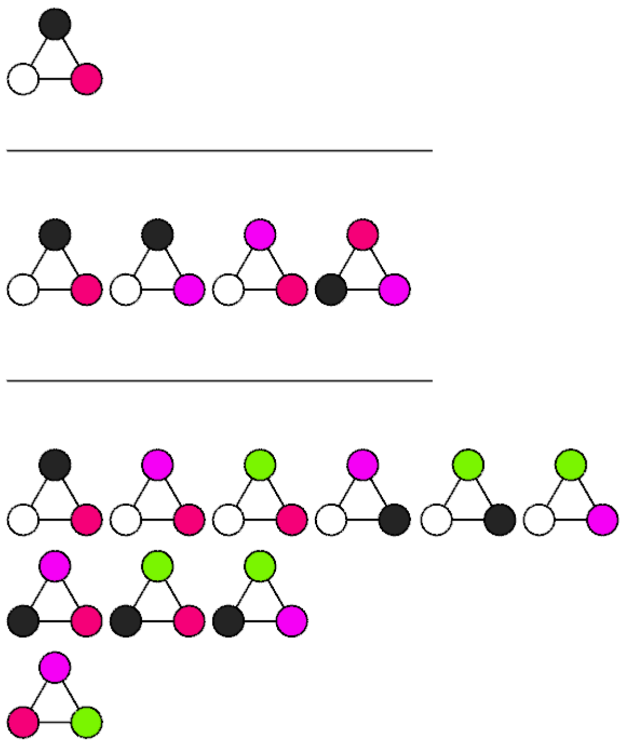
Con 3 colori puoi fare 10 catenelle diverse.

Con 4 colori puoi fare 20 catenelle diverse.

Con 5 colori puoi fare 35 catenelle diverse.

In generale con *n* colori a disposizione puoi fare $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ catenelle diverse (confronta con Numeri Tetraedrici 408.).

538.



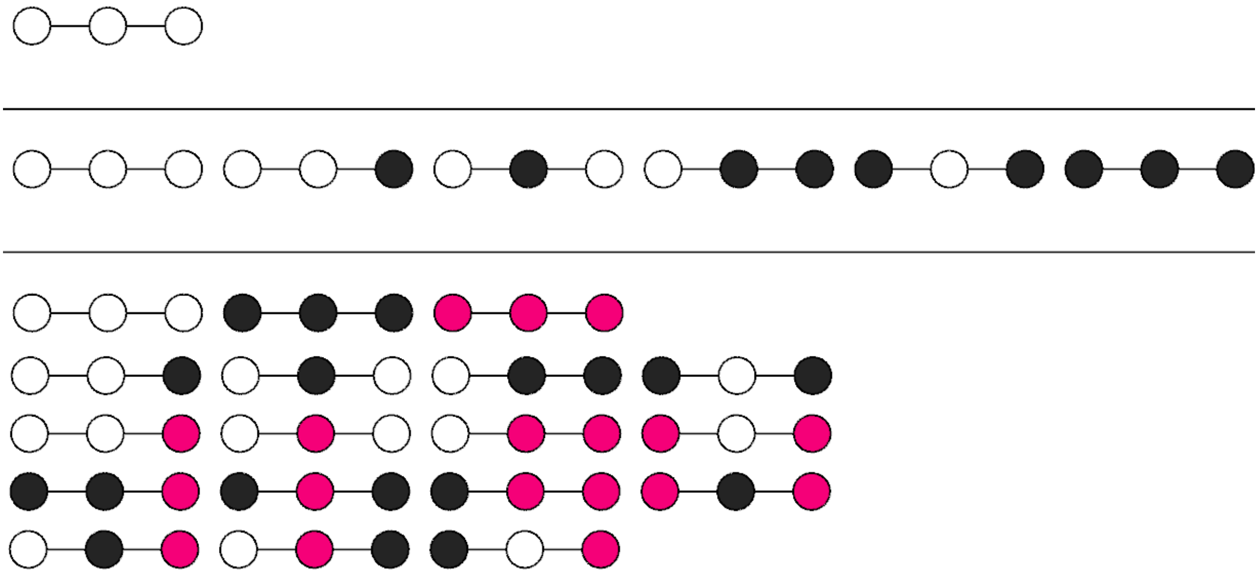
Con 3 colori puoi fare una sola catenella.

Con 4 colori puoi fare 4 catenelle.

Con 5 colori puoi fare 10 cantenelle.

In generale con *n* colori puoi fare $\frac{n(n-1)(n-2)}{6}$ catenelle diverse di questo tipo.

539.



Con un colore puoi fare una sola catenella.

Con 2 colori puoi fare 6 catenelle diverse.

Con 3 colori puoi fare 18 catenelle diverse.

In generale con n colori puoi fare $\frac{n^2(n+1)}{2}$ catenelle diverse di questo tipo.

540.

Se i colori sono bianco (B) e nero (N) allora hai solo due possibilità: BNB, NBN.

Se i colori sono tre Bianco, Nero e Rosso) allora le possibilità sono:

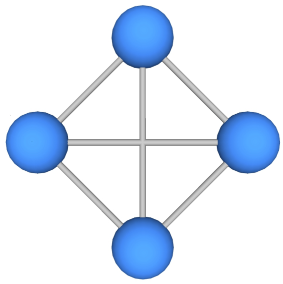
BRB, NRB, NRN

BNB, RNB, RNR

RBR, NBR, NBN

In generale con se hai n colori puoi costruire $\frac{n^2(n-1)}{2}$ catenelle diverse di questo tipo.

541.



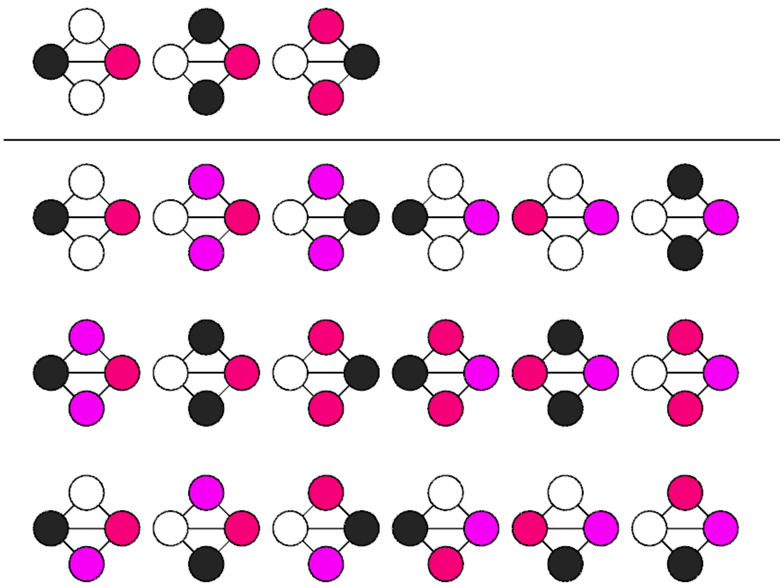
Osserva che ogni pallina è collegata con tutte le altre quindi non ci possono essere 2 palline dello stesso colore.

Con 4 colori puoi fare la costruzione in un solo modo.

Con 5 colori puoi fare la costruzione in 5 modi diversi: basterà che tu scelta quale colore vuoi escludere.

In generale con se hai n colori puoi costruire $\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}$ catenelle diverse di questo tipo.

542.

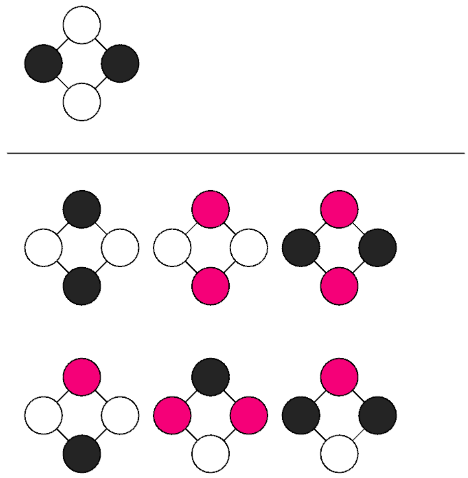


Con 3 colori diversi (N, B, R) hai tre possibilità: infatti le due palline collegate in diagonale devono avere colori diversi e quindi possono essere NB, BR oppure RN. Le altre due palline hanno il colore obbligato perchè devono essere diverse dai due colori già usati.

Con 4 colori le possibilità 18, vedi figura.

In generale con n colori puoi fare questa costruzione in $\frac{n(n-1)^2(n-2)}{4}$ modi diversi.

543.

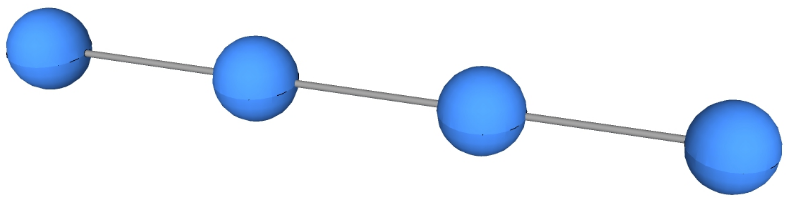


Con 2 colori hai solo un modo di fare un braccialetto di modo che le palline collegate abbiano colori diversi.

Con 3 colori hai 6 modi.

Con 4 colori hai 21 modi.

544.



Con 2 colori hai un solo modo: BNBN. La catenella NBNB è la stessa ribaltata.

Con 3 colori hai 12 catenelle possibili:

BNBN, BNBR, BNRB, BNRN, BRBN, BRBR, BRNR, NRNR, NRBN, NRBR, NBNR.

In generale con n colori hai $\frac{n(n-1)^3}{2}$ catenelle diverse.

Fine