

Il triangolo di Pascal

$$\begin{array}{cccccc}
 & & & & & 1 \\
 & & & & 1 & 1 \\
 & & 1 & 2 & 1 & \\
 & 1 & 3 & 3 & 1 & \\
 1 & 4 & 6 & 4 & 1 &
 \end{array}$$

Il triangolo qui accanto porta il nome dal matematico francese Blaise Pascal. È chiamato il triangolo di Pascal.

Il triangolo di Pascal si può continuare verso il basso aggiungendo nuove righe sotto alle precedenti.

1 Esamina come si possono determinare i numeri del triangolo di Pascal. Scrivi sul quaderno le prime dieci righe del triangolo.

2 a) Calcola le potenze $(a + b)^0$, $(a + b)^1$, $(a + b)^2$, $(a + b)^3$ e $(a + b)^4$.
Suggerimento: $(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2$

b) Esamina come le risposte del punto a) si correlano con i numeri del triangolo di Pascal.

I numeri del triangolo di Pascal possono servire quando si calcolano le potenze di un binomio. Per esempio la potenza $(a + b)^4$ si può scrivere direttamente in questo modo: i coefficienti dei termini sono i numeri della quinta riga del triangolo di Pascal, 1, 4, 6, 4 e 1. La parte letterale dei termini del polinomio si ottiene scrivendo il prodotto delle potenze di a e di b in modo che le potenze di a diminuiscano e le potenze di b crescano.

$$\begin{aligned}
 (a + b)^4 &= 1 \cdot a^4 b^0 + 4 \cdot a^3 b^1 + 6 \cdot a^2 b^2 + 4 \cdot a^1 b^3 + 1 \cdot a^0 b^4 \\
 &= a^4 + 4a^3 b + 6a^2 b^2 + 4ab^3 + b^4
 \end{aligned}$$

Esempio Calcola a) $(x + 5)^3$ b) $(2x + 3)^4$.

$$\begin{aligned}
 \text{a) } (x + 5)^3 &= x^3 + 3x^2 \cdot 5 + 3x \cdot 5^2 + 5^3 \\
 &= x^3 + 15x^2 + 75x + 125
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } (2x + 3)^4 &= (2x)^4 + 4(2x)^3 \cdot 3 + 6(2x)^2 \cdot 3^2 + 4 \cdot 2x \cdot 3^3 + 3^4 \\
 &= 16x^4 + 96x^3 + 216x^2 + 216x + 81
 \end{aligned}$$



Blaise Pascal
(1623 - 1662)

3 Calcola.
a) $(x + y)^3$ b) $(a + b)^5$

4 Calcola.
a) $(x + 1)^4$ b) $(x + 7)^3$

5 Calcola.
a) $(4a + 2)^3$ b) $(x + 2y)^5$

6 Calcola.
a) $(x - 2)^3$ b) $(2a - 1)^4$