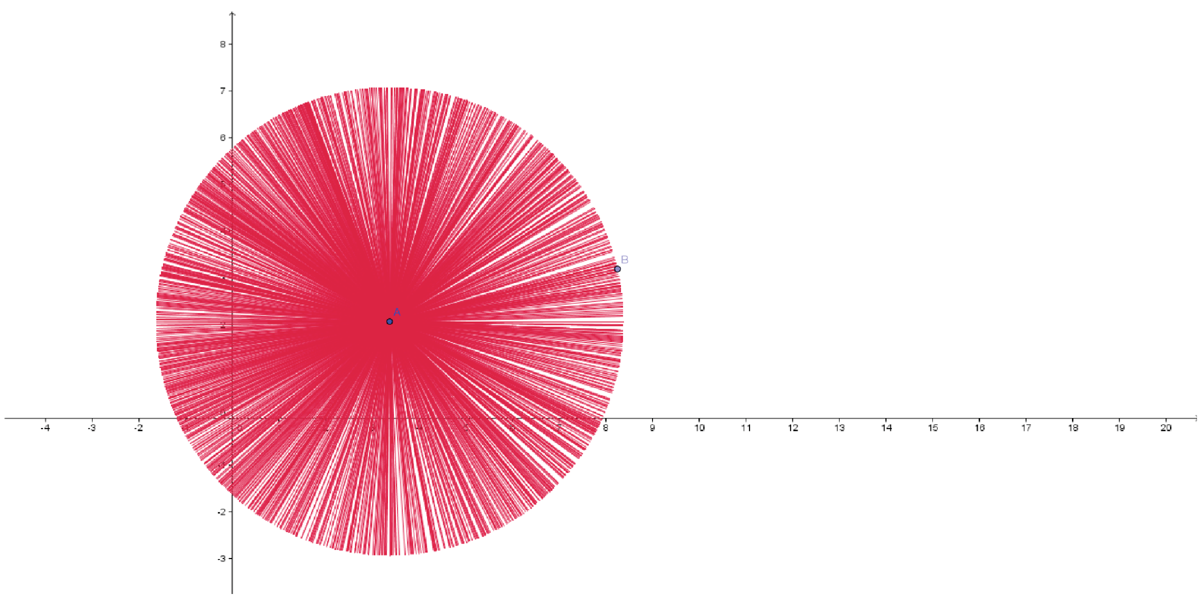
IL CERCHIO E π

Preparazione

Per questi esercizi con *GeoGebra* dovrai utilizzare i seguenti pulsanti. Leggi sempre le procedure di esecuzione nella zona in alto a destra, accanto alla barra degli strumenti.

- segmento - dati un punto e la lunghezza
- circonferenza - dati il centro e un punto
- semicirconferenza - per due punti
- circonferenza - dati centro e raggio
- muovi
- retta - per due punti
- poligono
- distanza o lunghezza
- intersezione di due oggetti
- area
- poligono regolare
- circonferenza - per tre punti
- punto medio o centro

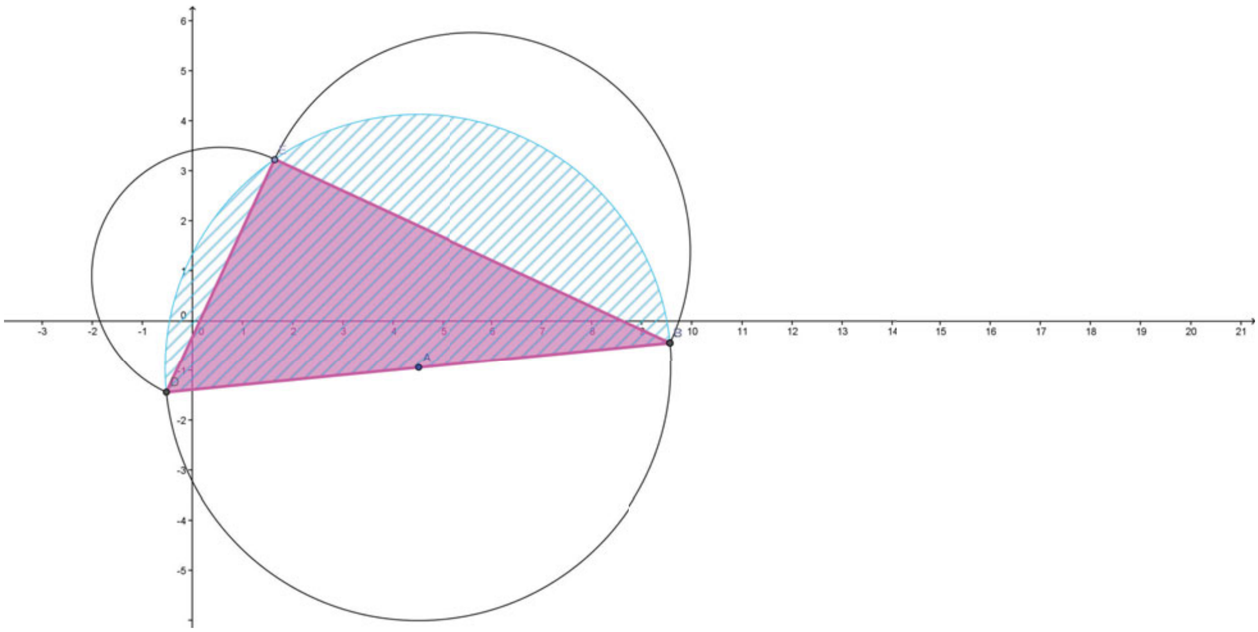
Disegniamo un cerchio con *GeoGebra* utilizzandone la definizione:
"è una superficie piana formata dai punti interni a una circonferenza e dai punti che stanno sulla circonferenza stessa".
Traccia il segmento *AB* di lunghezza pari al raggio del cerchio che vuoi disegnare con ; con il tasto destro del mouse clicca sul segmento *AB* e spunta "*traccia attiva*". Con muovi *AB* nel piano…



Esercizi

1. Torniamo al teorema di Pitagora. Disegna un triangolo rettangolo utilizzando una circonferenza. Traccia con la circonferenza, scegli come ipotenusa il diametro *BD*: traccia una retta *BC* passante per il centro *A* e per il punto *B* della circonferenza e intersecala con la circonferenza, poi nascondila, cliccando sopra con il tasto destro del mouse e spuntando "*mostra oggetto*". Traccia con un poligono per *B*, *D*, e un altro punto (*E*) della circonferenza. Nascondi la circonferenza. Sui lati del triangolo rettangolo disegna dei semicerchi esterni al triangolo stesso. Sai già che vale per essi il teorema di Pitagora: la somma delle aree di quelli costruiti sui cateti è uguale all'area del semicerchio costruito sull'ipotenusa.

Traccia il semicerchio circoscritto al triangolo rettangolo. La sua area è equivalente a …?

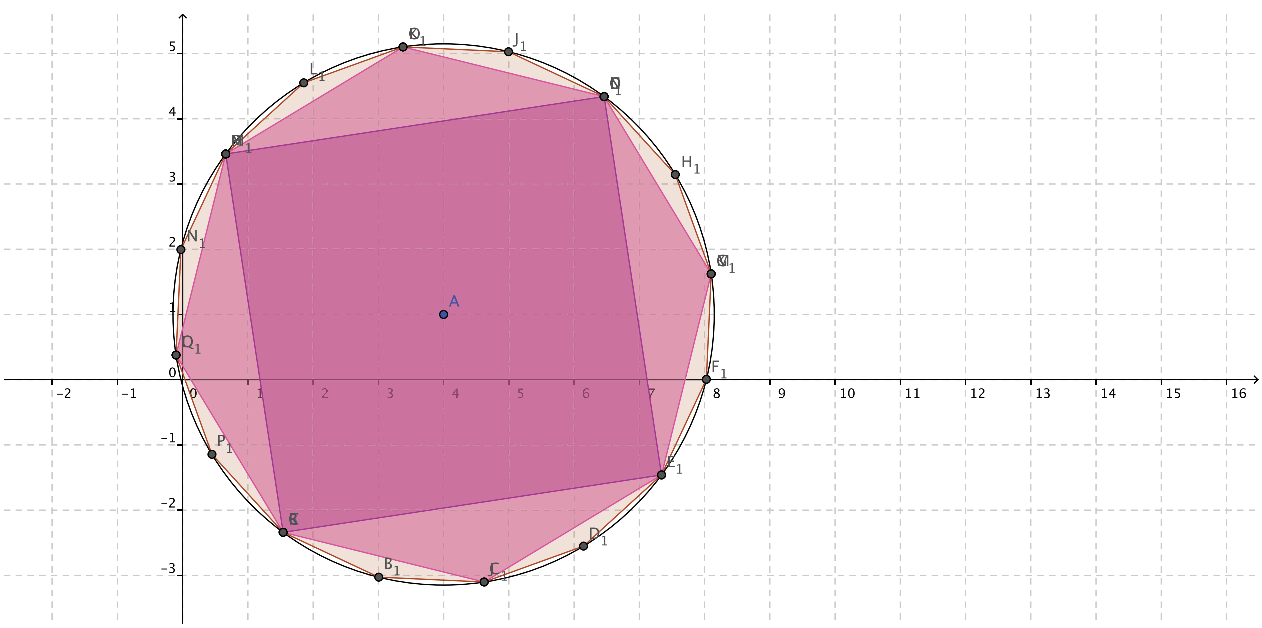


Se togli dal semicerchio circoscritto al triangolo le due zone tratteggiate cosa rimane? E se togli dai due semicerchi costruiti sui cateti, rimangono due lunule. Queste lunule si chiamano *lunule di Ippocrate*, dal nome del matematico greco che scoprì che esistono figure piane e figure curvilinee che hanno la stessa area.

2. Disegna tre centri concentrici con di raggio 6, 8, 10 unità. Verifica che la corona circolare compresa tra i cerchi di raggio 8 e 10 è equivalente al cerchio di raggio 6 (utilizza e calcola l'area della corona circolare per differenza). C'è una qualche relazione con il teorema di Pitagora?

Esplorazioni

1. L'area di un poligono regolare si calcola con la formula $Area = perimetro \cdot apotema : 2$. Se aumenti il numero dei lati, il poligono assomiglia sempre a più a un cerchio:



Allora:

Area cerchio (come poligono regolare con un numero infinito di lati) $=$ *perimetro* $\cdot$ *apotema* : 2

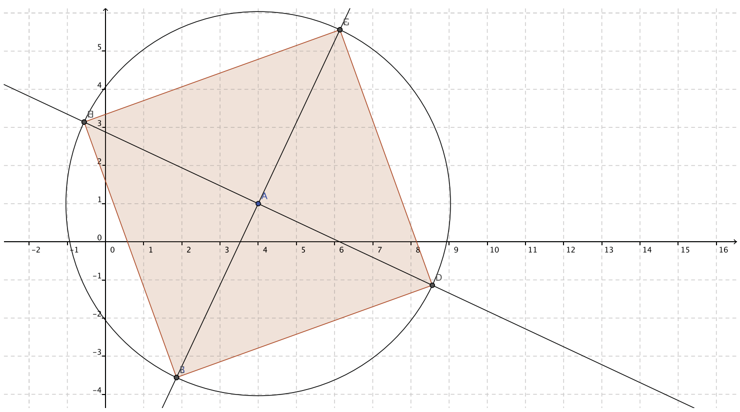
Perimetro $=$ misura della *circonferenza* $= 2 \cdot r \; x \; \pi$

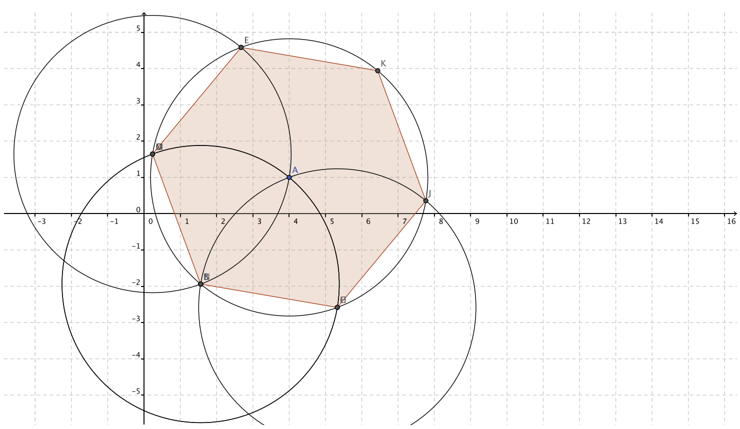
Apotema $= r$

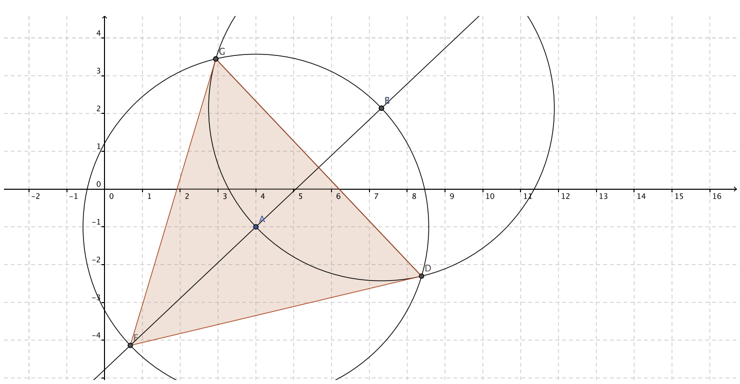
Area cerchio $= 2 \cdot r \; x \; \pi \cdot r : 2 = r^2 \cdot \pi$

Verifica con *GeoGebra* con la funzione , disegnando con  poligoni regolari con un numero sempre maggiore di lati.

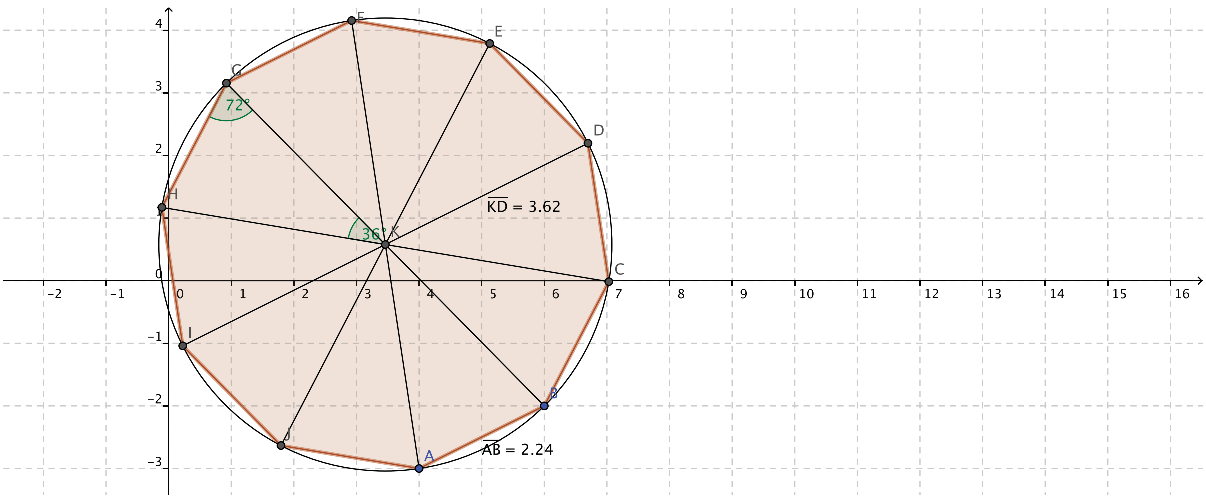
2. Dividere il cerchio in parti uguali può essere molto facile (ad esempio dividerlo in 3, 4, 6 parti uguali) o molto impegnativo.







Ma c'è una suddivisione più interessante delle altre: in 10 parti uguali, questo perché, a parte che dà luogo alla costruzione del pentagono regolare, figura tanto cara ai Pitagorici, il decagono regolare è costituito da dieci triangoli isosceli con gli angoli alla base (72°) doppi dell'angolo al vertice (36°). Con *GeoGebra* la costruzione non è difficile: scegli, digita "*10*" e sarà tracciato il decagono regolare. Costruisci ora con il cerchio circoscritto ad esso.



Se misuri con il raggio della circonferenza circoscritta e il lato del decagono regolare e ne fai il rapporto, troverai un valore approssimato a 1,62. Un grande matematico del 1400, Luca Pacioli, chiamò "*divina proportione*" la lunghezza del segmento che si ottiene prendendo approssimativamente 1,62 volte un segmento dato. Nel tempo questa "*divina proportione*" prese il nome di "*sezione aurea*" ed è sinonimo di armonia e bellezza nell'architettura, nell'arte, nel corpo umano e nella tecnologia (le carte di credito, ad esempio, sono "rettangoli aurei" perché i lati rispettano questa proporzione). Costruiamo con *GeoGebra* un RETTANGOLO AUREO:

- Costruisci con un quadrato *ABCD*
- Trova il punto medio *E* del la to *AB* con
- Con traccia la circonferenza di centro *E* e passante per *C*

- Traccia la retta AB e trova le sue intersezioni con la circonferenza (G, F)
- Costruisci il rettangolo $AGHD$; è un rettangolo aureo, infatti il rapporto $\frac{AG}{HG} \approx 1{,}62$ (verificalo misurando i lati del rettangolo e facendone poi il rapporto)