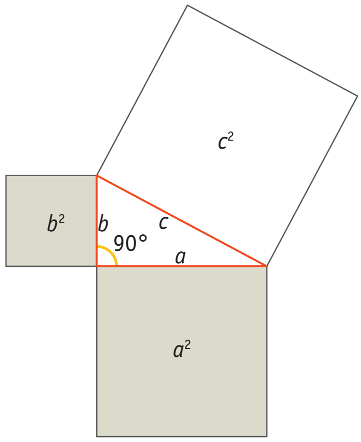
Approfondimento

Teorema di Pitagora in azione

Il teorema di Pitagora è sicuramente uno dei teoremi più noti e può essere così enunciato:

In un triangolo rettangolo, la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa (figura ▶1).

◀ Figura 1



Utilizzando il linguaggio matematico si può quindi scrivere: $a^2 + b^2 = c^2$.

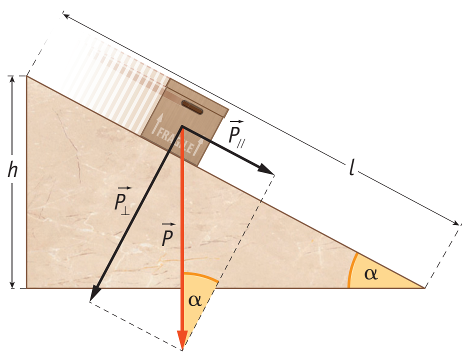
Da questa relazione possiamo ricavarne un'altra che tornerà utile:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Il teorema di Pitagora consente di risolvere rapidamente molti esercizi, come per esempio quelli riguardanti il movimento di un oggetto lungo un piano inclinato.

Infatti, se il piano inclinato viene idealizzato come un triangolo rettangolo in cui l'altezza del piano corrisponde a un cateto del triangolo e la sua lunghezza ne costituisce l'ipotenusa, con semplici calcoli si può determinare l'intensità della forza peso parallela al piano stesso (figura ▶2).

◀ Figura 2



I due triangoli rettangoli in cui è riportata l'indicazione dell'angolo α sono simili perché hanno tutti gli angoli uguali. Se due triangoli sono simili, le lunghezze dei corrispondenti lati sono in rapporto di proporzionalità e, quindi, è possibile scrivere la seguente proporzione:

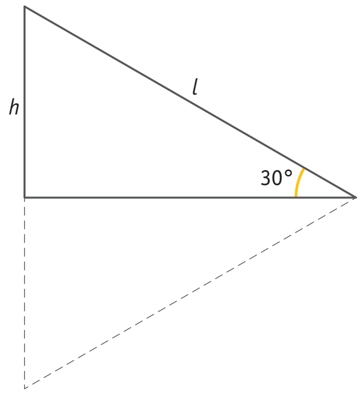
$$h : P_{//} = l : P$$

Dalla proporzione si può ricavare $P_{/\!/}$:

$$P_{/\!/} = \frac{P \cdot h}{l}$$

Vediamo ora come si può calcolare la componente parallela al piano $P_{/\!/}$ nel caso di triangoli rettangoli particolari, quelli che presentano l'angolo α di 30°, 60° e 45° (rispettivamente figure ▶3, 4 e 5).

La figura ▶3 evidenzia che, se l'inclinazione del piano è di 30°, il triangolo rettangolo che lo rappresenta corrisponde alla metà di un triangolo equilatero. Pertanto, esiste una precisa relazione tra altezza e lunghezza del piano: $h = l/2$. In casi come questi, per ottenere l'intensità della forza peso parallela al piano, è sufficiente moltiplicare il peso dell'oggetto per il valore 1/2, che rappresenta appunto il rapporto h/l, indipendentemente dai singoli valori di h e di l.



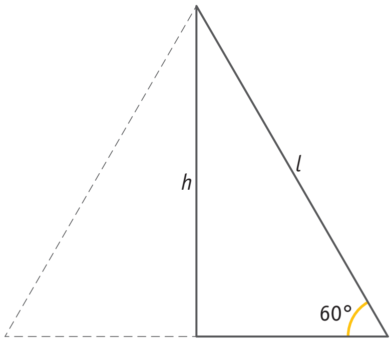
◀ Figura 3

Se l'inclinazione del piano è pari a 60°, il triangolo rettangolo è ancora la metà di un triangolo equilatero e il rapporto h/l può essere calcolato ricorrendo proprio al teorema di Pitagora:

$$h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2$$

$$h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{4l^2 - l^2}{4} = \frac{3l^2}{4}$$

Quindi $$h = \sqrt{\frac{3l^2}{2^2}} = \frac{l}{2}\sqrt{3}$$



◀ Figura 4

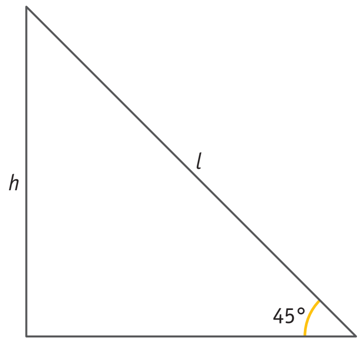
Il rapporto h/l per un piano con l'inclinazione di 60° vale quindi sempre $\sqrt{3}/2$ ed è proprio per questo valore che si deve moltiplicare il peso dell'oggetto per trovare l'intensità della forza peso parallela al piano.

Nel caso di un'inclinazione del piano di 45°, il triangolo rettangolo è isoscele, cioè i due cateti sono uguali. Ricorrendo al teorema di Pitagora possiamo scrivere:

$$h^2 + h^2 = l^2$$

$$l = \sqrt{2h^2} = h\sqrt{2}$$

Il rapporto h/l nel casi di questo tipo è pari quindi a $1/\sqrt{2}$ e, pertanto, per ricavare l'intensità della forza peso parallela al piano, il peso dell'oggetto deve essere diviso per $\sqrt{2}$.



◀ Figura 5