

Esempi aggiuntivi del paragrafo 6.4, Blocco con poli complessi coniugati**Esempio 7a**

Individuare la f.d.t. di un blocco con poli complessi coniugati con coefficiente di smorzamento molto prossimo all'unità nel caso limite di due poli reali e coincidenti; si consideri come pulsazione di taglio 10 rad/s.

Rappresentare di seguito i diagrammi delle ampiezze e delle fasi in un intervallo di pulsazioni compreso tra 0,1 rad/s e 1000 rad/s.

Soluzione

Tenendo conto del valore assegnato alla pulsazione di taglio per la f.d.t. si ha l'espressione seguente:

$$G(j\omega) = \frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_t}\right)^2} = \frac{1}{\left(1 + j\frac{\omega}{10}\right)^2} = \frac{1}{(1 + j\omega 0,1)^2}$$

I corrispondenti diagrammi delle ampiezze e delle fasi vengono rappresentati in figura 27a.

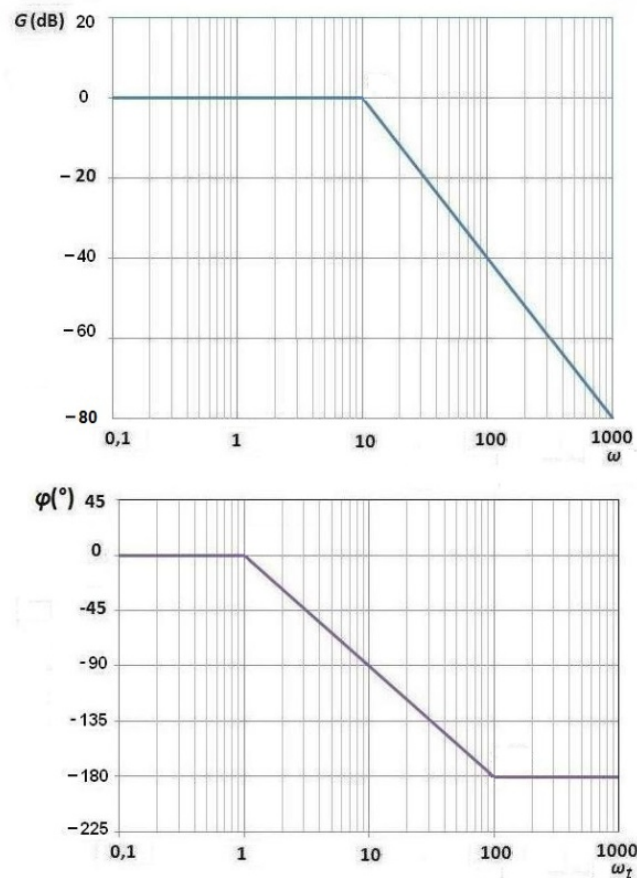


Figura 27a Diagrammi di Bode delle ampiezze e delle fasi

Esempio 7b

Individuare la f.d.t. di un blocco con poli complessi coniugati che ha una pulsazione naturale di 10 rad/s e una pulsazione di risonanza di 8 rad/s; individuare inoltre il corrispondente valore del picco di risonanza.

Soluzione

Per individuare la f.d.t. si deve procedere al calcolo del coefficiente di smorzamento; dalla relazione

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2}$$

sostituendo i valori dati si ottiene:

$$8 = 10\sqrt{1 - 2\xi^2}$$

Con semplici calcoli risulta un coefficiente di smorzamento pari a 0,42; in corrispondenza il picco di risonanza vale:

$$G_r = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{0,84\sqrt{1-0,42^2}} = 1,31 = 2,36 \text{ dB}$$

Per l'espressione della f.d.t. si ha quindi:

$$G(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + j2\xi\frac{\omega}{\omega_n}} = \frac{1}{1 - 0,0001\omega^2 + j0,084\omega}$$