

GLI ERRORI DI MISURA

La misura ci consente di trasformare le grandezze fisiche in dati numerici con i quali eseguire operazioni matematiche, tuttavia è importante comprendere la differenza che c'è tra un numero, come ente matematico, e un dato sperimentale. In primo luogo, quest'ultimo è il risultato di una serie di operazioni che comportano l'utilizzo di strumenti di misura, i quali possono avere caratteristiche differenti. Poi le condizioni sperimentali possono cambiare durante l'operazione di misura, anche solo impercettibilmente e in modo non controllabile, modificando in una certa misura i dati. Inoltre l'operazione di misura stessa è svolta o controllata da un essere umano e quindi soggetta a imprecisioni. In altre parole, ogni operazione di misura comporta inevitabilmente degli errori di varia origine, più o meno riducibili, ma comunque non eliminabili. Per questo motivo ogni volta che formiamo un dato sperimentale attraverso un valore numerico, dobbiamo associarvi l'entità dell'imprecisione con il quale tale valore è stato ottenuto. Tale imprecisione è detta **incertezza sperimentale** ed è parte integrante della misura. Essa definisce un intervallo di valori all'interno del quale si trova la grandezza misurata.

Un dato sperimentale non è mai rappresentato da un numero, ma da un intervallo, cioè da un insieme di valori compresi tra due numeri.

Quando, per esempio, diciamo che il risultato della misura dell'altezza del campanile di Giotto è 85 m con un'incertezza di 1 m, intendiamo dire che il valore della grandezza misurata si trova in un intervallo di valori compresi tra 84 m e 86 m (figura 1).

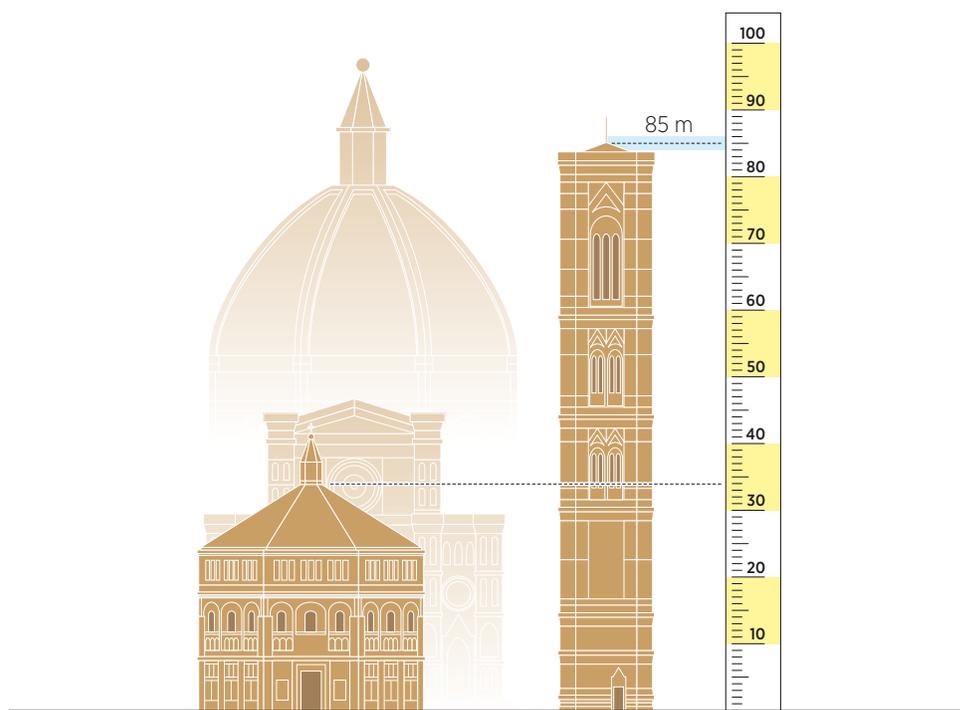


Figura 1. Se l'altezza del campanile di Giotto è 85 m con un'incertezza di 1 m, allora il valore della misura è compreso tra 84 m e 86 m.

Lunghezza del campanile = valore misurato \pm incertezza

$$\ell = 85 \text{ m} \pm 1 \text{ m}$$

Mettendo in evidenza l'unità di misura, comune sia al valore misurato che all'incertezza sperimentale, possiamo scrivere:

$$\ell = (85 \pm 1) \text{ m}$$

Questo significa che il valore 85 m non è l'altezza del campanile di Giotto, ma un suo valore possibile tra gli infiniti valori compresi tra 84 m e 86 m. Possiamo cambiare strumento e metodo di misura per ridurre tale incertezza, ma non possiamo eliminarla: in ogni caso il risultato di una misura, cioè un dato sperimentale, è un intervallo di valori e non un solo numero (figura 2).

Figura 2. Il risultato di una misura è un intervallo di valori.



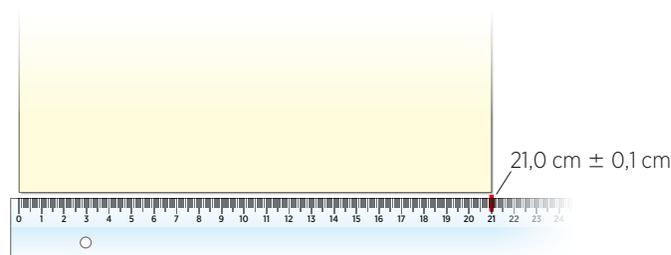
Come abbiamo visto, a determinare l'incertezza sperimentale concorrono diversi *errori* legati allo svolgimento delle operazioni di misura e agli strumenti utilizzati. Vediamone alcuni.

Errore di sensibilità: è legato alla sensibilità dello strumento, cioè al minimo valore della grandezza che è in grado di rilevare. È facile comprendere che l'incertezza complessiva della misura non può mai essere inferiore a tale errore. Se, per esempio, un righello ha una sensibilità di 1 mm, non è possibile determinare il valore di una grandezza con un'incertezza inferiore a 1 mm. Secondo la nostra definizione, quindi, le misure effettuate con un righello millimetrato permettono di ottenere dati sperimentali rappresentati da intervalli di ampiezza pari a 2 mm. Per esempio, se la misura della larghezza di un foglio effettuata con un righello millimetrato fornisce il risultato

$$\ell = (21,0 \pm 0,1) \text{ cm}$$

allora significa che il valore della larghezza del foglio è compreso tra 20,9 cm e 21,1 cm (figura 3).

Figura 3. La misura della larghezza del foglio è compresa tra 20,9 cm e 21,1 cm.



Errori accidentali: sono dovuti a cause occasionali che si verificano durante l'operazione di misura. Tra essi possiamo trovare errori legati alla lettura dello strumento da parte di chi esegue la misura, come l'errore

di parallasse che dipende dalla posizione degli occhi rispetto all'indice dello strumento (figura 4), oppure errori legati alla variabilità non controllabile delle condizioni sperimentali. Tali errori sono casuali e possono indifferentemente sottrarsi o sommarsi al valore della grandezza. La loro entità può essere ridotta ripetendo più volte la stessa misura e prendendo come valore della grandezza il valor medio dei dati.

Gli errori accidentali diventano rilevanti quando la sensibilità degli strumenti con cui si eseguono le misure è elevata rispetto a questi, per cui risulta individuabile anche una piccola fluttuazione occasionale del risultato. Viceversa gli errori accidentali sono trascurabili quando lo strumento di per sé fa associare alla misura un elevato errore di sensibilità. Se per esempio misuriamo più volte la lunghezza di un banco con un metro da sarto, che ha una sensibilità di 0,5 cm, otteniamo facilmente lo stesso valore, mentre se la misuriamo con una riga millimetrata, che ha una sensibilità di 1 mm, può accadere che alcune misure differiscano tra loro per via che gli errori accidentali commessi di volta in volta sono rilevabili dallo strumento.

Errori sistematici: sono dovuti a cause che si ripetono nello stesso modo durante una serie di misure. Possono essere legati a difetti nella procedura di misura, per esempio quando una lettura è sistematicamente affetta dallo stesso errore di parallasse; oppure a problemi dello strumento, per esempio se misuriamo una lunghezza con un righello dilatato (figura 5). Gli errori sistematici o si sommano o si sottraggono al valore della grandezza, conducendo pertanto a stime per eccesso o per difetto. Essi sono i più difficili da individuare e da correggere.

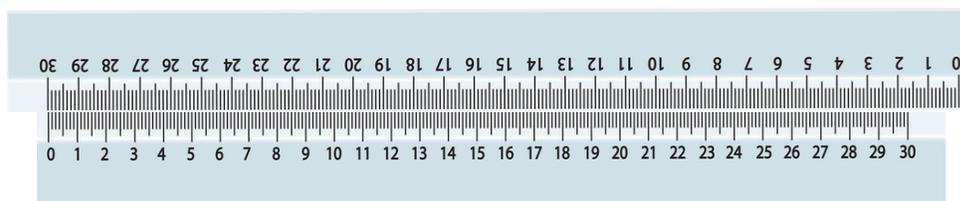


Figura 4. A seconda di come ci posizioniamo rispetto all'indice dello strumento leggiamo, sulla sua scala graduata, valori differenti.

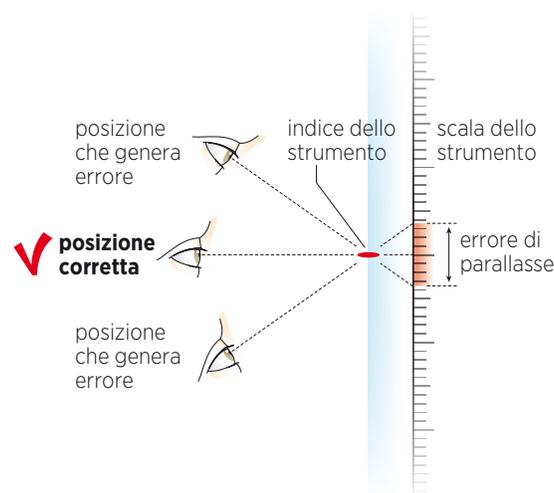


Figura 5. Quale dei due righelli ha la lunghezza corretta? Almeno uno dei due fornirà valori di lunghezza sistematicamente errati.

Quanto è precisa una misura?

È intuitivo pensare che una misura è tanto più precisa quanto più gli errori sono ridotti, cioè quanto meno è ampio l'intervallo individuato dall'incertezza. In effetti, in un certo senso è così, ma vanno fatte delle precisazioni. Infatti un'incertezza di 1 mm relativamente a una lunghezza di 1 m, deve essere valutata in modo diverso rispetto alla stessa incertezza di 1 mm relativamente a una lunghezza di 1 cm. Nel primo caso diciamo che la misura è più precisa che nel secondo.

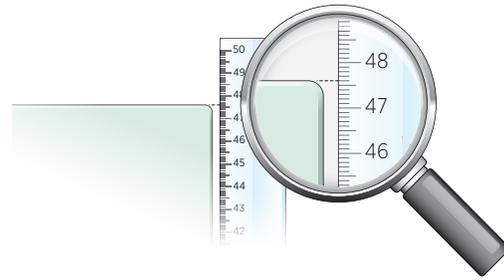
Se chiamiamo **errore assoluto** e_a l'incertezza massima associata a una misura, definiamo **errore relativo** e_r , il rapporto tra esso e il valore v della grandezza misurata:

$$e_r = \frac{e_a}{v}$$

Osserviamo che una misura è tanto più precisa quanto più piccolo è l'errore relativo ad essa associato. Trattandosi del rapporto tra grandezze omogenee, l'errore relativo non è accompagnato da alcuna unità di misura, cioè è un numero puro.

ESEMPIO

Un ragazzo misura la lunghezza del suo banco con una riga millimetrata, e legge il valore di 47,4 cm. Qual è l'errore assoluto della misura? Qual è l'errore relativo?



SOLUZIONE Stimando che l'errore massimo commesso è quello legato alla sensibilità dello strumento, si pone

$$e_a = 0,1 \text{ cm}$$

e si scrive il risultato della misura nel seguente modo:

$$\ell = (47,4 \pm 0,1) \text{ cm}$$

L'errore relativo si ottiene dalla relazione:

$$e_r = \frac{e_a}{v}$$

dove v è il valore misurato, cioè

$$e_r = \frac{0,1 \text{ cm}}{47,4 \text{ cm}} = 0,002 = 0,2\%$$

DOMANDA Qual è l'errore relativo a una misura di 7,0 cm effettuata con la stessa riga millimetrata?