CARATTERISTICHE FISICHE DI UNA CORDA E FREQUENZE PROPRIE

Negli strumenti a corda le note sono prodotte dalla vibrazione di corde che, quando vengono pizzicate (come nella chitarra) o strofinate (come nel violino) o percosse (come nel pianoforte), producono onde stazionarie di diversa frequenza. Frequenze diverse corrispondono a note diverse, e l'esecutore è in grado di selezionarle modificandone la lunghezza con la pressione di un dito, secondo la formula (7.6):

$$\nu_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{vn}{2\ell} \quad \text{con } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{7.6}$$

Inoltre, a parità di lunghezza, è possibile modificare la frequenza emessa da una corda anche intervenendo sulla sua tensione. È noto, per esempio, che per accordare una chitarra ciascuna corda viene più o meno tesa tra due estremi a lunghezza fissata. Se osserviamo le corde di una chitarra, inoltre, ci accorgiamo che non sono tutte uguali, cioè hanno spessori diversi e densità diverse in quanto sono fatte con materiali diversi (figura 1).

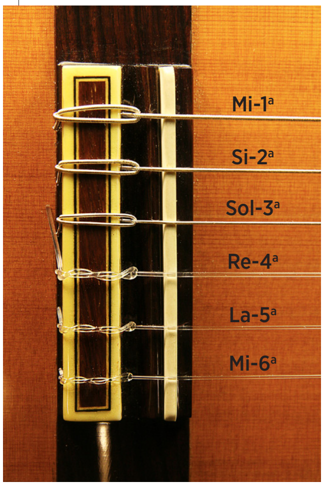

Figura 1. Le corde di una chitarra hanno densità e spessori diversi.

Il materiale con cui è fatta la corda e la forza con cui viene tesa influenzano la velocità di propagazione delle onde su di essa, per cui, in ultima analisi, influenzano le frequenze dei modi normali, come si vede nella formula (7.6).

In particolare, la velocità di propagazione di un'onda su una corda dipende dalla **densità lineare** della corda μ, cioè dalla massa per ogni metro di lunghezza, e dalla **tensione** τ, cioè dalla forza che agisce su ciascun estremo della corda. È facile intuire che a una tensione maggiore corrisponde una velocità di propagazione maggiore, così come a una densità lineare maggiore corrisponde una velocità di propagazione minore, cioè: più una corda è tesa più un'onda si propaga velocemente lungo essa, mentre più è «massiccia» più l'onda si propaga lentamente. La relazione matematica che esprime la velocità dell'onda sulla corda in funzione della densità lineare e della tensione è:

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \tag{1}$$

Dalla formula (7.6) si ricava dunque che la frequenza ν_n del modo normale n di una corda vibrante di lunghezza ℓ è:

$$\nu_n = \frac{n}{2\ell}\sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \qquad \text{con } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{2}$$

dove τ è la tensione della corda misurata in newton (N) e μ è la densità lineare, misurata in kilogrammi al metro (kg/m).

La frequenza fondamentale della corda è dunque

$$\nu = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$$

Ricordando che, in uno strumento musicale, le frequenze corrispondono alle note prodotte perturbando la corda, si ottengono così note diverse regolandone la tensione.

ESEMPIO

▶ La prima corda di un violino ha una densità lineare pari a $3{,}8 \times 10^{-3}$ g/cm e vibra tra due punti distanti 35 cm. Quale tensione bisogna applicare ai suoi estremi affinché la sua frequenza fondamentale sia un Mi a 660 Hz?

SOLUZIONE Invertendo la **formula 2** rispetto alla tensione τ, per $n = 1$, si ha:

$$\tau = (2\ \ell\ \nu_1)^2\ \mu$$

Utilizzando le grandezze espresse nelle unità di misura del SI,

$$\tau = (2 \times 35 \times 10^{-2}\ \text{m} \times 660\ \text{Hz})^2 \times 3{,}8 \times 10^{-4}\ \text{kg/m} = 81\ \text{N}$$

DOMANDA Se la quarta corda dello stesso violino produce un Sol a 196 Hz con una tensione di 44 N, qual è la sua densità lineare in g/cm?