

APPROFONDIMENTO: FUNZIONI SURIETTIVE E INIETTIVE

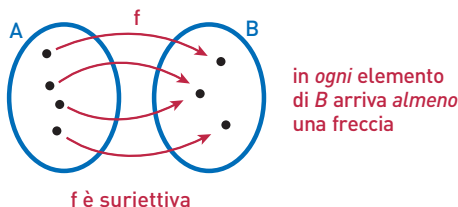
1. Funzioni suriettive, iniettive e biunivoche

Funzione suriettiva

DEFINIZIONE

Una funzione da A a B è **suriettiva** se ogni elemento di B è l'immagine di *almeno* un elemento di A .

ESEMPIO



MATHS IN ENGLISH

A function from set A to set B is **surjective** if for every element of B there is *at least one* element of A that is mapped onto it.

In una funzione suriettiva da A a B , l'insieme immagine coincide con B . Per rendere suriettiva una funzione che non lo è basta restringere all'insieme immagine il suo insieme di arrivo.

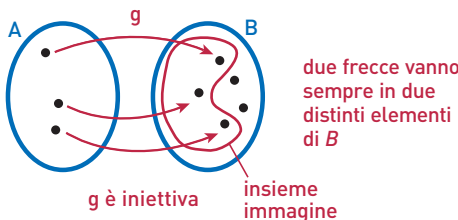
- La funzione da \mathbb{N} a \mathbb{N} $y = 10x$ non è suriettiva, perché, per esempio, 14 non fa parte dell'insieme immagine. Tuttavia, se consideriamo la stessa funzione da \mathbb{N} all'insieme dei naturali con zero come ultima cifra, la funzione è suriettiva.

Funzione iniettiva

DEFINIZIONE

Una funzione è **iniettiva** se ogni elemento del suo insieme immagine è immagine di *un solo* elemento del dominio.

ESEMPIO



MATHS IN ENGLISH

A function from set A to set B is **injective** if for every element of B there is *at most one* element of A that is mapped onto it; in other words, an injective function never maps two distinct elements of A onto the same element of B .

Consideriamo due esempi di funzione numerica, da \mathbb{Z} a \mathbb{Z} .

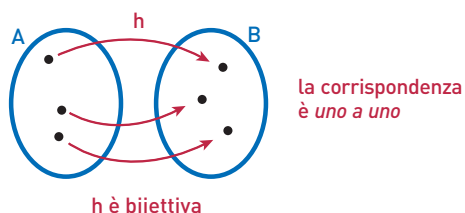
- $y = x^2$ non è iniettiva perché, per esempio, $+4$ è immagine sia di -2 , sia di $+2$.
- $y = x^3$ è iniettiva perché ogni y che è il cubo di un numero intero è immagine di un solo x . Per esempio, $+27$ è immagine di $+3$, -27 è immagine di -3 e così via.

Funzione biiettiva

DEFINIZIONE

Una funzione è **biiettiva** se è *suriettiva* e *iniettiva*.

ESEMPIO



MATHS IN ENGLISH

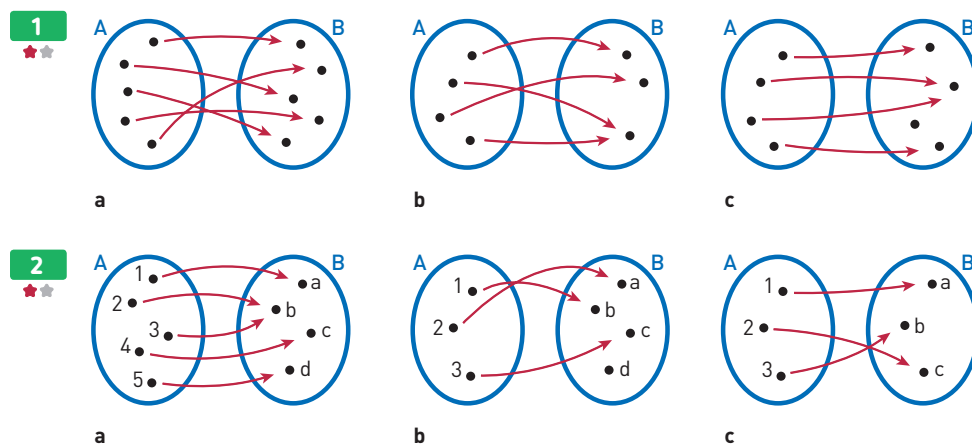
A function that is injective and surjective is called **bijective**.

Una funzione biiettiva da A a B è anche detta **corrispondenza biunivoca** o **corrispondenza uno a uno**, perché a *ogni* elemento di A corrisponde *un solo* elemento di B e *ogni* elemento di B è immagine di *un solo* elemento di A .

ESERCIZI

1. Funzioni suriettive, iniettive e biunivoche

Stabilisci se ognuna delle funzioni rappresentate dai seguenti diagrammi è suriettiva, iniettiva, biiettiva.



3 TEST Quale delle seguenti funzioni tra $\{a, b, c\}$ e $\{1, 2, 3\}$ è biiettiva?

A $f(a) = 1, f(b) = 1, f(c) = 1.$

C $f(a) = 1, f(b) = 3, f(c) = 2.$

B $f(a) = 3, f(b) = 2, f(c) = 3.$

D $f(a) = 1, f(b) = 2, f(c) = 2.$

TRADUCI **DAI SIMBOLI AL DIAGRAMMA** Rappresenta con un diagramma a frecce le seguenti funzioni $f: A \rightarrow B$ e poi stabilisci se sono suriettive, iniettive, biiettive.

4 ★★ $A = \{4, 5, 6, 7, 11\}, B = \{12, 10, 77\}$ e $y = f(x)$ tale che x è divisore di y .

9 ★★ $A = \{\text{Capodanno, Natale, Epifania, Ognissanti, Santo Stefano}\}, B = \{\text{novembre, dicembre, gennaio}\}$ e f che associa a ogni festività $x \in A$ il mese $y \in B$ in cui ricorre.

5 ★★ $A = \{0, 1, 2, 3\}, B = \{0, 12\}$ e f definita da: $\{(0; 12), (1; 0), (2; 12), (3; 0)\}.$

6 ★★ $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{Z}$ e $y = f(x)$ tale che y è l'opposto di x .

10 ★★ $A = \{2, 4, 5, 1\}, B = \{0, 8, 2, 6\}$ e $y = f(x)$ tale che y è il doppio di $x - 1$.

7 ★★ $A = \mathbb{N}, B = \mathbb{N}$ e $y = f(x)$ tale che y è il quadruplo di x .

11 ★★ $A = \{2^6, 10^4, 5^3, 2000\}, B = \{y \in \mathbb{N} \mid y \leq 5\}$ e $y = f(x)$ tale che y è il numero di cifre di x diminuito di 1.

8 ★★ $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 2\}, B = \{0, 1, 2\}$ e f che associa a ogni x il suo valore assoluto y .

12 ★★ Considerata una generica funzione f dall'insieme A all'insieme B , indica se le seguenti affermazioni sono vere o false.

a. La funzione f è iniettiva se a ogni $x \in A$ associa uno e un solo $y \in B$.

V F

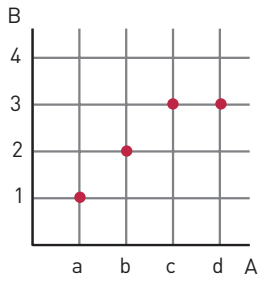
b. La funzione f è iniettiva se, per ogni $a, b \in A, f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$.

V F

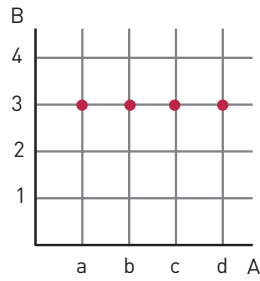
c. La funzione f è iniettiva se e solo se f realizza una corrispondenza biunivoca tra il dominio A e l'insieme immagine.

V F

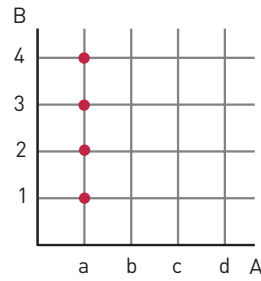
13 **LEGGI IL GRAFICO** Analizza le relazioni rappresentate dai seguenti diagrammi cartesiani, indica se sono funzioni e, in caso affermativo, stabilisci se sono suriettive, iniettive, biettive.



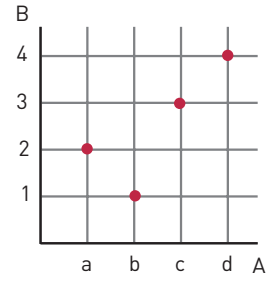
a



b



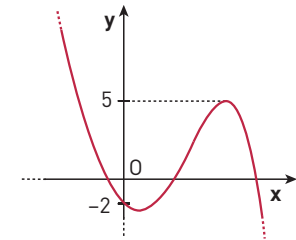
c



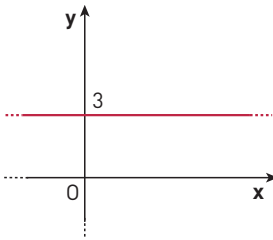
d

LEGGI IL GRAFICO Per ognuna delle seguenti funzioni da \mathbb{R} in \mathbb{R} determina l'insieme immagine e stabilisci se sono iniettive, suriettive, biettive.

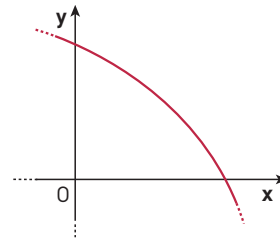
14 ★★



a

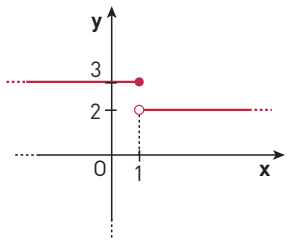


b

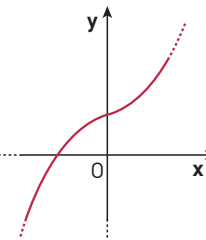


c

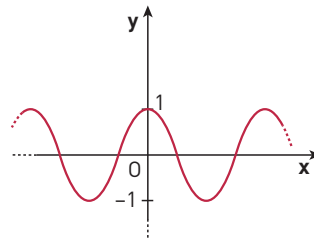
15 ★★



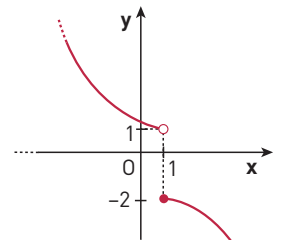
a



b

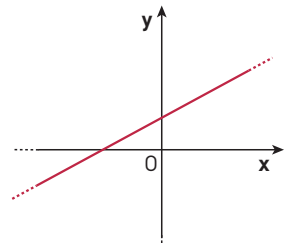


c

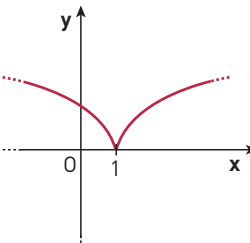


d

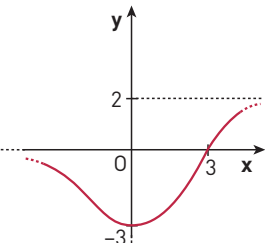
16 ★★



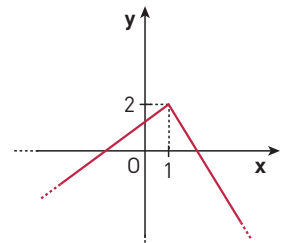
a



b



c



d