

Domingo Paola, Alfonsina Sibilla, Nadia Zamboni

Matematica verso la secondaria di secondo grado, Zanichelli 2021

Sezione 1 ARITMETICA E ALGEBRA

1. Rappresentazioni dei numeri e loro ordinamento a pag. 4

1 $\frac{74}{100}$; 74%; $\frac{37}{50}$

2 a) 4; b) 28; c) 30; d) 9

3 0,03; 0,0004; 0,125; 0,213; 2; 0,000005; 0,21

4 0,4%; 2000%; 220%; 10%; 0,1%; 100000%; 200%; 250%; 1,5%

5 0,8; $3\overline{6}$; 2,75; $1\overline{857142}$; 0,021; 2; 0,0625; $0,08\overline{3}$; 0,07

6

Numero decimale	Percentuale	Frazione irriducibile
0,4	40%	$\frac{2}{5}$
0,6	60%	$\frac{3}{5}$
3,3	330%	$\frac{33}{10}$
0,02	2%	$\frac{1}{50}$

7 La frazione ridotta ai minimi termini corrisponde a un numero decimale limitato se e solo se i fattori primi del suo denominatore sono solo 2 o 5.

8 4 €

9 12,10; 12,091

10 0,110; 0,118

11 D

12 a) 30,5; b) 0,3014; c) 2,025; d) 0,4019

14 $12,\overline{12} = \frac{1200}{99}$

15 Punto A: su 20 mm; punto B: su 10 mm

16

$x < -2$	$-2 \leq x < -1$	$-1 \leq x < 0$	$0 \leq x < 1$	$1 \leq x < 2$	$x \geq 2$
-3^1		$-\frac{1}{100}; -\frac{49}{100}$	$\sqrt{\frac{1}{8}}; \frac{2}{3}; \frac{6}{21}$	$\frac{4}{3}; \frac{32}{21}; 10^0$	$\frac{13}{3}; \sqrt{\frac{441}{49}}; \sqrt{7}$

L'intervallo rimasto vuoto è $-2 \leq x < -1$.

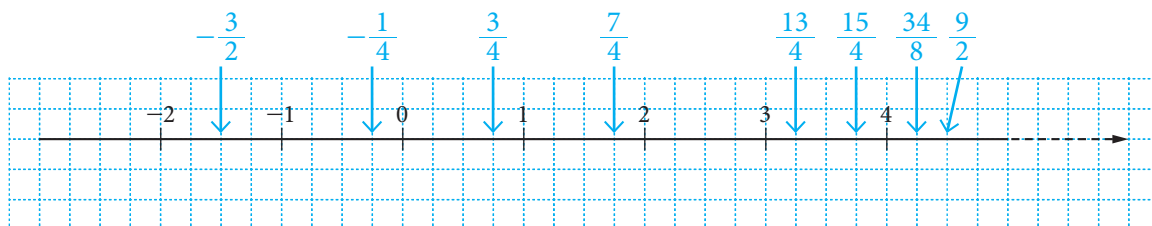
SEZIONE 1 ARITMETICA E ALGEBRA

1. Rappresentazioni dei numeri e loro ordinamento

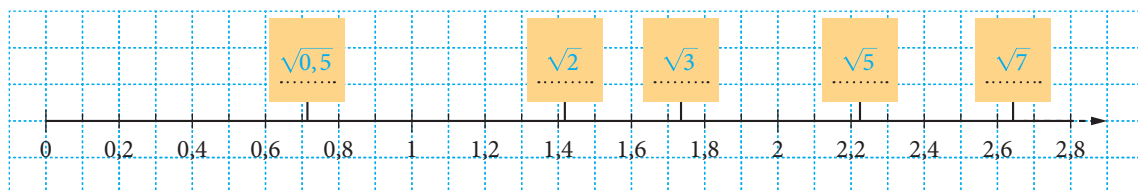
17 $\frac{1}{100}$

18 B

19



20



21

- a) $-\frac{7}{2}$; $-\frac{7}{4}$; $-1,5$; 0 ; $\frac{1}{12}$; $0,24$; $0,52$
 b) -2^4 ; $(\frac{1}{2})^3$; $\frac{5}{36}$; $\frac{12}{7}$; $3,1$; $\sqrt{10}$; $\frac{100}{25}$; $(-2)^4$; $16,05$
 c) $\frac{13}{5}$; $3,4$; $3,42$; $3,44$; $3,\bar{4}$; $3,4\bar{5}$; $\frac{11}{3}$
 d) 0 ; $(\frac{1}{2})^3$; $(\frac{1}{2})^2$; $\frac{1}{2}$; $(\frac{1}{2})^{-1}$; $(\frac{1}{2})^{-2}$; $(\frac{1}{2})^{-3}$

22

- a) $8,\bar{6}$; $8,\bar{6}\bar{1}$; $8,1\bar{6}$; $8,\bar{1}\bar{6}$; $8,11\bar{6}$
 b) $3\sqrt{2}$; $\sqrt{14}$; $2\sqrt{3}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{4}$; $4\sqrt{0}$
 c) 2^{10} ; 10^2 ; $\frac{2}{10}$; $\frac{10}{100}$; 10^{-2} ; 10^{-3}
 d) -10^{-3} ; $-\frac{10}{100}$; $-\frac{2}{10}$; -20 ; -10^2 ; -2^{10}

2. Operazioni con i numeri razionali e loro proprietà a pag. 8

1

Operazioni	Calcoli	Proprietà applicate
$15 \cdot 19$	$15 \cdot (20 - 1) = 15 \cdot 20 - 15 \cdot 1 = 300 - 15 = 285$	distributiva
$37 \cdot 12$	$37 \cdot 10 + 37 \cdot 2 = 444$	distributiva
$45,5 : 0,5$	$455 : 5 = 91$	invariantiva
$\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 9$	$\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 2 = 6$	commutativa
$13 \cdot 8 + 13 \cdot 2$	$13 \cdot 10 = 130$	distributiva
$1,3 + 0,2 : 0,5 - 0,3$	$(1,3 - 0,3) + (2 : 5) = 1 + 0,4 = 1,4$	commutativa dell'addizione e invariantiva

2

La procedura della moltiplicazione in colonna è una conseguenza della proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione. Infatti Carlo e Michela hanno moltiplicato entrambi il numero 12 per le 4 unità e per la decina che formano il numero 14.

3

$$(19 + 2 - 5) : 2 = 8$$

4

No, infatti $80 : 9 = 8,8$ che è diverso da 36.

5

a) 0; b) 4; c) 0; d) 5; e) 0; f) 0; g) 0; h) 0; i) 4

6

È un'operazione impossibile, perché nessun numero moltiplicato per 0 dà 5.

7

Sembra che abbiano entrambi ragione, ma non è così. Infatti qualunque numero moltiplicato per 0 dà 0, per cui l'operazione $0 : 0$ non ha senso. Si dice che è un'operazione indeterminata.

8

Possibile	Possibile	Impossibile	Possibile
Possibile	Possibile	Possibile	Indeterminata
Possibile	Impossibile	Possibile	Impossibile

9

Moltiplicare per 0,1	Moltiplicare per 0,01	Dividere per 0,1	Dividere per 0,01
$15 \cdot 0,1 = 1,5$	$1,5 \cdot 0,01 = 0,015$	$15 : 0,1 = 150$	$15 : 0,01 = 1500$
$1,5 \cdot 0,1 = 0,15$	$1,05 \cdot 0,01 = 0,0105$	$0,15 : 0,1 = 1,5$	$0,2 : 0,01 = 20$

a) 10; b) 10; c) 100; d) 100

10

Uguaglianza	V	F	Eventuale correzione
$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{10}$		✗	$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$
$\frac{5}{3} + \frac{3}{5} = \frac{34}{15}$	✗		
$\frac{5}{4} - \frac{5}{8} = \frac{5}{4}$		✗	$\frac{5}{4} - \frac{5}{8} = \frac{5}{8}$
$\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{8} = 2$		✗	$\frac{4}{9} \cdot \frac{9}{8} = \frac{1}{2}$
$\frac{7}{2} : 7 = \frac{1}{2}$	✗		
$5 = \frac{5}{3} : \frac{1}{3}$	✗		

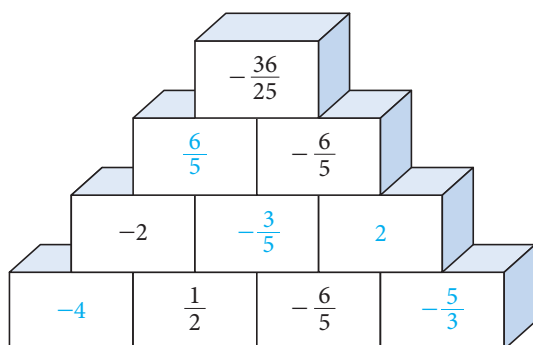
11

- a) $2 \cdot (8 - 3) \cdot 4 : 2$; b) $2 \cdot 8 - 3 \cdot 4 : 2$; c) $(2 \cdot 8 - 3) \cdot 4 : 2$
 d) $(7 + 2) \cdot 3 - 5 \cdot 2$; e) $6 \cdot 4 - 3 \cdot 3 + 8 : 4$; f) $8 + 5 \cdot 4 - (6 \cdot 3 + 3)$

12

- a) positivo; b) discordi

13



14

- a) $20 \text{ €} - (6 : 10 \cdot 2,90 + 3 \cdot 2 + 150 : 100 \cdot 2,60) \text{ €} = 8,36 \text{ €}$;
 b) $(10,50 - 1,50 \cdot 2,50) \text{ €} : 3 = 2,25 \text{ €}$
 c) $1,5 \text{ L} - \left(\frac{1}{4} + 0,4 + \frac{1}{2}\right) \text{ L} = 0,35 \text{ L}$ oppure $1,5 \text{ L} - \frac{1}{4} \text{ L} - 0,4 \text{ L} - \frac{1}{2} \text{ L} = 0,35 \text{ L}$

15

- Sì, infatti $1 + a$ è compreso fra 1 e 2 e quindi a è un numero compreso fra 0 e 1.
 No, infatti $\frac{11}{4} + b$ è negativo e quindi b è minore di $-\frac{11}{4}$.

16

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = \dots 81 \dots$	$2^6 = \dots 64 \dots$	$1^{15} = \dots 1 \dots$	$10^5 = \dots 100\,000 \dots$	$\left(\frac{1}{4}\right)^0 = \dots 1 \dots$
$0^6 = \dots 0 \dots$	$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{16}{81}$	$0,3^2 = \dots 0,09 \dots$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$	$-\left(\frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{9}{16}$
$-\left(-\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$	$\left(-\frac{10}{11}\right)^1 = -\frac{10}{11}$	$\left(-\frac{11}{2}\right)^2 = \frac{121}{4}$	$\left(-\frac{3}{4}\right)^3 = -\frac{27}{64}$	$-\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = -\frac{9}{16}$

17 A e C hanno come risultato 0; B e D hanno come risultato -5 .

18

$9^5 : 9^4 = \dots 9 \dots$	$5^8 : 5 = \dots 5^7 \dots$	$14^2 : 7^2 = \dots 2^2 \dots$	$-7^0 = \dots -1 \dots$
$\left(-\frac{5}{9}\right)^{-2} = \left(-\frac{9}{5}\right)^2$	$\left[\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$	$4^3 \cdot 3^3 \cdot 2^3 = \dots 24^3 \dots$	$(2 \cdot 2^8 \cdot 2)^3 : 2^{30} = \dots 1 \dots$
$[(10^2)^3]^2 : 5^{12} = \dots 2^{12} \dots$	$\left(\frac{3}{7}\right)^5 : \left(\frac{3}{7}\right)^{-4} \cdot \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^{10}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^3 : \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \dots 2^3 \dots$	$[(-7)^3 \cdot (-7)^2]^0 = \dots 1 \dots$

19

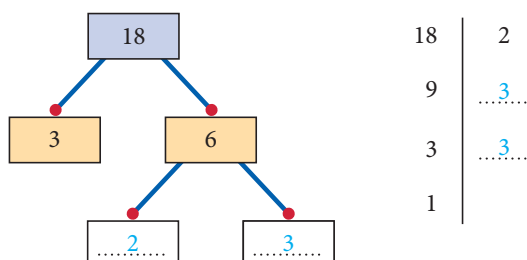
Uguaglianza	V	F	Eventuale correzione
$10^5 : 10 = 10^5$		✗	$10^5 : 10 = 10^4$
$3^3 - 2^3 = 1^3$		✗	$3^3 - 2^3 = 27 - 8 = 19$
$10^5 + 10^3 = 10^8$		✗	$10^5 + 10^3 = 101\,000$

20 2 - 5 -11 - 13 - 29 - 37- 53 - 71 - 89

21 a) F; b) F; c) V; d) F; e) V; f) F

22 b); d); e); f)

23



in riga: $18 = \dots 2 \cdot 3^2 \dots$

- 24** a) $2^5 \cdot 3^2$;
 b) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7$;
 c) $2^2 \cdot 3 \cdot 11^2$;
 d) $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^3 \cdot 37$;
 e) $2^6 \cdot 3 \cdot 5^5$;
 f) $2^4 \cdot 5^4 \cdot 19$;
 g) $2^3 \cdot 5^4 \cdot 11 \cdot 13$

25

Numeri	Divisori comuni	MCD (il maggiore dei loro divisori comuni)
15, 18	1; 3	3
20, 28, 40	1; 2; 4	4
10, 20, 150	1; 2; 5; 10	10

Numeri	Alcuni multipli comuni	mcm (il minore dei loro multipli comuni)
15, 18	90; 180; 270 ...	90
20, 30, 40	120; 240; 360	120
18, 24	72; 144; 216	72

26

Numeri e loro fattorizzazione	MCD	mcm
7; 20; 35 $7 = 7; 20 = 2^2 \cdot 5; 35 = 5 \cdot 7$	1	$2^2 \cdot 5 \cdot 7 = 140$
140; 490 $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7; 490 = 2 \cdot 5 \cdot 7^2$	$2 \cdot 5 \cdot 7 = 70$	$2^2 \cdot 5 \cdot 7^2 = 980$

27

$$a = 2^2 \cdot 5^2, b = 2 \cdot 5 \cdot 7; a = 2^2 \cdot 3 \cdot 5, b = 2 \cdot 3^2$$

4. Ordini di grandezza, notazione scientifica e stime numeriche a pag. 16

1	Numero	Potenze di 10 che comprendono il numero	O.d.g.
	38 954	$10^4 < 38\,954 < 10^5$	10^4
	0,057	$10^{-2} < 0,057 < 10^{-1}$	10^{-1}
	67123	$10^4 < 67123 < 10^5$	10^5
	0,0002	$10^{-4} < 0,0002 < 10^{-3}$	10^{-4}

2 10^{11}

4	1960	1980	2000	2018
PIL (miliardi di dollari)	40,3853	477,2568	1143,8	2083,9
O.d.g. del PIL in miliardi di dollari	10	10^2	10^3	10^3
O.d.g. del PIL in dollari	10^{10}	10^{11}	10^{12}	10^{12}

5 No, perché il numero che moltiplica la potenza di 10 deve essere maggiore o uguale a 1 e minore di 10

9	Farfalla	Zanzara	Rinoceronte
Massa media	0,012 kg	0,0025 g	2300 kg
Massa media in n.s.	$1,2 \cdot 10^{-2}$ kg	$2,5 \cdot 10^{-3}$ g	$2,300 \cdot 10^3$ kg
O.d.g. in kg	10^{-2}	10^{-6}	10^3

	Moneta da 1€	Boeing 747 (a vuoto)
Massa media	750 cg	179 t
Massa media in n.s.	$7,50 \cdot 10^2$ cg	$1,79 \cdot 10^2$ t
O.d.g. in kg	10^{-2}	10^5

10

	Venere	Terra	Marte
Distanza media dal Sole in U.A.	0,7	1	1,5
Distanza media dal Sole in km e in notazione scientifica	$1,05 \cdot 10^8$	$1,5 \cdot 10^8$	$2,25 \cdot 10^8$

11 B

13 Non è realistica: lo spazio per ogni persona sarebbe solo di circa 4 dm^2 .

5. Rapporti e percentuali a pag. 18

1 È corretto qualsiasi rapporto che abbia valore decimale 0,125.

2

a	b	$\frac{a}{b}$
40	1000	$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{11}$	$\frac{11}{27}$
11	22	$\frac{1}{2}$
18	30	$\frac{3}{5}$
1,2	8,4	$\frac{1}{7}$

Rapporto $a : b$	Frazione irriducibile	Numero decimale	Rapporto inverso $b : a$
16 : 24	$\frac{2}{3}$	0,6	24 : 16
1,5 : 15	$\frac{1}{10}$	0,1	15 : 1,5
$\frac{1}{2} : \frac{9}{8}$	$\frac{4}{9}$	0,4	$\frac{9}{8} : \frac{1}{2}$

3 a) 4; b) 0,25; c) 0,2

5 $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{5}$, che è la metà di $\frac{2}{5}$

7 No, perché il rapporto è $\frac{300 \text{ m}}{1500 \text{ m}} = \frac{1}{5}$ quindi la distanza da casa a scuola è $\frac{1}{5}$ di quella da casa alla palestra.

8

Grandezza A	Grandezza B	Rapporto $\frac{A}{B}$	Rapporto $\frac{B}{A}$
Lunghezza di un anaconda = 11,4 m	Lunghezza di una lucertola = 12 cm	95	$\frac{1}{95}$
Volume di una cassa = 1,5 m ³	Volume di una scatola = 3 dm ³	500	$\frac{1}{500}$
1 h	25 min	$\frac{12}{5}$	$\frac{5}{12}$

17 No, la somma delle percentuali rappresentate dai settori circolari per ogni social non corrisponde a 100%, ma a 130%.

25 Supponiamo, infatti, che il prezzo iniziale sia di 100 €. Dopo il primo sconto il prezzo diventa di 40 €. Dopo il secondo sconto, il prezzo diventa l'80% di 40 €, cioè 32 €. Quindi lo sconto complessivo è del 68%.

6. Avvio all'algebra a pag. 22

1 $[(a + 10) \cdot 3 - a] : 2$

2 17; 20

3 a) 3; -4; b) No; non si può dividere per 0

4	Linguaggio verbale	Linguaggio simbolico
	Il successivo di un numero	$a + 1$
	Il doppio di un numero	$2a$
	Un multiplo di 3	$3a$
	La somma di due numeri consecutivi; oppure Un numero dispari	$a + a + 1$
	La somma del triplo di un numero e del doppio dello stesso numero	$3a + 2a$ Si può scrivere anche $5a$
	La somma di due numeri	$a + b$
	Il prodotto di due numeri	$a \cdot b$
	L'opposto di un numero	$-a$

5 Carlo: La somma di un terzo di un numero e 3;
Michela: Un terzo della somma di un numero e 3

6	Proprietà espressa nel linguaggio verbale	Proprietà espressa nel linguaggio algebrico
	Cambiando l'ordine dei fattori il prodotto non cambia	$a \cdot b = b \cdot a$
	Il prodotto di un numero per una somma di due addendi è uguale alla somma dei prodotti del numero per ciascun addendo	$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$
	La potenza di una potenza è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

7 No: n deve essere diverso da 1, perché non si può dividere per 0.

8 $2k$, perché un numero pari è un multiplo di 2

9 $6c$, perché $6c = 2 \cdot 3c$ e quindi è un multiplo di 2

10 $2t + 1$, perché indica il successivo di un numero pari

11 $5t + 2$, infatti, per esempio, se $t = 1$ vale 7, che è dispari e se $t = 2$ vale 12, che è pari.

12 a) $7n - 2$, infatti tutte le altre formule equivalgono a $5n$;
b) n^2 , infatti tutte le altre formule equivalgono a $2n$

13 $P = 6x$

14 Per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione $ab + b = b(a + 1)$.

15	Affermazione	V/F	Giustificazione
	L'unica coppia di numeri naturali che verifica l'uguaglianza $a + b = 2$ è $a = 1$ e $b = 1$	F	per esempio, se $a = 0$ e $b = 2$, $a + b = 2$
	$a \cdot b = 0$ se e solo se $a = 0$ e $b = 0$	F	per esempio, se $a = 0$ e $b = 1$, $a \cdot b = 0$
	se $a = -1$ e $b = 1$, allora $a \cdot b = 0$	F	$-1 \cdot 1 = -1$
	$a \cdot b = 0$ se e solo se $a = 0$ o $b = 0$	V	legge di annullamento del prodotto

16 Per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione,

$$\frac{(2a + 2c) \cdot b}{2} = \frac{2(a + c) \cdot b}{2};$$
 per la proprietà invariantiva della divisione, $\frac{2(a + c) \cdot b}{2} = (a + c) \cdot b$;
 per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione,
 $(a + c) \cdot b = ab + cb$.

17 $2h + 2k + 1 = 2(h + k) + 1$

18 $n - 1 + n + n + 1 = 3n$, che è un multiplo di 3

19 $2k + 1 + 2k + 3 = 4k + 4 = 4 \cdot (k + 1)$, che è divisibile per 4

20 $10a + b + 10b + a = 11a + 11b = 11(a + b)$, che è multiplo di 11

21 L'affermazione di Anna riguarda infiniti numeri. Non bastano quindi alcuni esempi che la verifichino per dimostrarla. Invece basta un solo controesempio per dimostrare che è falsa.
 Per esempio se $x = 1$ e $y = 2$: $(1 + 2)^2 = 9 \neq 1^2 + 2^2 = 5$, quindi Anna non ha ragione.

22

Affermazione	V/F	Giustificazione
Se un numero termina per 1 e non è multiplo di 3, allora è un numero primo	F	121 termina per 1, non è multiplo di 3, ma non è numero primo, infatti $121 = 11 \cdot 11$
Se un numero termina per 9 e non è multiplo di 3, allora è un numero primo	F	49 termina per 9, non è multiplo di 3, ma non è numero primo, infatti $7 \cdot 7 = 49$
Un numero divisibile per 4 è anche divisibile per 2	V	$4k = 2 \cdot (2k)$
Un numero divisibile per 3 è anche divisibile per 6	F	9 è divisibile per 3, ma non per 6
Un numero multiplo di 3 e di 6 è anche multiplo di 18	F	12 è divisibile per 3 e per 6, ma non per 18
Tutti i numeri primi sono dispari	F	2 è un numero primo ed è pari
La somma di due numeri pari è un numero pari	V	$2k + 2h = 2 \cdot (h + k)$
Il quadrato di un multiplo di 5 è un multiplo di 25	V	$(5n)^2 = 25n^2$

7. Espressioni algebriche a pag. 26

2 Sono monomi fra loro simili:

$$4ab; -\frac{1}{2}ab; -\frac{1}{7}ab$$

$$2y^2; 0,4y^2$$

$$-\frac{3}{5}xy^2; xy^2$$

$$2x^2y; -\frac{3}{2}x^2y$$

3 Andrea ha torto. Infatti, per la proprietà commutativa della moltiplicazione, $xy = yx$. Federica ha torto perché le parti letterali t^2w e w^2t sono diverse fra loro.

7 a) $(A + B)^2 = (A + B) \cdot (A + B) = A(A + B) + B(A + B) =$
 $= A^2 + AB + BA + B^2 = A^2 + 2AB + B^2$

b) $(A - B)^2 = (A - B) \cdot (A - B) = A(A - B) - B(A - B) =$
 $= A^2 - AB - BA + B^2 = A^2 - 2AB + B^2$

c) $(A + B) \cdot (A^2 - A \cdot B + B^2) = A(A^2 - A \cdot B + B^2) + B(A^2 - A \cdot B + B^2) =$
 $= A^3 - A^2B + AB^2 + BA^2 - AB^2 + B^3 = A^3 + B^3$

8

Espressione	Prodotto notevole corrispondente	A e B
$\left(\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y\right)$	$(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$	$A = \frac{1}{2}x \quad B = \frac{2}{3}y$
$(5x^2 - 3xy)^2$	$(A - B)^2 = A^2 - 2A \cdot B + B^2$	$A = 5x^2 \quad B = 3xy$
$(-2x^2 + 3xy^2)(-2x^2 - 3xy^2)$	$(A + B) \cdot (A - B) = A^2 - B^2$	$A = -2x^2 \quad B = 3xy^2$
$(1 - x)(1 + x + x^2)$	$(A + B) \cdot (A^2 - A \cdot B + B^2) = A^3 + B^3$	$A = 1 \quad B = -x$

9 a) $2y$; b) 1 ; c) y ; d) a ; e) y f) $9; 3$

10 Abbiamo tre possibili prodotti:

$$(a + 1)bc = abc + bc;$$

$$a(b + 1)c = abc + ac;$$

$$ab(c + 1) = abc + ab;$$

poiché $0 < a < b < c$, abbiamo che $bc > ac$ e $bc > ab$, quindi si ottiene il prodotto massimo se si aumenta a di 1.

8. Equazioni in un'incognita e loro soluzioni a pag. 30

1	Equazione	Numero da sostituire all'incognita	È soluzione?
	$3x - 4 = 2$	5	No
		2	Sì
	$2x = 0$	-2	No
		0	Sì
	$2t - 4 = 3t + 6$	-10	Sì
		10	No
	$y^2 - 1 = 0$	1	Sì
		-1	Sì
	$x^2 + 1 = 0$	-1	No
		1	No

2 D

3 Sì, perché se addizioniamo x^2 , che non può essere negativo, a 4 non potremo mai ottenere 0.

4 Sì, perché se si esegue il prodotto indicato al primo membro si ottiene proprio l'espressione indicata al secondo membro.

5 C

10 Sì. Per la legge di annullamento del prodotto $(3 + x)(2 - x) = 0$ se e solo se $3 + x = 0$ oppure $2 - x = 0$.

11	Problema in linguaggio verbale	Equazione
	La somma di due numeri è 40 e uno supera l'altro di 8.	$x + x + 8 = 40$
	La differenza di due numeri è 50 e uno è il triplo dell'altro.	$3x - x = 50$
	Una piastrella pesa 1 kg più mezza piastrella. Quanto pesa la piastrella?	$x = 1 + \frac{1}{2}x$
	Anna ha 5 anni e Roberto ne ha 7. Quanti anni fa Roberto aveva il doppio dell'età di Anna?	$7 - x = 2(5 - x)$

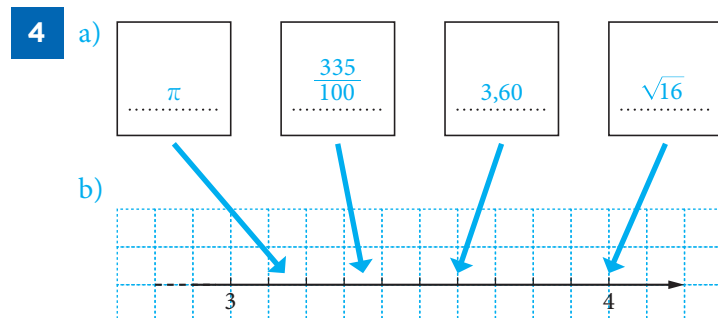
12 $90 + 8 = 2x + 14$

Prove INVALSI: Numeri a pag. 34

1 D

2 C

3 A



5 a) V; b) V; c) F; d) V

6 A

7 A

8 D

9 B

10 B

11 C

12 A

13 D

14 D



Sezione 2 GEOMETRIA

1. Triangoli e loro proprietà a pag. 36

1

α	β	γ
98°	32°	50°
$56^\circ 30'$	$21^\circ 30'$	102°
45°	45°	90°

2

a) 180° ; b) 180° ; c) 180° ; d) $180^\circ, 180^\circ, 180^\circ, 360^\circ$

3

α	β	γ	α'	β'	γ'
38°	92°	50°	142°	88°	130°
55°	55°	70°	125°	125°	110°
60°	60°	60°	120°	120°	120°

5

Ha ragione, infatti: $\beta + \delta = 180^\circ$ e $\beta + (\alpha + \gamma) = 180^\circ$, quindi $\alpha + \gamma = \delta$

6

Un segmento. Si parla anche di *triangolo degenere*, cioè che si riduce a un segmento.

7

$a - c < b + c - c \rightarrow a - c < b \rightarrow b > a - c$. Analogamente per gli altri lati a e c .

8

No, perché $120 \text{ mm} > (52 + 60) \text{ mm}$

9

- a) $1 < x < 7$;
- b) $1,8 < x < 2,2$;
- c) $56 < x < 84$;
- d) $17 < x < 47$

10

No, infatti BC è maggiore della somma degli altri due lati.

11

No, infatti ciascuno dei tre angoli di un triangolo equilatero misura 60° , quindi un triangolo equilatero è un triangolo acutangolo.

12

- a) Sì, infatti anche l'altro angolo acuto misura 45° e un triangolo con due angoli uguali è un triangolo isoscele;
- b) No, infatti il triangolo potrebbe avere angoli di ampiezza 45° ; $67,5^\circ$; $67,5^\circ$.

13

Luisa ha ragione: infatti, se si costruisce il triangolo ACD , simmetrico rispetto ad AC del triangolo ABC , si ottiene il triangolo BCD che è equilatero e quindi $CB = 2AB$.

14

2,5 cm

15

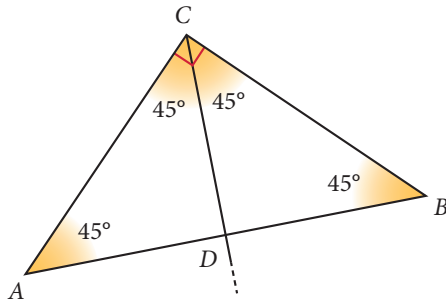
2a, infatti è l'ipotenusa del triangolo rettangolo ABC , che è la metà di un triangolo equilatero. Quindi AC è il doppio di AB .



16 a) AT ; b) BF

17 Isoscele. Infatti $\widehat{ACB} = \widehat{BAC} = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ$. Quindi $\widehat{BCK} = \widehat{ABC} = 36^\circ$.

18 Sappiamo che $\widehat{CAB} = \widehat{CBA} = 45^\circ$, infatti il triangolo ABC è rettangolo e isoscele; $\widehat{ACD} = \widehat{DCB} = 45^\circ$, perché CD è la bisettrice dell'angolo retto. Consideriamo il triangolo ACD ; poiché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° abbiamo che $\widehat{ADC} = 90^\circ$. Analogamente, se consideriamo il triangolo BCD , abbiamo che $\widehat{BDC} = 90^\circ$. Quindi la bisettrice CD è perpendicolare alla base AB .



19 È un triangolo rettangolo. Infatti AH e BK sono altezze del triangolo ABC e il loro punto di intersezione è l'ortocentro del triangolo. Quindi CS è l'altezza relativa alla base AB , perché passa per l'ortocentro.

20 Ortocentro e circocentro coincidono.

24 Sì, infatti in un triangolo rettangolo l'ortocentro coincide con il vertice dell'angolo retto; quindi l'altezza relativa all'ipotenusa misura 10 cm.

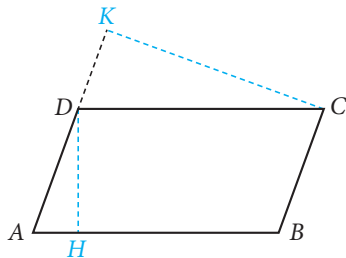


2. Quadrilateri e loro proprietà a pag. 40

1 Due; 180° ; 360° ; 360°

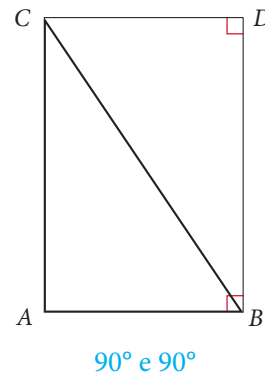
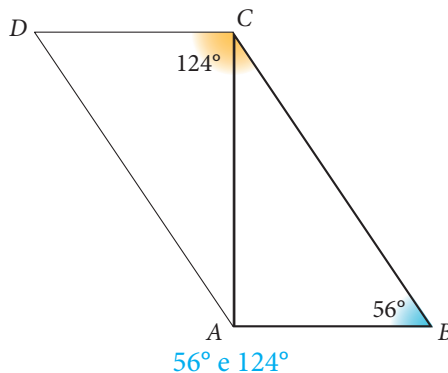
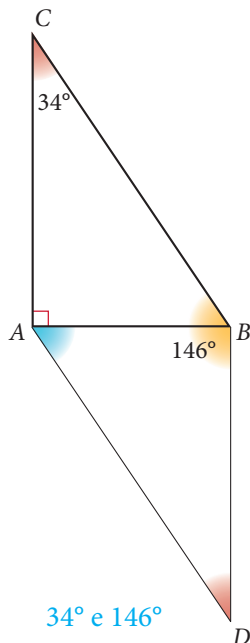
2 Infiniti.

3



4 $\alpha + \delta + \beta + \gamma = 360^\circ$; $\alpha = \gamma$ e $\beta = \delta$; quindi $\alpha + \delta = \beta + \gamma = 180^\circ$

6 ci sono tre casi possibili:



7 Quadrato perché $DB = AC$ e $DB \perp AC$.

8 Luca ha ragione, infatti $\widehat{DAT} = \widehat{ADT} = 45^\circ$, perché metà di angoli retti. Quindi $\widehat{DTA} = 90^\circ$, perché $\widehat{DAT} + \widehat{ADT} + \widehat{DTA} = 180^\circ$. $\widehat{DTA} = \widehat{ZTU}$ perché angoli opposti al vertice, quindi $\widehat{ZTU} = 90^\circ$. In modo del tutto analogo si dimostra che anche $\widehat{ZVU} = 90^\circ$ e ciò completa la dimostrazione.

9 a) F; b) F; c) V; d) V

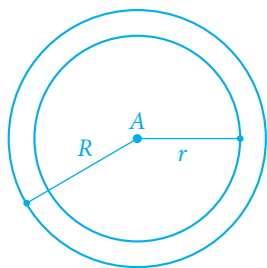


- 10** Ali ha ragione, infatti per ogni triangolo rettangolo ABD si può considerare il rettangolo $ABCD$ che ha base e altezza rispettivamente uguali ai cateti del triangolo e la diagonale BD uguale all'ipotenusa del triangolo. Poiché in un rettangolo le diagonali sono uguali e si intersecano nel loro punto medio, si ha che $DB = 2AM$, cioè la mediana AM relativa all'ipotenusa BD è metà dell'ipotenusa stessa.
- 11** Rombo perché le sue diagonali sono perpendicolari e si intersecano nel loro punto medio.
- 12** Carlo ha ragione, infatti in un trapezio isoscele la somma di due angoli interni fra loro opposti deve essere di 180° . Invece nella figura di Giulia abbiamo che $120^\circ + 30^\circ \neq 180^\circ$.
- 14** D
- 16** $\widehat{DAC} = \widehat{CD} = 45^\circ$, perché il triangolo ADC è rettangolo e isoscele. Quindi $\widehat{ACB} = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$. Inoltre, $\widehat{ABC} = 45^\circ$, perché è angolo supplementare dell'angolo $\widehat{DCB}$; inoltre $\widehat{CAB} = 45^\circ$, perché angolo complementare dell'angolo $\widehat{DAC}$. Pertanto ACB è un triangolo rettangolo isoscele e quindi $CB = AC$.



3. Circonferenza e cerchio a pag. 44

1



In figura: $R = 2,5 \text{ cm}$ e $r = 2 \text{ cm}$

Il rapporto fra il diametro della circonferenza di raggio r e quella di raggio R è $\frac{4}{5}$

2

Diametro, corda, raggio.

3

La lunghezza di una corda è sempre minore o uguale del diametro della circonferenza, quindi, al massimo, può misurare 5 cm.

4

Il triangolo è isoscele, perché $AO = BO$ in quanto raggi.

6

Infinite: tutte le circonferenze che hanno il centro sull'asse del segmento AB , perché qualsiasi punto dell'asse è equidistante da A e da B .

8

$\widehat{CAB} = 67^\circ$; $\widehat{CBA} = 67^\circ$; $\widehat{BCA} = 46^\circ$

9

Trapezio rettangolo, con gli angoli retti $\widehat{APQ}$ e $\widehat{PQB}$ e i lati paralleli AP e QB , perché perpendicolari alla stessa retta.

11

20°

12

$\widehat{AOB} = 180^\circ$ e il suo corrispondente alla circonferenza $\widehat{ACB}$ misura la metà di 180° cioè 90° ; quindi il triangolo ACB è rettangolo.

16

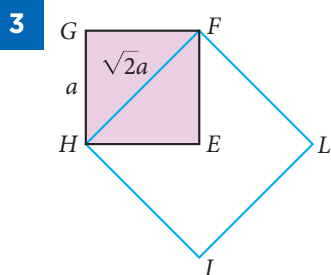
	I	C
Triangolo	X	X
Parallelogramma		
Rombo		X
Rettangolo	X	
Quadrato	X	X

17

La mediana relativa all'ipotenusa è il raggio della circonferenza. L'ipotenusa è il diametro della circonferenza, la mediana relativa all'ipotenusa è quindi metà dell'ipotenusa.

**4. Teorema di Pitagora e triangoli simili a pag. 48**

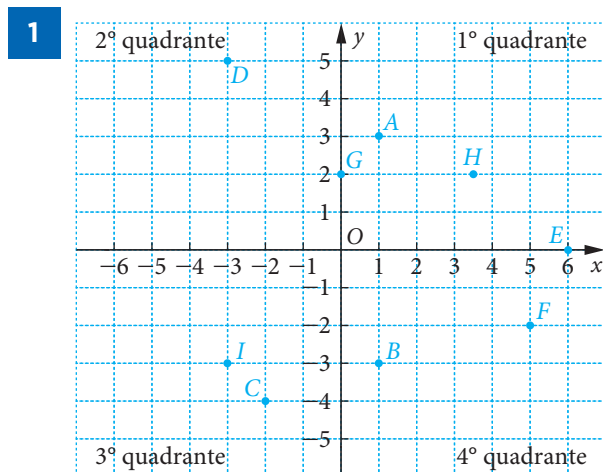
2 Non ha ragione; per il teorema di Pitagora la diagonale misura $\sqrt{2}$ cm.



Il quadrato $EFGH$ ha area a^2 , il quadrato costruito sulla diagonale HF ha area $2a^2$.

7 Sì, perché il rapporto di similitudine tra i lati corrispondenti dei due triangoli isosceli MNA e ABC è $\frac{1}{2}$, quindi il rapporto tra le loro aree è $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

9 $\frac{5}{3}$

**5. Rappresentare punti e poligoni sul piano cartesiano a pag. 50**

- 2** a) $A(-1, 2); B(0, 0); C(0, 0,6); D(-1, 2; 1)$
oppure
 $A\left(-\frac{6}{5}; -\frac{1}{5}\right); B(0; 0); C\left(0; \frac{3}{5}\right); D\left(-\frac{6}{5}; \frac{7}{5}\right);$

b) Un trapezio, infatti i punti A e D hanno stessa ascissa, quindi appartengono a una retta parallela all'asse delle y; i punti B e C appartengono all'asse delle y. Quindi AD e BC sono tra loro paralleli;

c) $P(0; 0,4)$ oppure $(-2,4; 0,4)$.

- 3** L'ascissa è uguale all'ordinata, quindi $y = x$.

4 $AB = \sqrt{13}$

8 È sufficiente calcolare $AC = CB = \sqrt{85}$.

- 9** b) È sufficiente calcolare le lunghezze di AB, BC, AC e verificare che $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

11 Sì, infatti $PA = PB = 5$.



6. Lunghezze, aree e volumi a pag. 52

1

Triangolo equilatero di lato 3 m	Altezza = <u>2,6</u> m (approssima alla prima cifra dopo la virgola)	Perimetro = <u>9</u> m	Area = <u>3,9</u> m ² (approssima alla prima cifra dopo la virgola)
Quadrato di lato <u>2</u> cm	Diagonale = <u>2,8</u> cm (approssima alla prima cifra dopo la virgola)	Perimetro = 8 cm	Area = <u>4</u> cm ²
Circonferenza di raggio <u>3</u> m	Lunghezza circonferenza = 18,84 m	Lunghezza semicirconferenza = = <u>9,42</u> cm	Area = <u>28,26</u> m ²
Trapezio isoscele di basi 20 m e 12 m e altezza 3 m	Proiezione del lato obliquo sulla base maggiore = <u>4</u> m	Perimetro = <u>42</u> m	Area = <u>48</u> m ²

10 No, controesempio: un rettangolo ha dimensioni 10 cm e 2 cm; l'altro rettangolo ha dimensioni 7 cm e 5 cm. Entrambi i rettangoli hanno perimetro che misura 24 cm, ma l'area del primo è 20 cm² e l'area del secondo è 35 cm².

13 b) Giulio ha ragione, infatti $\frac{4 \cdot 230 \cdot 188}{2} = 86480 \cong 8,6 \cdot 10^4 \text{ m}^2$.

19 No, infatti se si dimezza il raggio di una sfera S, si ottiene una sfera S' che ha superficie uguale a $\frac{1}{4}$ della superficie di S.



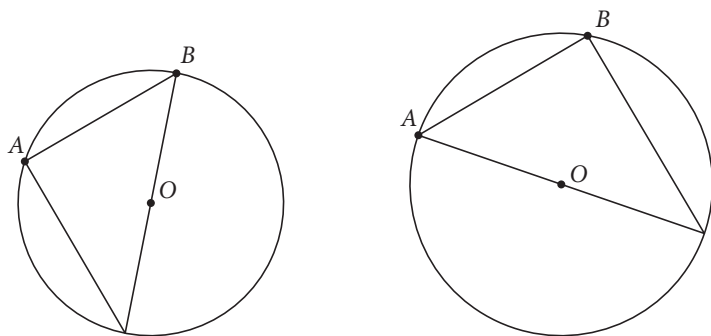
Prove INVALSI: Spazio e Figure a pag. 56

1 C

2 2

3 D

4 Ci sono due possibili soluzioni: angolo retto in A e in B .

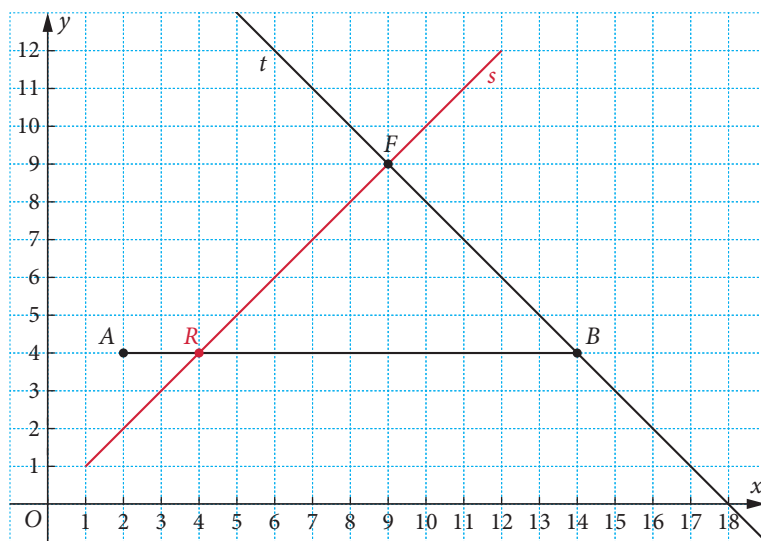


5 a. V; b. F; c. F; d. F

6 A

7 B

8 a)



b) (4; 4)

**Sezione 3 RELAZIONI E FUNZIONI****1. Funzioni: tabelle, grafici, formule a pag. 58**

1 $A = \frac{5d}{2}$

- 2** a) 7 cm;
b) No, infatti il perimetro è dato da $P = 2(h + h + 5) = 4h + 10$.

- 3** a) $A = a(a + 2)$ oppure $A = a^2 + 2a$.
b) Per $a = 0,5$, $b > h$; per $a = 2$, $b = h$; per $a = 2,5$, $b < h$.
c) No, non esiste alcun valore di a per cui $B < h$.

- 5** a) C; b) B

- 6** Sì, infatti, se nella formula si sostituiscono al posto della x i numeri 0, 1, 2, 5 si ottengono i corrispondenti valori di y .

- 7** b) A

- 8** a) L_0 e k ; b) $L = 6 + 0,3 \cdot p$

9 $L = 15 + 1,5 \cdot n$

10 a) $h = \frac{2A}{b_1 + b_2}$ e $b_1 = \frac{2A}{h} - b_2$

b) $h = \frac{3V}{A}$ $A = \frac{3V}{h}$

c) $r = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$

d) $s = v \cdot t$ $t = \frac{s}{v}$

e) $a = \frac{v}{t}$ $t = \frac{v}{a}$

f) $a = \frac{2s}{t^2}$ $t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$

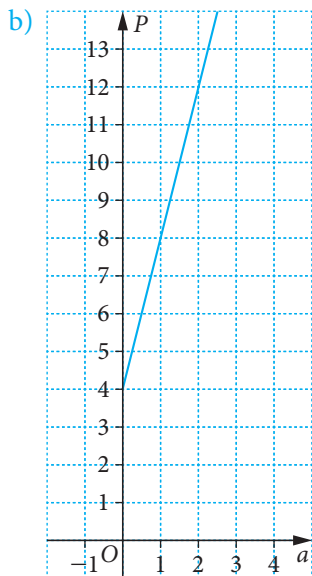
11 a) $x = \frac{y-3}{2}$;

b) $t = 2(b + 6)$ oppure $t = 2b + 12$;

c) $m = \frac{9s-2}{9}$ oppure $m = s - \frac{2}{9}$



12 a) $P = 4(a + 1)$ oppure $P = 4a + 4$



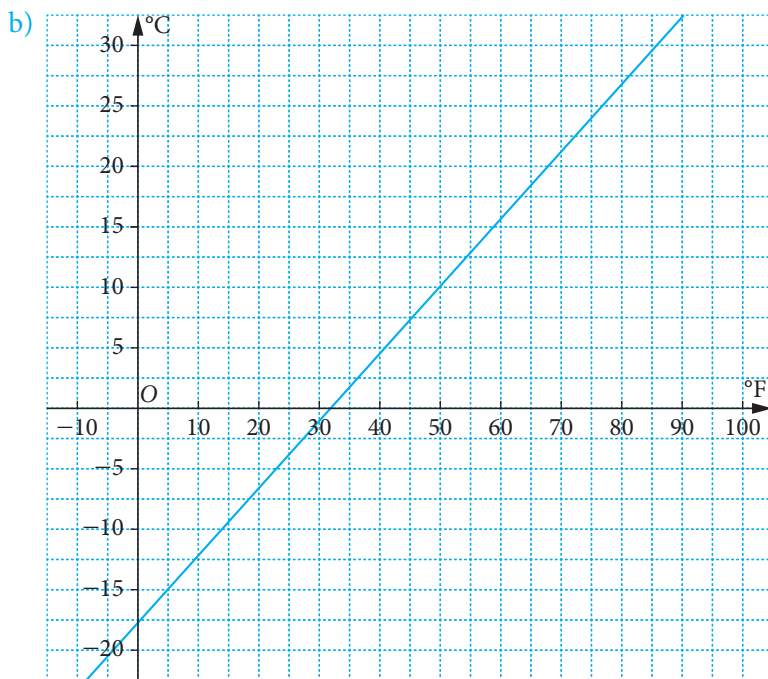
13 a) 4 cm; b) 7 cm; c) $a = 12 - b$

14 A

15 7 e 8

16 a)

°F	5	32	50	86
°C	-15	0	10	30



c)

°C	-10	15	20
°F	14	59	68

SEZIONE 3 RELAZIONI E FUNZIONI

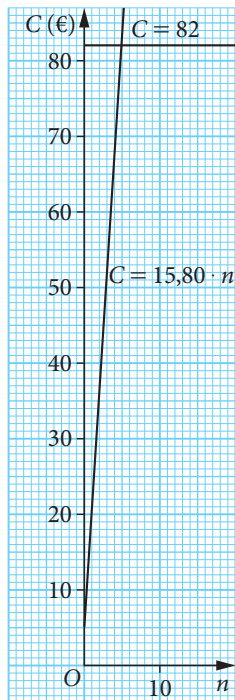
1. Funzioni: tabelle, grafici, formule



17 B

18 B, D

19 6





2. La funzione di proporzionalità diretta e le funzioni lineari a pag. 62

1

Grandezze y e x	Relazione fra y e x	Sono direttamente proporzionali?	Costante di proporzionalità (se direttamente proporzionali)
y = lunghezza di una circonferenza x = raggio della circonferenza	$y = 2\pi x$	Sì	2π
y = area di un quadrato x = lato del quadrato	$y = x^2$	No	—
y = area di un cerchio x = quadrato del raggio	$y = \pi x$	Sì	π
y = peso di un corpo omogeneo x = volume del corpo	$\frac{y}{x} = p_s$ con p_s = peso specifico	Sì	p_s

2

Sì: $C = 7n$ oppure $\frac{C}{n} = 7$, con $n \neq 0$

3

Sì: $d = vt$ oppure $\frac{d}{t} = v$, con $t \neq 0$

4

a) $y = 5h$; b) Sì, perché il rapporto tra y e h è costante.

5

a) Sì; b) No; c) Sì

6

t	1 h	2 h	3 h	30 min	10 min
d (km)	120	240	360	60	20

7

pane (kg)	1,3	2	4,2	3,8	1,5
costo (€)	3,9	6	12,6	11,4	4,5

8

a) C, D; b) $l = \frac{5\pi\alpha}{360^\circ}$; $k = \frac{5\pi}{360^\circ}$

9

a)	Misura grafica x (in mm)	7	10	14	18	20
	Misura reale y (in m)	35	50	70	90	100

b) $y = 5000x$

10

a) A, D; b) D



11 a)

	V	F
Dopo 20 minuti, Aldo ha raggiunto un'altezza sul livello del mare di 1090 m		X
Dopo 30 minuti, Aldo ha raggiunto un'altezza sul livello del mare di 1120 m	X	
Aldo raggiunge un'altezza sul livello del mare di 1180 m tra il quarantesimo e il cinquantesimo minuto di camminata	X	
Dopo un'ora di camminata Aldo ha raggiunto un'altezza di 1240 m	X	

b) 1360 m

12

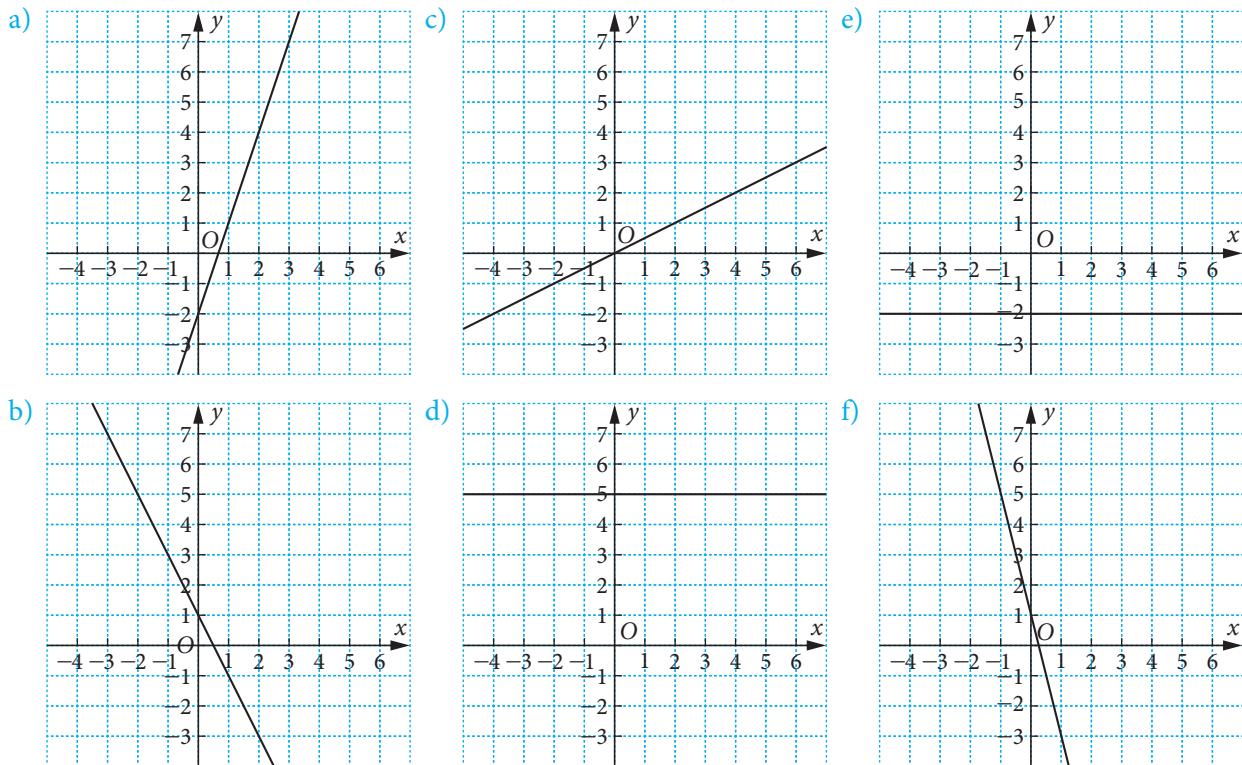
	A	B	C	D	E
x	-5	$-\frac{20}{3}$	0	10	$\frac{40}{3}$
y	$-\frac{3}{2}$	-2	0	3	4

13

p	q	Funzione lineare ($y = px + q$)
0	5	$y = 5$
-2	3	$y = -2x + 3$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{4}$	$y = \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}$
-3	0	$y = -3x$
3	$-\frac{1}{2}$	$y = 3x - \frac{1}{2}$
$-\frac{2}{5}$	0	$2x + 5y = 0$



14



15

a) $f: y = \frac{x}{10};$
 $g: y = \frac{x}{15};$
 $h: y = \frac{x}{20};$

b) f

16

	p	q	r	s
$y = x + 2$		X		
$y = -0,5x - 1$	X			
$y = x$			X	



3. La funzione di proporzionalità inversa a pag. 66

1

Grandezze y e x	Relazione fra y e x	Sono inversamente proporzionali?	Costante di proporzionalità (se sono inversamente proporzionali)
Considera un insieme di rettangoli di area 10 m^2 . y = base di ciascun rettangolo x = altezza di ciascun rettangolo	$xy = 10$	Sì	10
Considera un insieme di cilindri di volume 100 cm^3 . y = altezza di ciascun cilindro x = raggio di base di ciascun cilindro	$\pi x^2 y = 100$	No	—
Considera un insieme di oggetti di materiali e volumi diversi, tutti di massa uguale a 1 kg . y = densità di ciascun oggetto x = volume di ciascun oggetto	$xy = 1$	Sì	1

2

x	2	4	0,5	$\frac{2}{3}$	0,1
y	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{4}$	6	$\frac{9}{2}$	30

7

$A(2; 2); B(4; 1); C(-1, -4); k = 4$

8

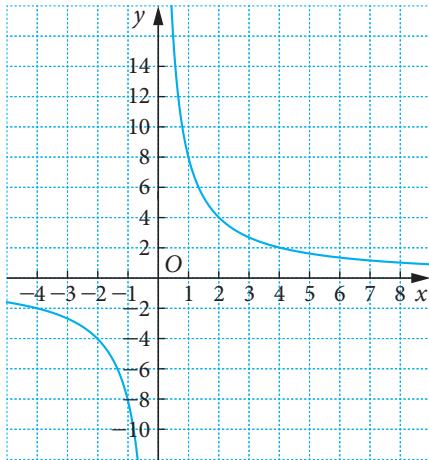
b)

Base (x)	Altezza (y)
0,8	20
1,6	10
2	8
4	4
10	1,6

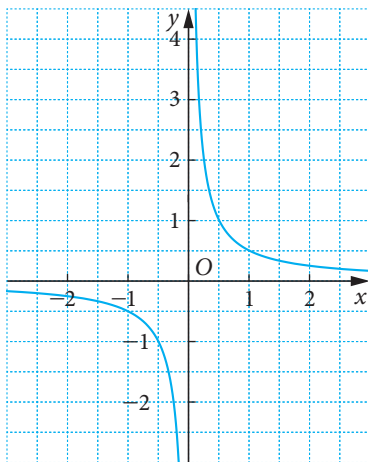


9

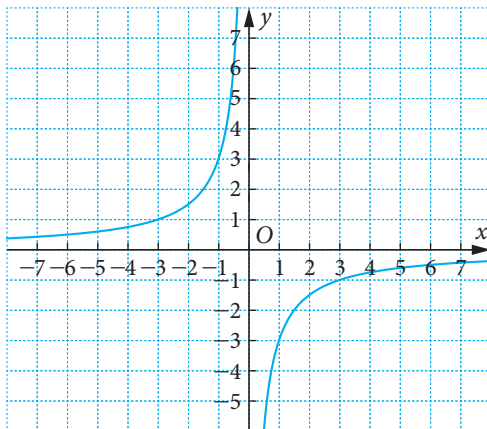
a)



b)



c)





Prove INVALSI: Relazioni e Funzioni a pag. 68

1 a) $\frac{V}{h}$; b) C

2 Risultato = 12 cm.

Esempi di risposte corrette;

- $l = (120) : 5 \cdot 0,5 = 12$ cm;
- 10 giri corrispondono a uno spostamento di 1 cm, quindi 120 giri corrispondono a uno spostamento di 12 cm.

3 A

4 4,5

5 a) 400; b) 20; c) A

6 B

7 a) 15; b) 8



Sezione 4 STATISTICA E PROBABILITÀ

1. Rappresentazioni di distribuzioni statistiche a pag. 70

1

Cifra	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frequenza	3	4	2	3	3	2	1	1	2	1

2

a)

	Francese	Tedesco	Cinese	Totali
Maschi	48	27	3	78
Femmine	36	36	24	96
Totale	84	63	27	174

c) Sì, il rapporto è $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$;

d) Sì, perché i due rapporti valgono entrambi $\frac{4}{3}$.

3

a)

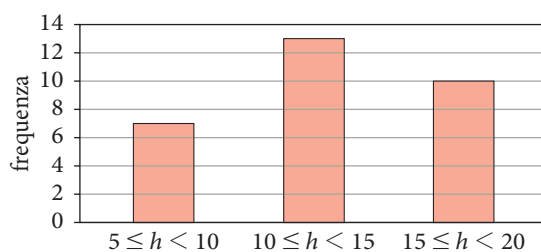
Velocità registrate km/h	Frequenza assoluta	Frequenza %
$85 \leq v < 95$	9	45%
$95 \leq v < 105$	5	25%
$v \geq 105$	6	30%

4

a) 25; c) No, infatti, per esempio, $\frac{7+1}{25+5} \approx 26,7\% \neq 28\%$

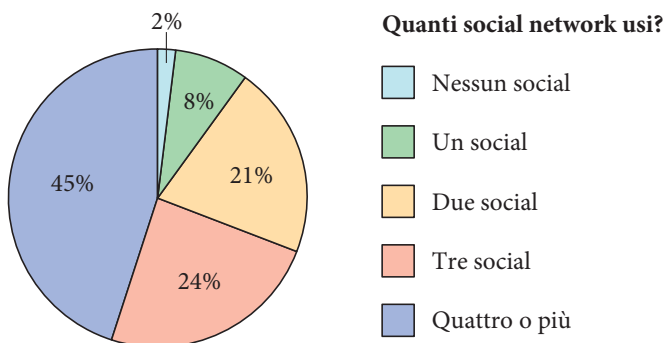
5

a)



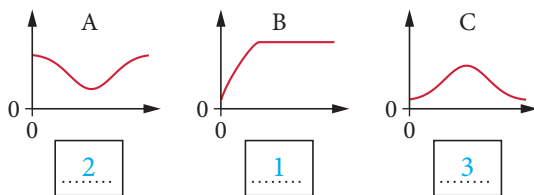
6

a)





7



8

A

9

a) V; b) V; c) F

10

d) Sì, infatti in entrambi i casi $v = 15$ km/h.

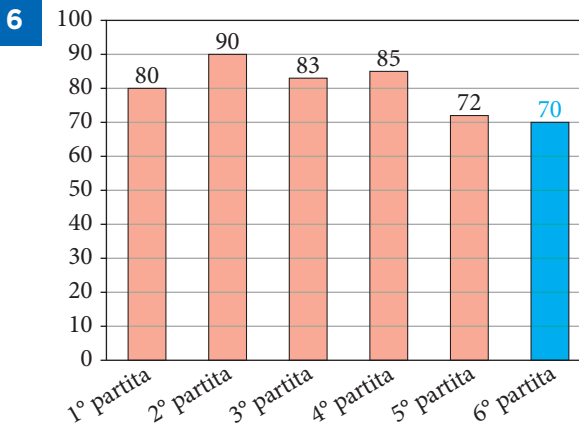
Oppure: sì infatti i due ciclisti hanno impiegato lo stesso tempo a percorrere la stessa distanza.



2. Indici centrali: moda e media aritmetica a pag. 74

- 1 a) 13%; gruppo A
b) Sì, perché la somma delle percentuali degli altri gruppi è 49%; quindi nessuno di essi potrà avere una frequenza percentuale maggiore del 51%.

- 2 a) 30; b) 2



7 a)

Prezzo del piumino	180 €	200 €	220 €
Numero di negozi	6	9	3

- b) 197 euro

- 8 No: la media aritmetica si calcola nel seguente modo: $\frac{14,5 \cdot 300 + 17,5 \cdot 150}{450} = 15,5$



3. Calcolo delle probabilità a pag. 76

1

Situazione aleatoria	Insieme degli eventi elementari
Lancio di una moneta a due facce testa (T) e croce (C)	{T, C}
Lancio di due monete a due facce testa (T) e croce (C)	{(T, C), (T, T), (C, T), (C, C)}
Estrazione di un gettone numerato da un'urna contenente gettoni numerati con tutti i multipli di 3 maggiori di 6 e minori di 30	{9, 12, 15, 18, 21, 24, 27}
Lancio di due dadi a quattro facce numerate da 1 a 4	{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)}

2

Evento	Possibile/Certo/Impossibile	Insieme degli eventi elementari che compongono l'evento
Esce il 6	Possibile	{6}
Esce un numero primo	Possibile	{2, 3, 5}
Esce un numero maggiore o uguale a 1 e minore o uguale a 6	Certo	{1, 2, 3, 4, 5, 6}
Esce il 7	Impossibile	Insieme vuoto

3

80%; 39%; 48%

4

No, infatti il dado non è truccato, e quindi è probabile che, su 3000 lanci, le frequenze percentuali di ogni esito si avvicinino maggiormente alla probabilità dell'esito stesso, cioè $\frac{1}{6}$.

5

- a) La frequenza relativa dell'uscita di T è del 64%, quindi se la assumiamo come stima della probabilità dell'evento «esce T», allora conviene scommettere sull'uscita di T.
 b) Nel caso in cui si fosse sicuri che la moneta non è truccata, allora la probabilità che al prossimo lancio esca T è uguale alla probabilità che esca C. Quindi sarebbe del tutto indifferente scommettere su T o su C.

6

$$\frac{7}{17}$$

7

- a) $\frac{1}{3}$; b) $\frac{1}{2}$



8

Evento	Insieme dei casi favorevoli	Numero di casi possibili	Probabilità dell'evento
La somma degli esiti è 5	$\{(1, 4), (4, 1), (3, 2), (2, 3)\}$	36	$\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$
La somma degli esiti è 8	$\{(2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4)\}$	36	$\frac{5}{36}$
Il prodotto degli esiti è un numero dispari	$\{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\}$	36	$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$
La somma degli esiti è un numero maggiore di 10	$\{(5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$	36	$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

9

No: ci sono esattamente 27 casi favorevoli all'evento e 36 possibili, quindi la probabilità è $\frac{27}{36} = \frac{3}{4}$.

10

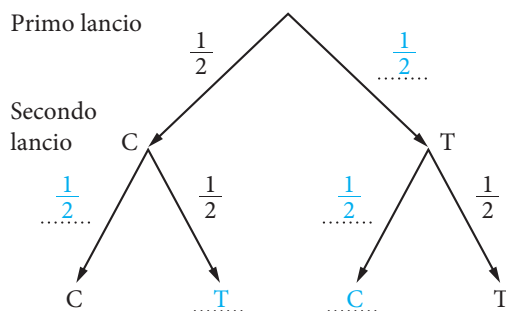
Evento (E)	Evento complementare (E_c)	$p(E)$	$p(E_c)$
Nel lancio di una moneta, uscita T	Uscita C	50%	50%
Nel lancio di due monete, uscita TT	Non esce TT	25%	75%
Nel lancio di un dado a sei facce, uscita di un numero pari	Uscita di un numero dispari	50%	50%
Estrazione di una carta di cuori da un mazzo di 40 carte (10 carte per ogni serie)	Estrazione di una carta che non sia di cuori	25%	75%

11

Sì, perché la probabilità che esca una pallina blu è $\frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ e la probabilità che esca una pallina nera o bianca, evento complementare dell'evento «esce una pallina blu», è uguale a $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

16

a) Primo lancio





Prove INVALSI: Dati e Previsioni a pag. 80

1 a) F; b) F; c) V; d) V

2 a) 23; b) D; c) 15,7 (accettabile anche 15,6)

3
$$\frac{20 \cdot 85 + 80 \cdot 65}{100} = 69$$

4 a) (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3); b) 4

5
$$\frac{1}{6}$$

6 B

7 B

8
$$\frac{15}{38}$$

9 A