

3

Algebra delle matrici

Risposta 3

Inversa di una matrice unipotente

$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 + b & a^3 + 2ab + c \\ 0 & 1 & a & a^2 + b \\ 0 & 0 & 1 & a \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Risposta 5

Esercizio sull'invertibilità

Basta mostrare che il prodotto della matrice $\mathbf{I} - \mathbf{U}$ con la matrice $\mathbf{I} + \mathbf{U} + \mathbf{U}^2 + \mathbf{U}^3$ dà come risultato la matrice identità:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{U})(\mathbf{I} + \mathbf{U} + \mathbf{U}^2 + \mathbf{U}^3) = \mathbf{I} + \mathbf{U} + \mathbf{U}^2 + \mathbf{U}^3 - (\mathbf{U} + \mathbf{U}^2 + \mathbf{U}^3 + \mathbf{U}^4) = \mathbf{I}$$

Il caso $\mathbf{U}^k = \mathbf{O}$ si tratta analogamente:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{U})(\mathbf{I} + \dots + \mathbf{U}^{k-1}) = \mathbf{I} + \dots + \mathbf{U}^{k-1} - (\mathbf{U} + \dots + \mathbf{U}^k) = \mathbf{I} - \mathbf{U}^k = \mathbf{I}$$