

9

Teoremi spettrali e forme quadratiche

Esercizio 1

Diagonalizzazione di una matrice simmetrica

Trovare una base ortonormale di \mathbb{R}^3 formata da autovettori della matrice

$$\begin{bmatrix} 7 & 4 & 4 \\ 4 & 1 & -8 \\ 4 & -8 & 1 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

Matrici normali reali di ordine 2

1. Mostrare che una matrice normale reale di ordine due è simmetrica oppure della forma

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix} \quad (b \neq 0)$$

2. Calcolare gli autovalori della matrice \mathbf{N} del punto precedente, e i relativi autovettori in \mathbb{C}^2 . Verificare che i due autovalori sono complessi coniugati, e che, se \mathbf{v} è un autovettore relativo a λ , allora $\bar{\mathbf{v}}$ è un autovettore relativo a $\bar{\lambda}$.