

# 9

## Teoremi spettrali e forme quadratiche

### Risposta 1

#### Diagonalizzazione di una matrice simmetrica

Gli autovalori della matrice sono  $\lambda = -9$ , di molteplicità 1, e  $\lambda = 9$ , di molteplicità 2. Una base ortonormale di  $\mathbb{R}^3$  formata da autovettori della matrice è

$$\left\{ \left[ \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -\frac{2}{3} \right]^T, \left[ \frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{3} \right]^T, \left[ \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right]^T \right\}.$$

### Risposta 2

#### Matrici normali reali di ordine 2

1. Un calcolo diretto mostra che una matrice  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$  è normale se e solo se  $b = c$ , nel qual caso  $\mathbf{A}$  è simmetrica, oppure  $b = -c$  e  $a = d$ , nel qual caso  $\mathbf{A}$  è della forma prescritta.
2. Gli autovalori di  $\mathbf{N}$  sono  $\lambda_1 = a - ib$  e  $\lambda_2 = a + ib = \overline{\lambda_1}$ . I vettori  $\mathbf{v} = [1, i]^T$  e  $\overline{\mathbf{v}} = [1, -i]^T$  generano i rispettivi autospazi.