ANNO 1988

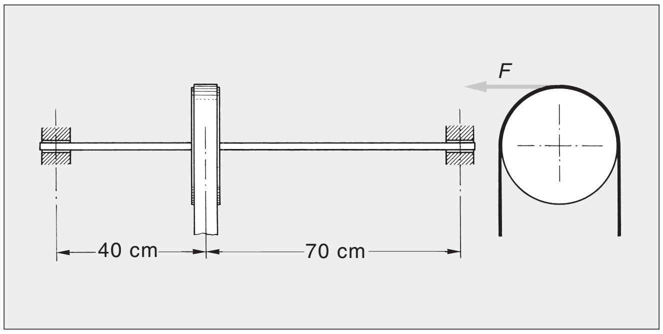
ARGOMENTO *Cinghie, pulegge, critiche flessionali*

RIFERIMENTO Volume 2, Capitolo 15; Volume 3, Capitolo 11

Un albero, avente lunghezza pari a 1,1 m, sostenuto da due supporti di estremità, deve azionare, al regime di 800 giri/min, una macchina operatrice la cui coppia resistente ha momento uguale a 50 N·m. Il moto è comunicato all' albero mediante una cinghia avvolta su di una puleggia del diametro di 0,25 m, calettata alla distanza media di 0,4 m da uno dei supporti . È inoltre noto che il peso della puleggia suddetta è pari a 80 N e che il tiro della cinghia è verticale, con il medesimo verso del peso della puleggia.

Il candidato, fissando opportunamente i dati occorrenti, determini il diametro dell' albero e, trascurando il peso proprio dello stesso albero, calcoli la prima velocità critica flessionale, giudicando infine, in relazione al valore di tale velocità, se il sistema ruotante funziona in condizioni di sicurezza.

Calcolo del diametro dell'albero



Supponiamo, in assenza di dati più precisi, che la trasmissione avvenga con una cinghia piana di cuoio; per il calcolo del momento flettente agente sull'albero si dovrà tener conto del peso della puleggia e della risultante delle tensioni nei due rami della cinghia.

Sappiamo che, considerando un coefficiente di attrito di 0,28 e un angolo di avvolgimento di $4\pi/5$, si ha $t \cong F$ e $T \cong 2 \cdot F$, per cui lo sforzo complessivo è pari a $3 \cdot F$.

La forza periferica è data da:

$$F = \frac{M_t}{d/2} = \frac{50}{0{,}125} = 400 \text{ N}$$

per cui il carico complessivo in corrispondenza della puleggia sarà:

$$Q = 3 \cdot F + P = 3 \cdot 400 + 80 = 1280 \text{ N}$$

La reazione del supporto A si calcola con l'equilibrio alla rotazione in B:

$$R_a = \frac{1280 \cdot 700}{1100} \cong 814{,}5 \text{ N}$$

e il momento flettente in corrispondenza della puleggia è:

$$M_f = R_a \cdot 400 \cong 325\,820 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Nella stessa sezione agirà anche un momento torcente

$$M_t = M_r = 50 \text{ N} \cdot \text{m} = 50\,000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Il diametro dell'albero, quindi, va calcolato per un momento flettente ideale:

$$M_{f(id)} = \sqrt{M_f^2 + 0{,}75 \cdot M_t^2} = \sqrt{325\,820^2 + 0{,}75 \cdot 50\,000^2} \cong 328\,700 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Adottando un acciaio Fe 490 UNI 7070 (ora UNI EN 10250), che ha un carico di rottura minimo di 490 N/mm^2 (Manuale, pag. 370, tab. 24), e per il quale possiamo considerare quindi una tensione ammissibile a fatica pari a $k = 60$ N/mm^2, si calcola il diametro dell'albero:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{f(id)}}{\pi \cdot k}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 328\,700}{3{,}14 \cdot 60}} \cong 38 \text{ mm}$$

Si assume un diametro $d = 43$ mm per tener conto della presenza della cava della linguetta ($t_1 = 5$ mm).

Calcolo della velocità critica flessionale

La velocità critica dell'albero, se si trascura il peso proprio dell'albero come richiesto dal testo, è data dalla relazione:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{f}}$$

dove f è la freccia dovuta al peso della puleggia.

Sappiamo che nel caso specifico si ha:

$$f = \frac{P \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot J \cdot (a+b)}$$

e che il momento d'inerzia della sezione è:

$$J = \frac{\pi}{64} \cdot d^4 = \frac{\pi}{64} \cdot 43^4 \cong 167\,730 \text{ mm}^4$$

Numericamente risulta:

$$f = \frac{80 \cdot 40^2 \cdot 70^2}{3 \cdot 205\,000 \cdot 167\,730 \cdot 1100} \cong 0{,}0553 \text{ mm}$$

La velocità critica è pertanto:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g}{f}} = \sqrt{\frac{9810}{0{,}0553}} \cong 421 \text{ rad/s}$$

La velocità normale di funzionamento è di 800 giri/min, che corrisponde a una velocità angolare

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \cong 83{,}8 \text{ rad/s}$$

che è circa un quinto della prima velocità critica; l'albero lavora quindi in condizioni di assoluta sicurezza.